МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 5 • 1976

УДК 532.46 : 533.6

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПЛАМЕНИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ ГОРЮЧЕЙ СМЕСИ

В. Р. КУЗНЕЦОВ

(Москва)

Теоретически исследовано распространение пламени в турбулентном потоке горючей смеси. Получено уравнение для распределения вероятностей скорости и температуры газа. Проанализированы решения этого уравнения и найдена скорость распространения пламени.

1. При анализе распространения пламени в турбулентном потоке горючей смеси в [1, 2] выделены два качественно разных случая – «поверхностного» и «объемного» горения. Первый случай осуществляется в потоке с крупномасштабной турбулентностью, когда размер наименьших вихрей много больше толщины нормального (плоского) фронта пламени. При этом горючая смесь и продукты сгорания разделены узкой зоной промежуточных температур. Пульсации скорости искривляют эту зону, увеличивают площадь ее поверхности, в результате чего скорость горения возрастает. Второй случай реализуется в потоке с мелкомасштабной турбулентностью (размер зоны промежуточных температур много больше интегрального масштаба турбулентности). Так как толщина нормального фронта пламени обычно мала (порядка 0.1 *мм*), то более реалистично исходить из модели «поверхностного» горения.

При количественном описании турбулентного горения возникает две трудности. Первая трудность связана с необходимостью осреднения скорости химических реакций. Оценки показывают, что среднее значение скорости реакции сильно отличается от скорости реакции при средних значениях термодинамических параметров [3, 4]. Поэтому при осреднении необходимо знать распределение вероятностей температуры и концентрации. Вторая трудность вызвана тем, что горение происходит в зонах, толщина которых существенно меньше масштаба турбулентности. Поэтому законы турбулентного переноса примеси, участвующей в реакции, должны отличаться от законов турбулентной диффузии пассивной примеси [5, 6]. В [5, 7] указывается, что эти трудности не возникают, если рассматриваемый процесс описывается с помощью уравнения для распределения вероятностей скорости и температуры. Поэтому в данной работе предпринята попытка использовать указанное уравнение для решения поставленной задачи.

2. Введем предположения о постоянстве плотности и постоянстве и равенстве коэффициентов молекулярной диффузии, температуропроводности и кинематической вязкости. Для обозначения последних будет использоваться символ a. Из первого предположения вытекает неизменность динамической структуры потока при горении. Из второго следует, что поля температуры и концентраций подобны, и для решения задачи достаточно рассмотреть только распределение вероятностей скорости и температуры.

«Поверхностный» механизм турбулентного горения реализуется, если колмогоровский масштаб турбулентности много больше толщины нормального фронта пламени. Поэтому предположим, что

$$au_n^{-1} \ll a^{3/4}\varepsilon^{-1/4}, \quad \varepsilon = {}^1/_3\langle\varepsilon_{jj}\rangle, \quad \varepsilon_{ij} = (a\partial u_i/\partial x_l)(\partial u_j/\partial x_l) \tag{2.1}$$

Здесь $\mathbf{u}$ – скорость, $\mathbf{x}$ – координата, ε – скорость диссипации, u_n – скорость нормального распространения пламени. Согласно [8], величина a/u_n есть толщина нормального фронта пламени, а в соответствии с [9] величина $a^{3/4}\varepsilon^{-1/4}$ является размером наименьших вихрей. В силу (2.1) горючая смесь и продукты сгорания разделены тонким нестационарным, искривленным пограничным слоем — зоной подогрева, где температура резко меняется от температуры горючей смеси до температуры продуктов сгорания. Условию (2.1) можно придать и другой вид: $u_n \gg (a\varepsilon)^{1/4}$, из которого следует, что скорость среды слабо меняется в зоне подогрева. Поэтому деформация среды мало влияет на распределение температуры внутри этой зоны.

Вместо температуры удобно пользоваться безразмерной величиной c, которая линейно связана с температурой, равна нулю в горючей смеси и единице — в продуктах сгорания. Так как поля температур и концентраций подобны, то скорость тепловыделения W зависит только от c. Согласно [8], из-за резкой зависимости скорости реакции от температуры можно считать, что функция W отлична от нуля только в узком интервале $1>c>1-\delta_1$. Здесь $\delta_1 \ll 1$ — характеристический интервал безразмерной температуры. При $1>c>1-\delta_1$ значения W велики. Так как $\delta_1 \ll 1$, то естественно перейти к пределу при $\delta_1 \to 0$. При таком предельном переходе будем считать, что скорость тепловыделения имеет вид $W=\delta_1^{-1}W_0\times$ $\times[\delta_1^{-1}(1-c)]$. Тогда

$$W=\int_0^\infty W_0(s)\,ds\,\delta(c-1), \qquad s=(1-c)/\delta_1 \tag{2.2}$$

Здесь δ – дельта-функция. Легко проверить, что используя (2.2), можно получить найденное в [8] асимптотическое решение, описывающее распространение плоского пламени. В пределе при $\delta_1 \to 0$ зона, в которой происходит реакция, вырождается в поверхность, по одну сторону от которой $c=1$. На этой поверхности температура непрерывна, а ее производная по нормали разрывна: с одной стороны от поверхности $\partial c/\partial n=0$, а с другой стороны $\partial c/\partial n=u_n/a$ [8]. Здесь n – нормаль к зоне реакции. При $\delta_1 \to 0$ структура зоны реакции в ламинарном и турбулентном потоке одинакова; единственное отличие заключается в том, что в турбулентном потоке поверхность, на которой происходит реакция, искривлена и нестационарна; граничные условия на ней не меняются.

Будем считать, что турбулентность однородна, стационарна и изотропна. Это возможно только при наличии объемной силы. Предположим, что эта сила равна $b\mathbf{u}$. Здесь $b>0$ — постоянная. Физическая природа силы несущественна; ее введение позволяет рассматривать однородную, стационарную турбулентность, что сильно упрощает решение. В дальнейшем теоретические результаты, полученные для такой модели, будут сопоставлены с данными измерений в реальном турбулентном потоке с примерно такой же интенсивностью и масштабом турбулентности. Предполагается также, что число Рейнольдса велико.

Ниже рассмотрено движение в среднем плоского, стационарного фронта пламени, распространяющегося со скоростью u_t. Эта величина есть скорость горения. Ее определение — основная задача работы.

3. Рассматриваемый процесс описывается системой уравнений движения и теплопроводности

$$\frac{\partial u_j}{\partial t}+u_k\frac{\partial u_j}{\partial x_k}=-\frac{\partial p}{\partial x_j}+bu_j+a\Delta u_j \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial c}{\partial t}+u_k\frac{\partial c}{\partial x_k}=a\Delta c+W(c) \tag{3.2}$$

Здесь t — время, p — давление, деленное на плотность. Имея целью получить уравнение для распределения вероятностей $\mathbf{u}$ и c, введем параметр $f = \exp(i\lambda\mathbf{u} + i\mu c)$ (λ и μ произвольны). Очевидно, что $\langle f \rangle$ — характеристическая функция, т. е. преобразование Фурье от искомого распределения вероятностей скорости и температуры $P(\mathbf{u}, c)$. Имея уравнение для $\langle f \rangle$, с помощью обратного преобразования Фурье легко найти уравнение для P. Дифференцируя f по t, используя (3.1), (3.2), после осреднения находим

$$\frac{\partial\langle f\rangle}{\partial t} - i\frac{\partial^2\langle f\rangle}{\partial\lambda_k\,\partial x_k} = -i\lambda_j\left\langle\frac{\partial p}{\partial x_j}f\right\rangle + b\lambda_j\frac{\partial\langle f\rangle}{\partial\lambda_j} + \tag{3.3}$$
$$+a\Delta\langle f\rangle + \lambda_i\lambda_j\langle\varepsilon_{ij}f\rangle + 2\mu\lambda_j\langle e_jf\rangle + \mu^2\langle Nf\rangle + i\mu\langle Wf\rangle$$
$$e_j = (a\partial c/\partial x_l)(\partial u_j/\partial x_l), \qquad N = a(\partial c/\partial x_l)^2$$

Первый член в левой части (3.3) характеризует нестационарность процесса (фронт пламени движется). Второй член описывает процессы турбулентного переноса и точно выражается через $\langle f \rangle$. Поэтому отпадает необходимость во введении коэффициентов турбулентной вязкости и диффузии. Отсюда видно одно из преимуществ используемого подхода по сравнению с обычными полуэмпирическими теориями, в рамках которых описание процессов турбулентного переноса представляет наибольшие трудности. Понятно также, что отличие в закономерностях турбулентного переноса пассивной и реагирующей примеси теперь не вызывает затруднений. Второе преимущество видно при рассмотрении последнего члена в правой части (3.3). Так как W зависит только от c, то корреляция $\langle Wf \rangle$ точно выражается через искомые характеристики. Таким образом, не возникает затруднений при осреднении скорости реакции. Влияние объемной силы также удается описать без использования каких-либо предположений, что видно при рассмотрении второго члена в правой части (3.3).

Первый член в правой части (3.3) описывает взаимодействие между полем давления и полями скорости и температуры. Третий — шестой члены характеризуют процессы теплопроводности и диссипации. Третий член описывает молекулярный перенос осредненных параметров. При большом числе Рейнольдса он мал и в дальнейшем не учитывается. Четвертый член характеризует диссипацию энергии, а шестой — смешение до молекулярных масштабов. Пятый член описывает влияние деформации среды на флуктуации температуры внутри зоны подогрева (скорость деформации как раз характеризуется множителем $\partial u_j/\partial x_l$).

Рассмотрим корреляцию $\langle \varepsilon_{ij} f \rangle$. Предположим, что ε_{ij} и f статистически независимы. Гипотеза, сходная с принятой, успешно использовалась при анализе распределения вероятностей скорости [10, 11]. Она основывается на теории А. Н. Колмогорова [9], согласно которой большие вихри дают основной вклад в одноточечные моменты поля скорости, а самые мелкие вихри определяют диссипацию энергии. Так как мелкие вихри образуются в результате длительного процесса каскадного дробления крупных вихрей, то можно предположить, что характеристики больших и мелких вихрей и, следовательно, величины ε_{ij} и $f_1 = \exp(i\lambda\mathbf{u})$ статистически независимы. Однако предположение о статистической независимости величин ε_{ij} и f оказывается более сильным, так как множитель $\exp(i\mu c)$ резко меняется на расстояниях гораздо меньше колмогоровского масштаба. Однако столь резкие изменения температуры не связаны с гидродинамическими особенностями течения. Наоборот, в силу (2.1) деформация среды слабо воздействует на распределение величины c в зоне подогрева. Поэтому можно ожидать, что принятая гипотеза будет вполне разумной. Таким образом, имеем

$$\langle\varepsilon_{ij}f\rangle = \langle\varepsilon_{ij}\rangle\langle f\rangle = \varepsilon\langle f\rangle\delta_{ij} \tag{3.4}$$

Здесь учтена локальная изотропия турбулентности, в силу чего $\langle\varepsilon_{ij}\rangle=\varepsilon\delta_{ij}$.

Рассмотрим корреляцию $\langle e_j f\rangle$, которая описывает влияние деформации среды на пульсации температуры внутри зоны подогрева. В силу (2.1) это влияние мало. Следовательно, можно предположить, что $\langle e_j f\rangle=\langle e_j\rangle\langle f\rangle$. Поскольку из-за локальной изотропии $\langle e_j\rangle=0$, то имеем

$$\langle e_j f\rangle=0 \tag{3.5}$$

Проанализируем корреляцию $\langle Nf\rangle$. Это самое важное слагаемое в (3.3). В силу (2.2) реакция происходит на поверхности, по одну сторону от которой $c=1$. Так как эта поверхность случайно колеблется, то в каждой точке в течение конечных промежутков времени будут наблюдаться значения $c=1$, а в остальные промежутки времени $0<c<1$. Чередование таких промежутков времени напоминает перемежаемость. Хотя такая аналогия носит формальный характер, в выражении для P должно содержаться слагаемое вида $\gamma_1(\mathbf{u})\delta(c-1)$. Здесь $\gamma_1(\mathbf{u})$ – вероятность наблюдения максимальной температуры при условии, что в данной точке скорость равна $\mathbf{u}$. Обозначим плотность вероятностей значений $0<c<1$ через P_0. Тогда

$$P(\mathbf{u},c)=\gamma_1(\mathbf{u})\delta(c-1)+P_0(\mathbf{u},c) \tag{3.6}$$

Очевидно, что $N=0$ при $c>1$. Поэтому

$$\langle Nf\rangle=\int Nf\,dP_1(N,\mathbf{u},c)=\int fP_0\int NP_2(N|\mathbf{u},c)\,d^3u\,dc\,dN= \tag{3.7}$$
$$=\int fN_0P_0\,d^3u\,dc,\qquad N_0=\int NP_2(N|\mathbf{u},c)\,dN$$

Здесь P_1 – распределение вероятностей величин N, $\mathbf{u}$, c; P_2 – плотность вероятностей величины N при условии, что скорость и температура фиксированы, а $c<1$. При определении корреляции $\langle Nf\rangle$ в (3.7) осреднение производится в два этапа. Сначала фиксируются значения c и $\mathbf{u}$, а осреднение производится по всевозможным значениям N. Результат такого осреднения – функция N_0, зависящая, вообще говоря, от $\mathbf{u}$ и c. На втором этапе осреднение производится по всем $\mathbf{u}$ и c.

Из (2.1) следует, что кривизна зоны подогрева мала и поэтому распределение температуры в ней близко к соответствующему распределению в нормальном (плоском) фронте пламени. Согласно [8], в таком фронте пламени распределение безразмерной температуры дается формулой $c=\exp(u_n x_1/a)$. Здесь $x_1<0$, координата x_1 нормальна положению фронта пламени, а зона реакции расположена при $x_1=0$. Если под величиной x_1 понимать координату, нормальную положению поверхности, на которой в турбулентном потоке происходит реакция, то это распределение близко к истинному распределению в зоне подогрева. Заметные отличия наблюдаются только при значениях x_1, сравнимых с радиусом кривизны зоны подогрева. Таким образом, $(\partial c/\partial x_i)^2=(\partial c/\partial x_1)^2$, $\partial c/\partial x_1=u_n/a$ и, следовательно, $N=u_n^2c^2/a$. В эту формулу не входят случайные параметры, и поэтому

$$N_0=u_n^2c^2/a \tag{3.8}$$

Эта формула не справедлива при больших $|x_1|$ (малых c). Характер поведения N_0 при $c\sim0$ имеет важное значение, поскольку, как будет видно ниже, в уравнении для распределения вероятностей N_0 – коэффициент при старшей производной $\partial^2P/\partial c^2$, и так как $N_0(0)=0$, то $c=0$ – особая точка. Для того чтобы учесть это обстоятельство, в (3.8) введем поправочный множитель n_0, который равен единице при $c_0\ll c<1$ ($c_0\sim0$) и отличен от единицы при $c \sim c_0$. Предполагается, что этот множитель не зависит от $\mathbf{x}$ и $\mathbf{u}$. Предполагается также, что c_0 — малое число такое, что $c_0 \to 0$ при $(\varepsilon a)^{1/4} u_n^{-1} \to 0$. Как будет видно далее, конкретный вид множителя n_0 при нахождении скорости распространения пламени не имеет значения. Если $c<0$ или $c>1$, то $N_0=0$. Тогда символически можно записать

$$N_0 = u_n^2 c^2 a^{-1} n_0 \theta(c) \tag{3.9}$$

Здесь $\theta=0$ при $c<0$ или при $c>1$, $\theta=1$ при $0<c<1$, $\theta={}^1/_2$ при $c=0$ или при $c=1$.

Рассмотрим корреляцию $\langle Wf \rangle$. Так как в продуктах сгорания $W=0$, то

$$\langle Wf \rangle = \int W f P_0 \, d^3u \, dc \tag{3.10}$$

Используя соотношения (3.3)—(3.5), (3.7), (3.10), с помощью обратного преобразования Фурье находим

$$\begin{gathered}\frac{\partial P}{\partial t} + u_k \frac{\partial P}{\partial x_k} = -\varepsilon \frac{\partial^2 P}{\partial u_k^2} + \frac{\partial \pi_j}{\partial u_j} - b \frac{\partial u_k P}{\partial u_k} - \frac{\partial^2 N_0 P_0}{\partial c^2} - \frac{\partial WP}{\partial c} \\ \pi_j = (2\pi)^{-4} \int \langle f \, \partial p/\partial x_j \rangle \exp(-i\lambda\mathbf{u} - i\mu c) \, d^3\lambda \, d\mu\end{gathered} \tag{3.11}$$

Неизвестный член $\partial \pi_j/\partial u_j$ описывает влияние давления. Эта сила перераспределяет энергию между различными компонентами скорости. Предположим, что π_j и P связаны линейным дифференциальным соотношением первого порядка. Это предположение вытекает из следующих нестрогих соображений. Формула (3.11) — следствие уравнений движения, допускающих решение $\mathbf{u}=0$. Тогда (3.11) должно иметь решение пропорциональное $\delta(\mathbf{u})$. Так как над обобщенными функциями допускаются только линейные операции, то если связь между π_j и носит дифференциальный характер, то π_j линейно выражается через P и производные от P. Если в связь между π_j и P входят производные выше первого порядка, то (3.11) — уравнение порядка выше второго. Тогда качественная структура его решений определяется членом $\partial \pi_j/\partial u_j$. Последнее связано с тем, что все остальные члены, в том числе и члены, описывающие наиболее важные процессы диссипации и смешения до молекулярного уровня, выражаются через производные от P не выше второго порядка. Так как с физической точки зрения такая ситуация малоправдоподобна, то π_j зависит от P и первых производных от P. Предположим, что в связь между π_j и P входят только $\mathbf{u}$, $\langle \mathbf{u} \rangle$, ε, $\sigma^2 = {}^1/_3 (\langle \mathbf{u} \rangle - \mathbf{u})^2$. Из галилеевской инвариантности следует, что две первые величины входят только в виде $\mathbf{w} = \mathbf{u} - \langle \mathbf{u} \rangle$. Тогда получаем

$$\pi_j = \varepsilon \sigma^{-2} (A w_i w_j \partial P/\partial w_i + B w^2 \partial P/\partial w_j + C w_j P) \tag{3.12}$$

Это соотношение должно иметь одинаковый вид во всех системах координат. Поэтому A, B, C зависят только от скаляров. Тогда из соображений размерности заключаем, что A, B, C — безразмерные функции от w/σ.

Рассмотрим распределение вероятностей в однородной, изотропной турбулентности в отсутствии внешних сил. Полагая $b=0$ и интегрируя по всем c, из (3.11) имеем

$$\partial P^\circ/\partial t = -\varepsilon \partial^2 P^\circ/\partial u_k^2 + \partial \pi_j^\circ/\partial u_j, \qquad P^\circ = \int P \, dc, \qquad \pi_j^\circ = \int \pi_j \, dc$$

С точностью до члена $\partial \pi_j^\circ/\partial u_j$ это уравнение получено в [10], где показано, что в полном соответствии с экспериментальными данными [12] его решение описывается нормальным законом. Следовательно, $\partial\pi_j^\circ/\partial u_j=0$ в однородной, изотропной турбулентности. Учитывая, что в рассматриваемом случае P° зависит только от u, t, из (3.12) находим $C=A+B=0$.

Далее из определения величины π_j (3.11) следует, что в однородной турбулентности

$$(3.13)\qquad \int \pi_j\, d^3u\, dc=\partial\langle p\rangle/\partial x_j=0,\qquad \int \pi_j u_j\, d^3u\, dc=\partial\langle pu_j\rangle/\partial x_j=0$$

Величины $\partial\langle p\rangle/\partial u_j$ и $\partial\langle pu_j\rangle/\partial x_j$ входят соответственно в осредненное уравнение Навье – Стокса и в уравнение энергии турбулентности. Поэтому (3.13) можно интерпретировать как законы сохранения импульса и энергии (при всех условиях давление действует на однородный турбулентный поток так, что в каждой точке импульс и энергия не меняются). Фундаментальный характер этих законов указывает на то, что соотношения (3.13) должны выполняться тождественно при любом P. Учитывая равенства $C=A+B=0$, $\langle \mathbf{w}\rangle\equiv 0$, заключаем, что A, B не зависят от w/σ. Тогда из (3.12) получаем

$$(3.14)\qquad \pi_j=-k\varepsilon\sigma^{-2}(w_iw_j-w^2\delta_{ij})\,\partial P/\partial w_i$$

Здесь k – постоянная. Из определения величины π_j (3.11) и формулы (3.14) в силу однородности турбулентности находим

$$\langle p(\partial u_i/\partial x_j+\partial u_j/\partial x_i)\rangle=-\int(\pi_iu_j+\pi_ju_i)\,d^3u\,dc=$$
$$=-2k\varepsilon\sigma^{-2}\langle 3w_iw_j-w^2\delta_{ij}\rangle$$

Так как, по определению, $\varepsilon=\sigma^3/L$ (L – масштаб турбулентности), то отсюда видно, что с точностью до постоянного множителя эта формула совпадает с выражением, предложенным в [13]. Сравнение обоих соотношений дает значение $k=0{,}53$. Из (3.11), (3.14) имеем

$$(3.15)\qquad \Lambda(P_0)=\frac{\partial P}{\partial t}+u_k\frac{\partial P}{\partial x_k}+b\frac{\partial u_kP}{\partial u_k}+k\varepsilon\sigma^{-2}\frac{\partial}{\partial u_j}(u_iu_j-u^2\delta_{ij})\frac{\partial P}{\partial u_i}+$$
$$+\varepsilon\frac{\partial^2P}{\partial u_k^2}=-\frac{\partial^2N_0P_0}{\partial c^2}-\frac{\partial WP_0}{\partial c}$$

Здесь символом Λ обозначен оператор, стоящий в левой части уравнения. Предполагается, что $\langle\mathbf{u}\rangle=0$. Величины P и P_0 связаны соотношением (3.6), параметр N_0 дается формулой (3.9), а W имеет вид (2.2).

4. Отметим ряд частных свойств уравнения (3.15). Проинтегрируем (3.15) по всем c. Так как турбулентность однородна, стационарна и изотропна, то распределение вероятностей скорости зависит только от u. Тогда имеем

$$\frac{\varepsilon}{u^2}\frac{d}{du}u^2\frac{\partial P^\circ}{du}+b\left(u\frac{\partial P^\circ}{du}+3P^\circ\right)=0$$

$$(4.1)\qquad P^\circ=(2\pi)^{-3/2}\sigma^{-3}\exp(-u^2/2\sigma^2),\qquad \sigma^2=\varepsilon/b$$

Отсюда видно, что вероятность скорости распределена по нормальному закону.

Умножим (3.15) на $(1-c)^d$ ($d=0,1$), проинтегрируем по c от $1-\alpha$ до $1+\alpha$ и устремим α к нулю. Так как $P_0=0$ при $c>1$, то из (2.2), (3.6), (3.15) находим

(4.2) $$\Lambda(\gamma_1)=\frac{\partial}{\partial c}N_0P_0|_{c=1}\quad (d=0),$$

$$P_0(\mathbf{u},1)\left[N_0(1)-\int_0^\infty W_0(s)\,ds\right]=0\quad (d=1)$$

В силу (3.9) имеем $N_0(1)=u_n^2/2a$. Учитывая известное соотношение [8] $u_n^2=2a\int Wdc$, заключаем, что вторая формула в (4.2) является тождеством. Из условия $\partial c/\partial n=u_n/a$ при $c=1-0$ легко показать, что $P(\mathbf{u},1)\neq 0$. Из (3.6), (2.2) следует, что $P=P_0$, $W=0$ при $0<c<1$. Поэтому из (3.15) имеем

(4.3) $$\Lambda(P_0)=-\partial^2 N_0P_0/\partial c^2$$

Так как предполагается, что фронт пламени стационарен, то решение имеет вид $P_0(\mathbf{u}, x_1+u_tt, c)$. Из соображений симметрии ясно, что P_0 зависит только от u, u_1/u, x_1+u_tt, c. Введем обозначения

(4.4) $$v=u/\sigma,\quad \varphi=u_1/u,\quad y=b(x_1+u_tt)/\sigma,\quad q=u_t/\sigma,$$
$$R=u_n^2a^{-1}b^{-1}=u_n^2La^{-1}\sigma^{-1}$$

Последняя из формул в (4.4) вытекает из (4.1) и определения масштаба турбулентности $L=\sigma^3/\varepsilon$. Из (3.9), (4.2)–(4.4) находим

(4.5) $$\Lambda(P_0)=3P_0+(q+v\varphi)\frac{\partial P_0}{\partial y}+\left(v+\frac{2}{v}\right)\frac{\partial P_0}{\partial v}+\frac{\partial^2 P_0}{\partial v^2}-$$
$$-\left(k-\frac{1}{v^2}\right)\frac{\partial}{\partial\varphi}(1-\varphi^2)\frac{\partial P_0}{\partial\varphi}=-R\partial^2(c^2n_0P_0)/\partial c^2$$

(4.6) $$\Lambda(\gamma_1)=RQ_1,\qquad Q_1=\partial(c^2n_0P_0)/\partial c|_{c=1}=\partial(c^2P)/\partial c|_{c=1}$$

Вторая из формул в (4.6) следует из принятого выше условия $n_0=1$ при $c_0\ll c<1$. Решение определено в области $|\varphi|\leqslant 1$, $0\leqslant v<\infty$, $|y|<\infty$, $0<c<1$. Так как $|\varphi|=1$ или $v=0$ – особые точки, то P_0 ограничено при $|\varphi|=1$ или при $v=0$. Если $u_t>0$ $(q>0)$, то $P\to P^\circ\delta(c-1)$ при $y\to\infty$; если $y\to-\infty$, то $P\to P^\circ\delta(c)$. Отсюда получаем

(4.7) $$P_0(v,\varphi,\infty,c)=0,\ \gamma_1(v,\varphi,\infty)=P^\circ,\ P_0(v,\varphi,-\infty,c)=P^\circ\delta(c)$$

Решение уравнения (4.5) ищем методом разделения переменных

(4.8) $$P_0=H(v,\varphi)\exp(-i\varkappa y)S(c)/(c^2n_0)$$

(4.9) $$S''+sS/(c^2n_0)=0$$

Здесь s – некоторый, вообще говоря, комплексный параметр. Так как $N_0(0)=0$, то точка $c=0$ – особая. Ясно, что для выполнения условия (4.7) необходимо, чтобы решения уравнения (4.9) имели особенность, и эта особенность должна быть интегрируемой. Это требование является одним из граничных условий. Второе граничное условие есть следствие (2.1). Пусть $u_n(a\varepsilon)^{-1/4}\to\infty$. Тогда из (2.1), (4.4) имеем $R\to\infty$. Рассмотрим величины $\int_{c_1}^1 P_0\,dc=\gamma$, $\int_0^{c_1}P_0\,dc=\gamma_0$ $(1\gg c_1\gg c_0)$. Как уже указывалось, $c_0\to 0$ при $u_n(a\varepsilon)^{-1/4}\to\infty$, т. е. при $R\to\infty$. Поэтому c_1 можно всегда подобрать так, чтобы $\lim\limits_{R\to\infty}c_1=0$. При $R\to\infty$ относительная толщина зоны подогрева уменьшается. Поэтому уменьшается вероятность наблюдения значений $1>c>c_1$, т. е. $\lim\limits_{R\to\infty}\gamma=0$. Интегрируя (4.5) по c от 0 до c_1 и учитывая, что $n_0=1$ при

$c \sim c_1$ $(c_1 \gg c_0)$, имеем

(4.10) $\Lambda(\gamma_0) = -RQ_0, \quad Q_0 = \partial(c^2P)/\partial c|_{c=c_1}$

Складывая (4.6) и (4.10), находим $\Lambda(\gamma_0+\gamma_1) = R(Q_1-Q_0)$. Поскольку $\lim\limits_{R\to\infty}\gamma=0$ и $\gamma_1+\gamma+\gamma_0=P^\circ$, то $\lim\limits_{R\to\infty}(\gamma_1+\gamma_0)=P^\circ$. Так как $\Lambda(P^\circ)=0$, то $\lim\limits_{R\to\infty}(Q_1-Q_0)=0$. Физический смысл этого условия очевиден. Величина $Q_0(\mathbf{u})$ характеризует количество жидкости, которое в сечении $y=\mathrm{const}$ втекает в зону подогрева, имея скорость $\mathbf{u}$. Величина $Q_1(\mathbf{u})$ характеризует количество жидкости, которое в том же сечении вытекает из зоны подогрева, имея скорость $\mathbf{u}$. Так как зона подогрева тонкая, то на расстояниях порядка толщины этой зоны скорость среды не меняется и, следовательно, $Q_0=Q_1$. Если зона подогрева имеет большую толщину, то при сохранении общего расхода часть жидкости, поступившая в нее со скоростью $\mathbf{u}$, покинет ее со скоростью $\mathbf{u}^{(1)}\neq\mathbf{u}$. В области $c_1<c<1$ имеем $n_0=1$. Тогда из (4.9) имеем

$$S = Ac^{1/2+r} + Bc^{1/2-r}, \quad r=\sqrt{1/4-s}, \quad \mathrm{Re}\,(r)\geqslant 0$$

$$Q_1-Q_0=$$

$$=\sum_s[(1/2+r)A(1-C_1^{-1/2+r})+(1/2-r)B(1-c_1^{-1/2-r})]H\exp(-i\varkappa y)$$

Поскольку $\lim\limits_{R\to\infty}c_1=0$, то отсюда видно, что $\lim\limits_{R\to\infty}(Q_1-Q_0)=0$ только если $\lim\limits_{R\to\infty}\mathrm{Re}(r)=0$ или $\lim\limits_{R\to\infty}\mathrm{Re}(r)=1/2$. Следовательно,

(4.11) $s=1/4+s_1, \quad \lim\limits_{R\to\infty}s_1=0$

(4.12) $s=s_2, \quad \lim\limits_{R\to\infty}s_2=0$

Для того чтобы найти величины s_1 и s_2, необходимо знать точный вид n_0. Однако, как будет видно ниже, для отыскания u_t достаточно того, что одно из значений s с точностью до малых членов равно $1/4$. Из (4.5), (4.8) находим

(4.13)
$$\left(k-\frac{1}{v^2}\right)\frac{\partial}{\partial\varphi}(1-\varphi^2)\frac{\partial H}{\partial\varphi}-\frac{\partial^2H}{\partial v^2}-\left(v+\frac{2}{v}\right)\frac{\partial H}{\partial v}+$$
$$+H[Rs-3+i\varkappa(q+v\varphi)]=0$$

5. Так как (4.13) — уравнение второго порядка, то оно имеет два семейства линейно независимых решений. Можно показать, что в особых точках $|\varphi|=1$, $v=0$, $v=\infty$ одно из линейно независимых решений обращается в бесконечность. Такое решение не имеет смысла. Поэтому нетривиальное решение существует лишь при определенной связи между параметрами, входящими в (4.13). Общий вид такой связи есть $F_1(sR, q, \varkappa)=0$. Напомним, что параметр $\varkappa$ в силу (4.8) характеризует пространственные масштабы явления. Большим $\varkappa$ соответствуют масштабы порядка колмогоровского размера, а значениям $\varkappa\sim1$ соответствуют масштабы порядка размера энергосодержащих вихрей. Соотношение $F_1=0$, очевидно, определяет размеры вихрей, влияющих на распространение пламени. В силу (2.1) вихри с размером порядка $a^{3/4}\varepsilon^{-1/4}$ имеют очень малую по сравнению с u_n характерную скорость и, следовательно, не могут повлиять на распространение пламени. Поэтому входящий в соотношение $F_1=0$ параметр $\varkappa$ должен быть порядка единицы либо меньше. В дальнейших оценках, если это не будет специально оговорено, будет предполагаться, что $\varkappa\sim1$.

Заметим далее, что коэффициенты в (4.13) — комплексные числа и поэтому F_1 — комплексная функция. Следовательно, условие $F_1=0$ эквивалентно двум соотношениям между действительными величинами. Исключая из этих соотношений $\varkappa$, можно найти связь между q и $R: q=q(Rs)$. Если s дается формулой (4.11), то в этом соотношении $Rs\gg1$. Естественно найти асимптотическое решение ($Rs\to\infty$). Очевидно возможно три случая: 1) $q\to0$ при $R\to\infty$, 2) $q\to\mathrm{const}\neq0$ при $R\to\infty$, 3) $q\to\infty$ при $R\to\infty$. Первый случай физически не реален, так как при увеличении u_n (возрастании скорости реакции) величина u_t уменьшается. Во втором случае $u_t\sim\sigma$. Такое соотношение получено в [1, 2]. Однако оно противоречит всем имеющимся экспериментальным данным. Следовательно, $q\to\infty$ при $R\to\infty$. Если $q\gg R$ или $q\sim R$ при $R\gg1$, то, как видно из (4.4), u_t либо не зависит от σ, либо уменьшается с увеличением σ, что мало вероятно с физической точки зрения. Поэтому

$$1\ll q\ll R \quad (R\gg1) \tag{5.1}$$

Выскажем теперь ряд соображений о качественной структуре решения. Так как P_0 зависит от $x_1+u_t t$, то зона подогрева (область, в которой $c_1<c<1$), движется вдоль оси x_1 со средней скоростью порядка

$$-u_t=\int\int_{c_1}^{1}P_0u_1\,d^3u\,dc\Big/\int\int_{c_1}^{1}P_0\,d^3u\,dc, \qquad \text{т. е.}$$

$$q\sim-\int_0^\infty\int_{-1}^{1}\int_{c_1}^{1}P_0v^3\varphi\,dc\,dv\,d\varphi\Big/\int_0^\infty\int_{-1}^{1}\int_{c_1}^{1}P_0v^2\,dc\,dv\,d\varphi \tag{5.2}$$

Рассмотрим область G, в которой характерные значения P достаточно велики. Так как уравнение для P линейно, то, отвлекаясь от условий нормировки, без ограничения общности можно считать, что эти значения порядка единицы. Поскольку предполагается, что существуют моменты всех порядков, то эта область имеет конечную протяженность и вне нее плотность вероятностей быстро стремится к нулю. Из (5.2) следует, что область G определена неравенством $0<v<gq$ $(g\sim1)$. Ясно, что в зоне подогрева $0>v_1>-gq$, $v_2\sim v_3\sim1$. Случай $v_2\sim v_3\gg1$ мало вероятен, так как характерные значения безразмерной скорости в силу (4.1) порядка единицы и поэтому неравенства $|v_1|\sim|v_2|\sim|v_3|\gg1$ гораздо менее вероятны, чем неравенства $|v_1|\gg1$, $v_2\sim v_3\sim1$. Если $v_1\sim-v_0$ $(1\ll v_0\leqslant gq)$, а $v_2\sim v_3\sim1$, то характерные значения φ порядка -1 $(1+\varphi\sim v_0^{-2})$. Таким образом, при $|v|\gg1$ область G определена соотношениями $v=v_0$, $\varphi=\varphi_0$, $1\ll v_0\leqslant gq$, $-1\leqslant\varphi_0\leqslant-1+\alpha^{-1/2}$, $\alpha\sim v_0^4$. Поскольку $P_0\sim H$, то все сказанное выше относится и к функциям H: все частные решения уравнения (4.13) принимают значения порядка единицы в области G, а вне этой области стремятся к нулю. Решение будем искать следующим образом. Упростим уравнение (4.13) в области G, найдем решение, которое на границе области асимптотически стремится к нулю, и решение сошьем с тривиальным решением во внешней области. Наибольший интерес представляет самая дальняя часть области G

$$v\sim q, \quad -1\leqslant\varphi\leqslant-1+\alpha^{\nu-1/2}, \quad 0<\nu<1/4, \quad \alpha\sim q^4 \tag{5.3}$$

В этой области из (4.13) получаем

$$\left(k-\frac{1}{v^2}\right)\frac{\partial}{\partial\varphi}(1-\varphi^2)\frac{\partial H}{\partial\varphi}-\frac{\partial^2H}{\partial v^2}-\left(v+\frac{2}{v}\right)\frac{\partial H}{\partial v}+ \\ +H[Rs-3+i\varkappa(q-v)]=0 \tag{5.4}$$

Сравнивая (4.13) и (5.4), видим, что в (4.13) отброшен член $H(1+\varphi)v$, который порядка $\alpha^{-1/4+\nu}\ll 1$. Решение ищем в виде

$$H=v^{-1}\Phi(\varphi)F(v),\quad \frac{d}{d\varphi}(1-\varphi^2)\frac{d\Phi}{d\varphi}+\alpha_1\Phi=0, \tag{5.5}$$
$$\Phi(-1)=1,\quad |\alpha_1|\gg 1.$$

Легко показать, что при увеличении φ функция Φ уменьшается только если $\mathrm{Im}(\alpha_1)=0$, $\mathrm{Re}(\alpha_1)>0$. Поэтому параметр α_1 можно отождествить с величиной α. При $\alpha\to\infty$ функция Φ асимптотически описывается выражением $\Phi=J_0(\chi)$, $\chi=(1+\varphi)\sqrt{\alpha/2}$. Здесь J_0 — функция Бесселя. Если $1+\varphi\sim\alpha^{-1/2}$, то $\Phi\sim 1$ и $H\sim 1$, а если $1+\varphi\sim\alpha^{-1/2+\nu}$, то $\Phi\sim\alpha^{-\nu/2}$, т. е. на границе рассматриваемой области $H\to 0$ при $\alpha\to\infty$. Таким образом, (5.5) — первый член асимптотического разложения. Следует иметь в виду, что следующие члены разложения играют важную роль, поскольку интеграл $\int\limits_0^\infty \Phi\,d\chi$ расходится и, следовательно, формула (5.5) не пригодна для определения моментов распределения вероятностей. Из (5.4), (5.5) получаем

$$h''+Bh=0,\quad h=\exp(^1/_4v^2)F \tag{5.6}$$
$$B={}^3/_2+k\alpha-Rs-{}^1/_4v^2-\alpha v^{-2}+i\varkappa(v-q)\quad (\alpha_1=\alpha)$$

Поскольку $\varkappa\sim 1$, $q\gg 1$, $\alpha\gg 1$, $R\gg 1$, а B — комплексная величина, то если не выполняются определенные соотношения между $\varkappa$, α, q, R, модуль B много больше единицы. Поэтому (5.6) имеет два асимптотических решения

$$h_1=(-B)^{-1/4}\exp\left(-\int^v\sqrt{-B}\,dv\right),\quad h_2=(-B)^{-1/4}\exp\left(\int^v\sqrt{-B}\,dv\right) \tag{5.7}$$

Так как интеграл $\int\limits_{v_1}^\infty |{}^1/_8B''(-B)^{-3/2}-{}^5/_{32}B'^2(-B)^{-5/2}|\,dv$ сходится при всех $v_1>0$, а $|B|\gg 1$ (точки поворота отсутствуют), то эти решения справедливы при всех $v>v_1>0$ ($R\to\infty$, $v_1=\mathrm{const}$). В окрестности точки $v=0$ имеем решения

$$h_3=v^{-\sqrt{1/4+\alpha}}\approx v^{-\sqrt{\alpha}},\quad h_4=v^{\sqrt{1/4+\alpha}}\approx v^{\sqrt{\alpha}}$$

Если $\alpha\to\infty$, то, формально устремляя в (5.7) v к нулю, имеем

$$h_1\approx v^{-\sqrt{\alpha}},\quad h_2\approx v^{\sqrt{\alpha}}$$

Отсюда видно, что при увеличении v решение h_3 переходит в h_1, а h_4 — в h_2. Очевидно, что h_1 не имеет физического смысла. Из (5.7) легко показать, что $h_2\approx v^{-1/2}\exp(^1/_4v^2-i\varkappa v)$ $(v\to\infty)$ и поскольку интеграл $\int^\infty v^2H\,dv$ расходится, то и решение h_2 не имеет смысла. Таким образом, в (5.6) должна быть точка поворота, т. е. при некотором $v=v_0$ должно выполняться соотношение $|B|\sim 1$. Следовательно,

$$\varkappa(v_0-q)=m_1,\quad k\alpha-Rs-{}^1/_4v_0^2-\alpha v_0^{-2}=m_2,\quad m_1\sim m_2\sim 1 \tag{5.8}$$

Отсюда получаем

$$k\alpha-Rs-{}^1/_4(q+m_1/\varkappa)^2-\alpha(q+m_1/\varkappa)^{-2}=m_2$$

Следовательно $k\alpha > Rs+\text{const}$. Пусть $k\alpha \gg Rs$ и $\varkappa \sim 1$. Тогда либо $q \sim \sqrt{\alpha}$, либо $q \sim 1$, что противоречит (5.1) и (5.3). Поэтому

(5.9) $$\alpha = Rs+\beta/k,\ \beta = {}^1/_4(q+m_1/\varkappa)^2 + Rsk^{-1}(q+m_1/\varkappa)^{-2} + m_2 \ll Rs/k$$

Пользуясь (5.3), (5.9), получаем оценку скорости распространения пламени

(5.10) $$q = \mu(Rs/k)^{1/4}$$

Найдем величину μ. Из (5.8) получаем, что при $\varkappa \sim 1$ существует одна точка поворота $v = v_0 \approx q$. В окрестности этой точки разложим B в ряд Тейлора. Используя (5.8), (5.10), имеем

(5.11) $$\begin{gathered} B = m + i\varkappa z - B_1 z - {}^1/_4 B_2 z^2, \quad z = v - v_0 \approx v - q, \quad m = m_2 + im_1 \\ B_1 = {}^1/_2 v_0 - 2\alpha/v_0^3 \approx \alpha^{1/2}({}^1/_2\mu - 2/\mu^3), \\ B_2 = 1 + 12\alpha/v_0^4 \approx 1 + 12/\mu^4 \end{gathered}$$

Так как $v_0 \sim \alpha^{1/4}$, то это разложение с точностью до членов много меньше единицы справедливо в области $|z| \leqslant \alpha^l$ $(0<l<1/12)$. Пусть $\mu \neq \sqrt{2}$. Тогда $|B_1| \gg 1$ и в области $z \sim 1$ можно пренебречь членом $m + i\varkappa z - {}^1/_4 B_2 z^2 \sim 1$. При этом из (5.6), (5.11) получаем

(5.12) $$h'' - B_1 z h = 0, \quad B_1 \sim \sqrt{\alpha}$$

Из (5.7) видно, что при $z \gg 1$ $(v \to \infty)$ имеет смысл только решение h_1. Поэтому решение уравнения (5.12) должно экспоненциально убывать при $z \to \infty$. Такое решение существует только если $B_1 > 0$. Оно имеет вид $h = \sqrt{z} K_{1/3}({}^2/_3 B_1^{1/2} z^{3/2})$. Здесь $K_{1/3}$ — модифицированная функция Бесселя третьего рода. Если $z<0$, то это решение приобретает вид

$$h = \pi\sqrt{-{}^1/_3 z}\{J_{1/3}[{}^2/_3\sqrt{B_1}(-z)^{3/2}] + J_{-1/3}[{}^2/_3\sqrt{B_1}(-z)^{3/2}]\}$$

Функции $\sqrt{-z}J_{1/3}$ и $\sqrt{-z}J_{-1/3}$ есть линейно независимые решения уравнения (5.12). Поэтому в области $z \ll -1$ будут существовать оба линейно независимых решения уравнения (5.6) h_1 и h_2, из которых одно не имеет смысла. Следовательно, при $\mu \neq \sqrt{2}$ $(|B_1| \gg 1)$ решений нет. Рассмотрим случай $\mu = \sqrt{2}$. Тогда $B_1 \sim 1$. Из (5.6), (5.11) находим

$$h'' + (m + i\varkappa z - B_1 z - {}^1/_4 B_2 z^2)h = 0, \ |m| \sim 1, \ |B_1| \sim 1, \ B_2 \approx 4$$

Решение есть

(5.13) $$h = D_n[\sqrt{2}(z - {}^1/_2 i\varkappa + {}^1/_2 B_1)], \qquad n = -{}^1/_2 + {}^1/_2 m + {}^1/_8(i\varkappa - B_1)^2 \sim 1$$

Здесь D_n — функции параболического цилиндра. Как уже отмечалось, соотношения (5.11) и, следовательно, (5.13) справедливы в области $|z| \leqslant \alpha^l$. Поэтому $|z|$ может принимать большие значения. Пусть $n = 0, 1, 2, \ldots$ Тогда из (5.13) при $|z| \to \infty$ получаем

$$h = z^n \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[z - \frac{i\varkappa_1 - B_1}{2}\right]^2\right\}$$

Эту формулу можно представить в виде

$$h = z^n \exp\left[-\int_0^z \sqrt{-b}\,dz\right] \ (z>0), \quad h = z^n \exp\left[\int_0^z \sqrt{-B}\,dz\right] \ (z<0)$$

Отсюда следует, что в области $z>0$ решение дается функцией h_1, а в области $z<0$ дается функцией h_2. Таким образом, при $\varkappa\sim1$ решение, имеющее физический смысл, существует только при выполнении условия

(5.14) $$\mu=\sqrt{2}$$

Видно, что это решение принимает максимальное значение при $v\sim q$; из (5.7), (5.14) следует, что действительная часть в показателе экспоненты в формуле для F имеет максимум при $v=q/\sqrt{2}$.

Выше был исследован случай, когда $\varkappa\sim1$, а s дается формулой (4.11). Не останавливаясь на подробностях исследования других случаев, укажем, что если $\varkappa\sim0$ или если s дается формулой (4.12), то решения существуют (по крайней мере если $|\varkappa|\ll1$). Существенно, что при этом не возникает ограничений на параметр q. Выше эти ограничения возникали из условия, что точка поворота существует и имеет второй порядок ($B'\sim1$). Если $|\varkappa|\ll1$, то имеется две точки поворота (первое соотношение в (5.8) выполняется автоматически). Теперь эти точки могут иметь первый порядок ($|B'|\gg1$). При этом если $v<v^{(1)}$, то решение определяется функцией h_2, если $v^{(1)}<v<v^{(2)}$, то решение есть линейная комбинация из h_1 и h_2, а если $v>v^{(2)}$, то решение определяется функцией h_1. Здесь $v^{(1)}$ и $v^{(2)}$ $(v^{(2)}>v^{(1)})$ – точки поворота. Решения такого типа принимают максимальные значения не только при $v\sim q$, но при $v<q$. Общее решение уравнения для распределения вероятностей должно быть линейной комбинацией всех частных решений. Коэффициенты в такой линейной комбинации должны выбираться из условия неотрицательности и нормированности решения.

С практической точки зрения распределение вероятностей не имеет большого значения, так как основной интерес представляет скорость распространения пламени. Эта величина дается формулами (4.4), (4.11), (5.10), (5.14). Из этих соотношений имеем

(5.15) $$u_t=k^{-1/4}\sigma^{3/4}L^{1/4}u_n^{1/2}a^{-1/4}$$

6. Проанализируем полученное соотношение. Формула (5.15) с точностью до численного множителя найдена в [14] из качественных соображений, вытекающих из предположения о том, что толщина зоны подогрева много больше колмогоровского масштаба. В данной работе для совершенно других условий и совершенно другим методом получена такая же формула.

Из (5.15) следует, что скорость распространения пламени неограниченно возрастает при $u_n=\text{const}$ и $a\to0$, т. е. при неограниченном уменьшении толщины фронта пламени в ламинарном потоке. Аналогичный результат получен в [15], где для случая слабой турбулентности ($u_n\gg\sigma$) найдено точное решение задачи. При увеличении пульсационной скорости σ скорость распространения пламени возрастает как $\sigma^{3/4}$. Этот закон подтверждается большинством измерений. Обзор таких измерений можно найти, например, в [16]. Масштаб турбулентности слабо влияет на скорость распространения пламени: $u_t\sim L^{1/4}$, что хорошо согласуется с опытами [17]. При изменении давления имеем: $u_n\sim p^{-0,2}$, $a\sim p^{-1}$. Тогда $u_t\sim p^{0,15}$, что в точности соответствует опытам [18]. Рассмотрим, как влияет начальная температура горячей смеси T_0 на u_t. Из качественных соображений ясно, что в (5.15) величина a должна рассчитываться по температуре пламени. Последнее связано с тем, что в зоне химических реакций $\partial c/\partial n=u_n/a$ при $c=1$, т. е. при $T=T_b$ (T_b – температура пламени) и, следовательно, $N_0(1-0)=u_n^2/a$, где a определяется по температуре пламени. Температура пламени слабо зависит от начальной температуры T_0. Поэтому при вариации начальной температуры можно считать $a=\text{const}$. Тогда поскольку $u_n\sim T_0^2$, то из (5.15) получаем $u_t\sim T_0$, что в точности согласуется с опытами [19].

Наконец, сопоставим абсолютные значения u_t с опытными данными, для чего рассмотрим типичный режим, встречающийся в экспериментах, например [19]: горение стехиометрической бензино-воздушной смеси при нормальном давлении и начальной температуре 440° K в трубе квадратного сечения 5×5 *см*^{2} при средней скорости 50 *м/сек*. Имеем $\sigma=250$ *см/сек*, $L=1$ *см*, $a=3.4$ *см*^{2}*/сек*, $u_n=86$ *см/сек*, $k=0{,}53$. Отсюда $u_t=5$ *м/сек*. Измеренное в [19] значение $u_t=6.8$ *м/сек*. Таким образом, и по порядку величины формула (5.15) дает правильные значения u_t.

Оценивая результаты сопоставления теоретических и экспериментальных данных, следует иметь в виду принятые ранее предположения о постоянстве плотности и о равенстве коэффициентов молекулярного переноса. Известно [20], что в ряде случаев отличия в коэффициентах диффузии горючего и окислителя могут заметно влиять на турбулентное горение перемешанных газов, обусловливая различия в значениях u_t при одинаковых u_n в смесях с избытком и недостатком горючего. Без оценки этого эффекта более детальное сопоставление теоретических и экспериментальных данных нецелесообразно.

Автор благодарит В. А. Сабельникова за критические замечания.

Поступила 26 I 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *Damkohler G.* Der Einfluss der Turbulenz auf die Flammengeschwindigkeit in Gas-gemischen. Z. Electrochemie, 1940, Bd 46, Nr 11.
2. *Щелкин К. И.* О сгорании в турбулентном потоке. Ж. техн. физ., 1943, т. 13, вып. 9, 10.
3. *Кузнецов В. Р.* Влияние флуктуаций температур и концентраций на среднюю скорость химической реакции в турбулентном потоке. 2-й Всес. симпозиум по горению и взрыву. Автореф. докл. Черноголовка, 1969.
4. *Кузнецов В. Р.* Влияние пульсаций температуры и концентраций на задержку воспламенения в турбулентном потоке. В кн. «Горение и взрыв». М., «Наука», 1972.
5. *Chimg P. M.* Turbulent duffusion flame in couette flow. AIAA paper, 1972, No. 214.
6. *Вилюнов В. Н., Дик И. Г.* О статистико-феноменологическом подходе в теории турбулентного пламени. Всес. школа-конференция по теории горения. Звенигород, 1975. Тезисы докл. М., Ин-т проблем механики АН СССР, 1975.
7. *Кузнецов В. Р., Фрост В. А.* Распределение вероятностей концентрации и перемежаемость в турбулентных струях. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 2.
8. *Зельдович Я. Б., Франк-Каменецкий Д. А.* Теория теплового распространения пламени. Ж. физ. химии, 1938, т. 12, № 1.
9. *Колмогоров А. Н.* Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса. Докл. АН СССР, 1941, т. 30, № 4.
10. *Кузнецов В. Р.* О плотности вероятности разности скоростей в двух точках однородного, изотропного турбулентного потока. ПММ, 1967, т. 31, № 6.
11. *Улинич Ф. Р., Любимов Б. Я.* К статистической теории турбулентности в несжимаемой жидкости при больших числах Рейнольдса. ЖЭТФ, 1968, т. 55, № 3.
12. *Townsend A. A.* The measurement of double and triple correlation derivatives in isotropic turbulence. Proc. Cambridge Philos. Soc., 1947, vol. 43, N 4.
13. *Rotta J.* Statistische Theorie Nichthomogener Turbulenz. Z. Physik, 1951, Bd 129, Nr 6.
14. *Зимонт В. Л., Сабельников В. А.* Критериальное описание скорости сгорания в турбулентном потоке горючей смеси. Всес. школа-конференция по теории горения. Звенигород, 1975, Тезисы докл. М., Ин-т проблем механики АН СССР, 1975.
15. *Кузнецов В. Р.* Некоторые особенности движения фронта пламени в турбулентном потоке однородной горючей смеси. Физика горения и взрыва, 1975, т. 11, № 4.
16. *Andrews G. E., Bradley D., Lwakawamba S. B.* Turbulence and turbulent flame propagation: Combustion and Flame, 1975, vol. 24, No. 3.
17. *Янковский В. М., Талантов А. В.* Влияние размера системы на основные характеристики процесса горения в турбулентном потоке однородной смеси. Изв. вузов, Авиац. техн., 1969, № 3.
18. *Khramtsov V. A.* Investigation of pressure effect on parameters of turbulence and on turbulent burning. 7-th Sympos. on Combustion London – Oxford, 1958. London, Butterworths Sci. Publ., 1959.
19. *Кузин А. Ф., Янковский В. М., Аполлонов В. Л., Талантов А. В.* Влияние начальной температуры на основные характеристики горения в турбулентном потоке однородной смеси. В кн. «Горение и взрыв». М., «Наука», 1972.
20. *Бурико Ю. Я., Кузнецов В. Р.* Влияние диффузионного расслоения на горение однородной смеси в ламинарном и турбулентном потоке. Тез. докл. Всес. школы-конференции по теории горения. Звенигород, 1975. Тезисы докл. М., Ин-т проблем механики АН СССР, 1975.