

4. Brock J. R. On the theory of thermal forces acting on aerosol particles. J. Colloid Sci., 1962, vol. 17, No. 8.
5. Jacobsen S., Brock J. R. The thermal force on spherical sodium chloride aerosols. J. Colloid Sci., 1965, vol. 20, No. 6.
6. Яламов Ю. И., Дерягин Б. В. Теория термофореза умеренно крупных и крупных аэрозольных частиц с учетом теплового скольжения газа и скачка температуры у поверхности частиц. Коллоидн. ж., 1971, т. 33, вып. 2.
7. Баканов С. П., Дерягин Б. В. О теории термореципитации высокодисперсных аэрозольных систем. Коллоидн. ж., 1959, т. 21, № 4.
8. Waldmann L. On the motion of spherical particles in nonhomogeneous gases. Rarefied Gas Dynamics. New York — London, Acad. Press., 1961.
9. Brock J. R. The thermal force in the transition region. J. Colloid and Interface Sci., 1967, vol. 23, No. 3.
10. Dwyer H. A. Thirteen-moment theory of the thermal force on a spherical particle. Phys. Fluids, 1967, vol. 10, No. 5.
11. Sone Y. A flow induced by thermal stress in rarefied gas. J. Phys. Soc. Japan, 1972, vol. 33, No. 1.
12. Hidy G. M., Brock J. R. Photophoresis and the descent of particles into lower stratosphere. J. Geophys. Res., 1967, vol. 72, No. 2.
13. Hilbert D. Begründung der kinetischen gastheorie. Math. Ann., 1912, Bd 72, S. 562.
14. Ермаков С. М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М., «Наука», 1971.

УДК 533.93

ВЛИЯНИЕ СТЕНКИ НА ИОННЫЙ ТОК НАСЫЩЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЗОНДА

Н. Ф. ЗАКРЖЕВСКИЙ, И. Б. ЧЕКМАРЕВ

(Ленинград)

Гидродинамическая теория электростатических зондов в слабоионизованном газе получила значительное развитие (например, [1-5]). Однако полученные результаты относятся к случаям одиночного зонда в форме плоскости, сферы или цилиндра. Лишь в последнее время стали исследоваться такие вопросы, как влияние ограничивающих плазму стенок на характеристики зонда, краевые эффекты и т. д. [6, 7], что объясняется значительными трудностями решения задач с резкими изменениями величин около границ, к которым относится и проблема зонда в плотной плазме.

В настоящей работе показано, что исследование пространственных и краевых эффектов можно существенно упростить, если рассматривать предельные режимы токов насыщения. Приведены результаты численного решения задачи о цилиндрическом зонде около стенки.

Поведение электронного и ионного компонентов в квазинейтральной области слабоионизованного газа описывается следующей системой уравнений:

$$(1) \quad \begin{aligned} \partial n / \partial t + \nabla \Gamma_{\alpha} &= \nu_j n - \gamma n^3 \\ k T_{\alpha} \nabla n + e_{\alpha} n \nabla \varphi - e_{\alpha} \Gamma_{\alpha} \times \mathbf{B} &= -m_{\alpha} \tau_{\alpha}^{-1} \Gamma_{\alpha} \end{aligned}$$

Здесь n — концентрация заряженных частиц, Γ_{α} — диффузионный поток частиц сорта α ($\alpha = e, i$), T_{α} — принимаемая постоянной температура, m_{α} — масса частиц, e_{α} — заряд, τ_{α} — время между упругими столкновениями с нейтральными атомами газа, φ — электрический потенциал, \mathbf{B} — вектор магнитной индукции внешнего поля. Предполагается, что имеет место ионизация электронами с частотой ионизации ν_j и рекомбинация при тройных соударениях с коэффициентом γ .

Введем безразмерные переменные

$$\begin{aligned} g &= n/n_0, & \tau &= D_{at}/L^2, & \mathbf{G}_{\alpha} &= \Gamma_{\alpha} L / D_{\alpha} n_0 \\ \Phi &= e\varphi/kT_e, & b &= \mathbf{B}/B, & D_{\alpha} &= k(T_e + T_i)\tau_i/m_i \end{aligned}$$

где n_0 — характерная плотность заряженных частиц, определяемая из равновесного соотношения $\nu_j n_0 - \gamma n_0^3 = 0$, L — характерный макроскопический размер, D_{α} — коэффициент амбиполярной диффузии.

Тогда система (1) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial \tau} + \nabla G_\alpha &= D(g - g^3) \\ (2) \quad \nabla g - g \nabla \Phi + \frac{T_e + T_i}{T_e} \omega_i \tau_i (\mathbf{G}_e \times \mathbf{b}) &= - \frac{T_e + T_i}{T_e} \frac{\mu_i}{\mu_e} \mathbf{G}_e \\ \frac{T_i}{T_e} \nabla g + g \nabla \Phi - \frac{T_e + T_i}{T_e} \omega_i \tau_i (\mathbf{G}_i \times \mathbf{b}) &= - \frac{T_e + T_i}{T_e} \mathbf{G}_i \\ D &= \frac{\nu_J L^2}{D_\alpha}, \quad \mu_\alpha = \frac{e \tau_\alpha}{m_\alpha}, \quad \omega_\alpha \tau_\alpha = \mu_\alpha B, \quad \beta = \omega_e \tau_e \omega_i \tau_i \end{aligned}$$

Здесь D — ионизационное число Дамкёлера.

С помощью соотношения $\mathbf{j} = \mathbf{G}_i - \mathbf{G}_e$ и уравнений движения электронного и ионного газов нетрудно выразить диффузионные потоки через плотность тока.

Находим при $\mu_i/\mu_e \ll 1$

$$\begin{aligned} (3) \quad \mathbf{G}_i &= -\nabla g + \omega_i \tau_i (\mathbf{j} \times \mathbf{b}) + \mu_i \mu_e^{-1} \mathbf{j} \\ \mathbf{G}_e &= -\nabla g + \omega_i \tau_i (\mathbf{j} \times \mathbf{b}) - \mathbf{j} \end{aligned}$$

Исключив теперь из системы (2) потоки \mathbf{G}_α и электрический потенциал, получим для неизвестной концентрации заряженных частиц и плотности тока уравнения

$$\begin{aligned} (4) \quad \partial g / \partial \tau &= \Delta g + D(g - g^3) - \omega_i \tau_i \nabla (\mathbf{j} \times \mathbf{b}), \quad \nabla \mathbf{j} = 0 \\ \text{rot } \{g^{-1} [\mathbf{j} + \omega_e \tau_e (\mathbf{j} \times \mathbf{b}) - \beta (\mathbf{j} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{b} + \omega_e \tau_e (\nabla g \times \mathbf{b})]\} &= 0 \end{aligned}$$

Если плазма ограничена непроводящими стенками, то система (4) может служить для определения распределения концентрации заряженных частиц и плотности тока. Действительно, так как в этом случае нормальная составляющая тока на стенке равна нулю и слабо изменяется поперек экранирующего слоя, а концентрация заряженных частиц очень мала около стенки, то можно не рассматривать область дебаевского слоя и использовать для уравнений (4) приближенные граничные условия

$$(5) \quad g=0, \quad j_n=0$$

При наличии проводящих участков, на которых в качестве граничного условия задается электрический потенциал, задача значительно усложняется. В этом случае, с одной стороны, уже необходимо исследовать структуру экранирующего слоя. С другой стороны, возрастают трудности численного решения из-за больших значений нормальной производной потенциала около стенки.

Однако можно указать два случая, когда система (4) может быть использована без рассмотрения дебаевского слоя и при наличии проводящих участков границы. Это режимы ионного и электронного токов насыщения. Используя в первом случае равенство нулю диффузионного потока электронов, получим для проводящей поверхности зонда граничное условие в виде

$$(6) \quad g=0, \quad [\nabla g - \omega_i \tau_i (\mathbf{j} \times \mathbf{b}) + \mathbf{j}]_n = 0$$

Во втором случае получаем соответственно

$$(7) \quad g=0, \quad \left[\nabla g - \omega_i \tau_i (\mathbf{j} \times \mathbf{b}) - \frac{\mu_i}{\mu_e} \mathbf{j} \right]_n = 0$$

В отсутствие магнитного поля задача значительно упрощается и сводится к системе уравнений

$$(8) \quad \partial g / \partial \tau = \Delta g + D(g - g^3), \quad \text{rot } (\mathbf{j}/g) = 0, \quad \nabla \mathbf{j} = 0$$

с граничными условиями (5) на непроводящих участках и условиями

$$(9) \quad g=0, \quad j_n = -\partial g / \partial n \quad \text{или} \quad j_n = \mu_e \mu_i^{-1} \partial g / \partial n$$

на проводящих участках.

Использование системы (4) или (8) для исследования режима электронного тока насыщения малооправдано из-за предположения изотермичности. Однако для изучения влияния краевых эффектов или сложной геометрии зонда на ионный ток насыщения предложенный подход может быть полезен.

В качестве примера рассмотрим стационарную задачу о бесконечно длинном цилиндрическом зонде около непроводящей стенки (фиг. 1).

Введем плоские биполярные координаты [8]

$$(10) \quad x = a \operatorname{sh} \xi [\operatorname{ch} \xi + \cos \eta]^{-1}, \quad y = a \sin \eta [\operatorname{ch} \xi + \cos \eta]^{-1}$$

В этой системе координат плоскость представляется координатной поверхностью $\xi=0$, а зонд — поверхностью $\xi=\xi_p$. Если за характерную длину L принять радиус зонда R , то $a = \operatorname{sh} \xi_p$, $H = \operatorname{ch} \xi_p$.

Распределение плотности заряженных частиц тогда определяется уравнением и граничными условиями

$$(11) \quad \frac{\partial^2 g}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial \eta^2} = \frac{Da^2}{(\operatorname{ch} \xi + \cos \eta)^2} (g^3 - g)$$

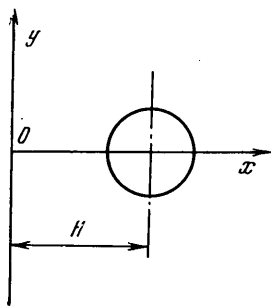
$$\xi=0, \quad g=0; \quad \xi=\xi_p, \quad g=0$$

$$\xi \rightarrow 0, \quad \eta \rightarrow \pi, \quad g \rightarrow 1$$

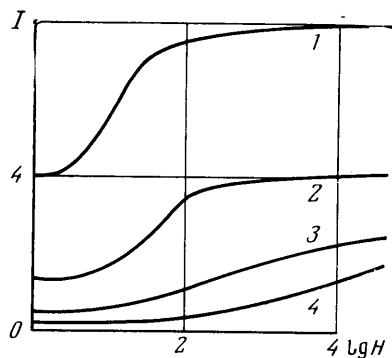
Плотность тока на поверхности зонда и полный ток на зонд определяются формулами

$$(12) \quad j_p = - \frac{\operatorname{ch} \xi_p + \cos \eta}{a} \frac{\partial g}{\partial \xi} \Big|_{\xi_p}, \quad I = -2 \int_0^\pi \frac{\partial g}{\partial \xi} \Big|_{\xi_p} d\eta$$

Зависимость полного ионного тока от расстояния между зондом и плоскостью H , полученная в результате численного интегрирования уравнения (11), приведена



Фиг. 1



Фиг. 2

на фиг. 2. Кривым 1–4 на фигуре соответствуют значения $D=1, 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}$. Видно, что характер влияния стенки существенно зависит от величины числа Дамкёлера. При $D \sim 1$ можно выделить две области. На больших расстояниях от плоскости имеем область слабого взаимодействия. Здесь несимметрия в распределении тока по поверхности зонда еще мала и влияние стенки проявляется в уменьшении концентрации заряженных частиц и, следовательно, в уменьшении тока на зонд.

На более близких расстояниях от плоскости имеет место сильное взаимодействие диффузионных зон, приводящее к большой неравномерности в распределении тока. Для этой области характерно резкое уменьшение тока по мере приближения к плоскости.

При малых значениях параметра D , обычных для низкотемпературной слабоионизованной плазмы, зоны возмущения велики и влияние стенки заметно на значительных расстояниях. Однако резкая граница между областями сильного и слабого взаимодействия отсутствует и ток по мере приближения к стенке убывает значительно более плавно.

ЛИТЕРАТУРА

Поступила 15 XII 1975

1. Cohen I. M. Asymptotic theory of spherical electrostatic probes in a slightly ionized, collision — dominated gas. Phys. Fluids, 1963, vol. 6, No. 10.
2. Lam S. M. A general theory for the flow of weakly ionized gases. AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 2.

3. Дюжев Г. А., Марциновский А. М., Мойжес Б. Я., Пикус Г. Е., Циркель Б. И., Юрьев В. Г. Зондовые исследования плазмы в термоэмиссионных преобразователях с высоким давлением паров цезия. Ж. техн. физ., 1966, т. 36, № 4.
4. Ульянов К. Н. Теория электрических зондов в плотной плазме. Ж. техн. физ., 1970, т. 40, № 4.
5. Chung P. M., Talbot L., Touryan K. J. Electric probes in stationary and flowing plasmas, pt 1. Collisionless and transitional probes. AIAA Journal, 1974, vol. 12, No. 2.
6. Cohen I. M. Characteristics of a spherical electrostatic probe in a bounded plasma. Phys. Fluids, 1970, vol. 13, No. 4.
7. Boyer D. W., Touryan K. J. Experimental and numerical studies of flush electrostatic probes in hypersonic ionized flows: I. Experiment. AIAA Journal, 1972, vol. 10, No. 12.
8. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М. — Л., Изд-во АН СССР, 1948.

УДК 534.833:621.43.056

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕЗОНАТОРА ГЕЛЬМГОЛЬЦА ПРИ КОЛЕБАНИЯХ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

И. М. СЕВАСТЬЯНОВ

(Астрахань)

Исследован вид упругой и диссипативной характеристик резонатора Гельмгольца. На основании анализа уравнения свободных колебаний в резонаторе и экспериментального исследования затухания колебаний показано, что упругую характеристику резонатора можно считать линейной, а диссипативную — квадратичной.

Резонатор Гельмгольца может быть генератором автоколебаний при сжигании топлива в высокофорсированных камерах сгорания [1, 2] и, напротив, служить демпфером при возникновении вибрационного горения [3]. Применяемая в настоящее время линейная теория резонатора [2-5], разработанная для акустических колебаний, становится недостаточной [3] при колебаниях конечной амплитуды.

Цель настоящей работы — исследование вида диссипативной и упругой характеристик резонатора Гельмгольца при конечных, но докритических амплитудах колебаний давления (т. е. при дозвуковых скоростях). Наиболее вероятная квадратичная диссипативная характеристика резонатора [6] требует экспериментального подтверждения.

Резонатор Гельмгольца, состоящий из камеры с присоединенной к ней трубой рассматривается как колебательная система с сосредоточенными параметрами [4, 5]. В случае линейной упругой и нелинейной диссипативной характеристик уравнение свободных продольных колебаний газа в трубе резонатора будет иметь вид

$$(1) \quad m\ddot{x} + r\dot{x}|\dot{x}|^{n-1} + kx = 0$$

где m — масса газа в трубе, \ddot{x} — ускорение, r — коэффициент сопротивления, \dot{x} — скорость газа в трубе, k — коэффициент упругости газа в камере резонатора, x — смещение газа в трубе.

При $n=1$ амплитуда смещения

$$(2) \quad A(t) = A_0 \exp(-kt/2m)$$

Здесь t — время; A_0 — начальная амплитуда смещения. При $n \neq 1$ используем приближенное решение для огибающей амплитуд [7]

$$A(t) = A_0 \sqrt{\frac{\pi k}{\pi k + 2r(n-1)\omega^{n+1}J(n)A_0^{n-1}t}}, \quad J(n) = \frac{2^{n-2}n\Gamma(n/2)}{(n+1)\Gamma(n)}$$

где Γ — гамма-функция, ω — циклическая частота.

При $n=2$

$$(3) \quad A_0/A = 1 + C_1\tau, \quad \tau = t/T$$

Здесь T — период колебаний.