

кания (кривая 4) и распад отсоединенного скачка R не позволили полно провести сравнение эксперимента (кривая 2) с расчетом (кривая 4) для сечения II, по качеству поведение потока в зоне магнитного поля согласуется с результатами [4].

Поступила 4 XI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Вагажин А. Б., Кашкин Ю. Ф., Холщевникова Е. К. Экспериментальное и теоретическое исследование течения плазмы в неоднородном магнитном поле. 5-th Internat. Conf. Magnetohydrodynamic Electrical Power Generation, vol. 2. Munich, 1971.
2. Кашкин Ю. Ф. Исследование концевых электрических токов при движении плазмы по каналу электроразрядной трубы через неоднородное магнитное поле. ПМТФ, 1970, № 1.
3. Кашкин Ю. Ф. О торможении сгустка плазмы в неоднородном магнитном поле. ПМТФ, 1969, № 3.
4. Губарев А. В., Дегтярев Л. М., Самарский А. А., Фаворский А. П. Некоторые двумерные эффекты сверхзвукового течения электропроводного газа в МГД-каналах. 5-th Internat. Conf. Magnetohydrodynamic Electrical Power Generation, vol. 2. Munich, 1971.
5. Борисов М. Б., Зайцев С. Г., Чеботарева Е. И., Лазарева Е. В. Экспериментальное исследование взаимодействия ударной волны с магнитным полем. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 3.
6. Холщевникова Е. К. Стационарное сверхзвуковое течение проводящего газа в канале с непроводящими стенками при слабом магнитогидродинамическом взаимодействии. ПМТФ, 1970, № 4.

УДК 533.6.011.8+535.21

ТЕРМОФОРЕЗ И ФОТОФОРЕЗ В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

С. Л. ГОРЕЛОВ

(Москва)

В данной работе рассматривается задача о силе, действующей на сферическую частицу, помещенную в неоднородно нагретый разреженный газ (термофорез), и задача о силе, действующей на такую частицу в изотермическом разреженном газе, нагреваемую внешним потоком тепла (фотофорез). Обе задачи решаются в линейной постановке, т. е. в предположении о малости градиента температуры газа и внешнего теплового потока соответственно. Возросший интерес к этим задачам обусловлен проблемами загрязнения атмосферы, физики облаков и т. д.

1. Впервые теоретически рассмотрена задача о термофорезе в работе [1]. В ней при помощи уравнений Стокса с граничными условиями температурного скольжения [2] была найдена величина силы, действующей на сферическую частицу в газе с заданным градиентом температуры ∇T

$$(1.1) \quad F_{t0} = -9\pi R \frac{\mu^2}{\rho T} \left(\frac{\lambda_g}{2\lambda_g + \lambda_s} \right) \nabla T$$

где R — радиус частицы, μ — коэффициент вязкости газа, ρ — плотность газа, λ_g — теплопроводность газа, λ_s — теплопроводность частицы.

Иначе говоря, в этой работе было получено решение задачи при числе Кнудсена $\text{Kn} \ll 1$. Последующие работы были посвящены учету эффектов более высокого порядка малости: температурного скачка, скорости скольжения, коэффициентов accommodation и т. д. [3-6].

Другой предельный ($\text{Kn} \gg 1$) случай был рассмотрен в [7], а затем в [8], получено следующее выражение, справедливое в свободномолекулярных условиях

$$(1.2) \quad F_{t\infty} = -\frac{32}{15} \left(\frac{\pi m}{8kT} \right)^{1/2} R^2 \lambda_g \nabla T$$

где k — постоянная Больцмана, m — масса молекулы.

В дальнейшем в [9] при помощи модельного кинетического уравнения была получена поправка порядка Kn^{-1} к (1.2).

Попытка получить решение задачи во всем диапазоне чисел Kn при помощи уравнений 13 моментов Грэда предпринята в [10]. Из этой работы следует, что при малых числах Kn и при $\lambda_g/\lambda_s \rightarrow 0$ термоферическая сила меняет знак. Аналогичный результат был получен в [11] из решения уравнений Стокса с граничными условиями температурного скольжения второго порядка. Здесь рассматривалась частица с постоянной температурой поверхности, что соответствует случаю бесконечно большой теплопроводности.

2. Рассмотрим предельный случай $Kn \gg 1$ для задачи о фотофореze. Поскольку внешний тепловой поток q мал, задача линеаризуется и функцию распределения молекул по скоростям можно представить в виде

$$(2.1) \quad f = f_\infty(1 + \varphi), \quad f_\infty = \frac{\rho_\infty}{m} \left(\frac{m}{2\pi k T_\infty} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m\xi^2}{2kT_\infty} \right)$$

где индексом ∞ вводятся значения на бесконечности, k — постоянная Больцмана, ξ — скорость молекулы.

Действующая на частицу сила

$$(2.2) \quad F = 2p_\infty \pi^{-1/2} \iint_S (\mathbf{v}\mathbf{n}) v_z \exp(-v^2) \varphi \, dv \, ds$$

где p_∞ — давление, $\mathbf{v} = (m/2kT_\infty)^{1/2} \xi$, \mathbf{n} — нормаль к поверхности частицы, S — поверхность сферической частицы.

В свободномолекулярном случае

$$\varphi[(\mathbf{v}\mathbf{n}) < 0] = 0, \quad \varphi[(\mathbf{v}\mathbf{n}) > 0] = \varphi_w = \tau_w(v^2 - 2)$$

Здесь учтено условие непротекания на поверхности тела (закон отражения диффузный), $T_w = T_\infty(1 + \tau_w)$ — температура поверхности тела. Тогда (2.2) можно переписать

$$(2.3) \quad F_{f_\infty} = \frac{p_\infty}{4} \int_S \tau_w \cos \theta \, ds$$

где считается, что q направлен по $-z$, θ — полярный угол, отсчитываемый от z .

В полярных координатах $q = q_\infty \cos \theta$ ($0 < \theta < \pi/2$), $q = 0$ ($\pi/2 < \theta < \pi$). Температура частицы находится из решения уравнения Лапласа

$$(2.4) \quad \tau_w = \sum_{i=0}^{\infty} a_i R^i P_i(\cos \theta)$$

где P_i — полиномы Лежандра.

Коэффициенты разложения q_i находятся из равенства локальных тепловых потоков на поверхности частицы

$$(2.5) \quad -q + \frac{p_\infty}{\pi^{1/2}} \left(\frac{2kT_\infty}{\pi m} \right)^{1/2} \int_{(\mathbf{v}\mathbf{n}) > 0} v^2 (\mathbf{v}\mathbf{n}) \exp(-v^2) \varphi_w \, dv = -\lambda_s \frac{T_\infty}{R} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R}$$

где r — координата вдоль радиуса частицы.

Замечая из (2.3), что вклад в силу вносит лишь первый член разложения (2.4), окончательно получаем [12]

$$(2.6) \quad F_{f_\infty} = \frac{\pi}{6} q_\infty R^2 \left[\left(\frac{2kT_\infty}{\pi m} \right)^{1/2} + \frac{\lambda_s T_\infty}{p_\infty R} \right]^{-1}$$

3. Рассматриваемые задачи при произвольном значении числа Kn будем решать при помощи линейного уравнения Больцмана. В интегральной форме оно имеет вид

$$(3.1) \quad \varphi(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \varphi_{\Gamma}(\mathbf{r}_{\Gamma}, \mathbf{v}) \exp[-\beta G(v)(r-r_{\Gamma})v^{-1}] + \\ + \int d\mathbf{r}_1 \int \frac{d\mathbf{v}_1}{v} \varphi(\mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1) \exp(-v_1^2) \alpha K(v_1, v) \exp\left[-\frac{\beta G(v)(r-r_1)}{v}\right]$$

где r — радиус-вектор рассматриваемой точки, r_{Γ} — радиус-вектор точки на границе, $\alpha = \text{Kn}^{-1} = \rho \sigma^2 R / \pi^{1/2} m$, $\beta = \pi \alpha$, σ — диаметр молекулы. Для твердых сферических молекул [13]

$$(3.2) \quad K(v_1, v) = \frac{2}{|\mathbf{v} - \mathbf{v}_1|} \exp\left[\frac{v^2 v_1^2 - (\mathbf{v} \mathbf{v}_1)^2}{(v - v_1)^2}\right] - |\mathbf{v} - \mathbf{v}_1|$$

$$(3.3) \quad G(v) = \exp(-v^2) + \left(2v + \frac{1}{v}\right) \int_0^v \exp(-v_1^2) dv_1$$

В случае задач о термофорезе и фотофорезе соответственно имеем

$$(3.4) \quad \varphi_{t\infty} = z \frac{\partial T}{\partial z} \left(v^2 - \frac{5}{2}\right) + \frac{4}{5} \frac{\lambda_g}{p_{\infty}} \left(\frac{m}{2kT_{\infty}}\right)^{1/2} \frac{v_z}{R} \left(\frac{5}{2} - v^2\right) \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$(3.5) \quad \varphi_{f\infty} = 0$$

На поверхности задается диффузный закон отражения, который в линейном случае имеет вид

$$(3.6) \quad \varphi_{t, fw} = v_w + \tau_w (v^2 - 3/2), \quad \rho_w = \rho_{\infty} (1 + v_w)$$

где ρ_w — плотность отраженных молекул, $v_w \ll 1$, v_w вычисляется из условия непротекания на поверхности тела

$$(3.7) \quad \int (\mathbf{v} \mathbf{n}) \exp(-v^2) \varphi_{t, f} dv = 0$$

Для нахождения τ_w используется сращивание решения уравнения Больцмана с решением уравнения Лапласа для температуры. Условием сращивания является равенство тепловых потоков на поверхности частицы. В задачах о термофорезе и фотофорезе это условие имеет вид соответственно

$$(3.8) \quad \int v^2 (\mathbf{v} \mathbf{n}) \exp(-v^2) \varphi_t dv = -\frac{\lambda_s \pi^{3/2}}{p_{\infty}} \left(\frac{m}{2kT_{\infty}}\right)^{1/2} \frac{T_{\infty}}{R} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=1}$$

$$(3.9) \quad -q + p_{\infty} \pi^{-3/2} \left(\frac{2kT_{\infty}}{m}\right)^{1/2} \int v^2 (\mathbf{v} \mathbf{n}) \exp(-v^2) \varphi_f dv = -\lambda_s \frac{T_{\infty}}{R} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=1}$$

Действующая на частицу сила находится из выражения

$$(3.10) \quad F_{t, f} = 2p_{\infty} \pi^{-3/2} \iint_S v_z (\mathbf{v} \mathbf{n}) \exp(-v^2) \varphi_{t, f} dv$$

Для решения уравнения (3.1) применим метод последовательных приближений

$$(3.11) \quad \varphi(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \sum_{i=0}^{\infty} \varphi_i(\mathbf{r}, \mathbf{v}), \quad \varphi_0 = \varphi_{\Gamma} \exp[-\beta G(v)(r-r_{\Gamma})v^{-1}] \\ \varphi_i = \int_{r_{\Gamma}}^r d\mathbf{r}_1 \int \frac{d\mathbf{v}_1}{v} \varphi_{i-1}(\mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1) \exp(-v_1^2) \alpha K(v_1, v) \exp\left[-\frac{\beta G(v)(r-r_1)}{v}\right]$$

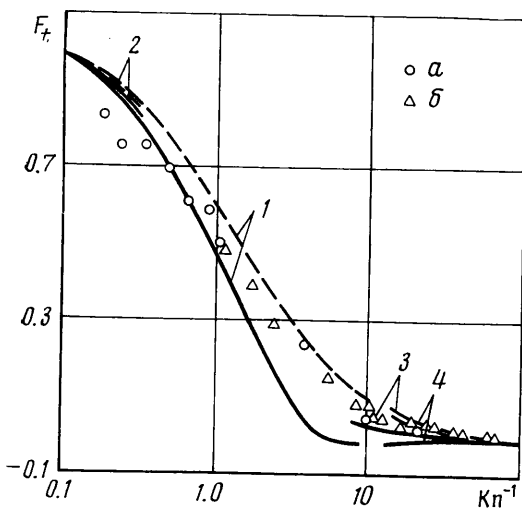
В n -м приближении функционал от решения

$$\psi_n = \int \psi(v) \exp(-v^2) \varphi_n dv$$

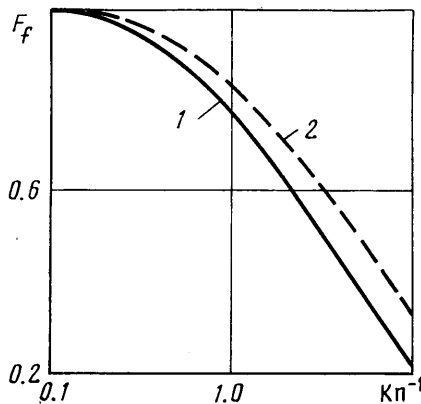
имеет вид

$$(3.12) \quad \psi_n = \int \int \dots \int \varphi_0 \exp(-v_0^2) \exp \left[-\frac{\beta G(v_0)(r_1 - r_r)}{v_0} \right] \times \\ \times \alpha \frac{K(v_0, v_1)}{v_1} \exp(-v_1^2) \exp \left[-\frac{\beta G(v_1)(r_2 - r_1)}{v_1} \right] \times \dots \times \\ \times \alpha \frac{K(v_{n-1}, v_n)}{v_n} \exp(-v_n^2) \exp \left[-\frac{\beta G(v_n)(r_n - r_{n-1})}{v_n} \right] \psi(v_n) dr dv$$

Величины (3.12) вычисляются методом Монте-Карло [14]. Поверхность частицы разбивается по углу θ на ячейки и уравнение (3.1) заменяется системой уравнений.



Фиг. 1



Фиг. 2

Решение уравнения Лапласа записывается в виде интеграла Пуассона для каждой ячейки. Температура находится из уравнения типа (3.8), в данном случае имеющего вид системы линейных алгебраических уравнений. Решение находится методом последовательных приближений. В i -м приближении задается τ_{wi} , из решения уравнения Лапласа находится $\partial T_i / \partial r$, из равенства тепловых потоков на поверхности тела находится τ_{wi+1} , из уравнения Больцмана находится F_i , далее из уравнения Лапласа находится $\partial T_{i+1} / \partial r$ и т. д. Процесс продолжается пока $F_i = F_{i-1}$ с заданной точностью.

На фиг. 1 представлены результаты решения задачи о термофорезе (кривые 1); F_t отнесена к $F_{t\infty}$. Сплошная линия соответствует отношению теплопроводностей $\gamma = \lambda_g / \lambda_s = 0.002$, пунктирная — $\gamma = 0.2$. Кривые 2 — результаты работы [9] при $Kn \gg 1$, кривые 3 — результаты из [5] при $Kn \ll 1$, кривые 4 — решение из [10]. Как указывалось, при малых γ и $Kn \ll 1$ термофоретическая сила меняет знак. В данной работе получено качественное совпадение с этим результатом [10]. На фиг. 1 нанесены экспериментальные данные: а — эксперимент [8] — силикон в аргоне ($\gamma = 0.133$), б — эксперимент [5] — NaCl в аргоне ($\gamma = 0.0028$).

На фиг. 2 приведены результаты решения задачи о фотофорезе. Сила F_f отнесена к свободномолекулярному значению $F_{f\infty}$.

Линия 1 соответствует значению $\gamma = 0.002$, 2 — $\gamma = 0.2$.

Поступила 30 XII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Epstein P. S. Zur theorie des radiometers. Z. Phys., 1929, Bd 54, Nr 7/8.
2. Козан М. Н. Динамика разреженного газа. М., «Наука», 1967.
3. Mason E. A., Chapman S. Motion of small suspended particles in nonuniform gases. J. Chem. Phys., 1962, vol. 36, No. 3.

4. Brock J. R. On the theory of thermal forces acting on aerosol particles. J. Colloid Sci., 1962, vol. 17, No. 8.
5. Jacobsen S., Brock J. R. The thermal force on spherical sodium chloride aerosols. J. Colloid Sci., 1965, vol. 20, No. 6.
6. Яламов Ю. И., Дерягин Б. В. Теория термофореза умеренно крупных и крупных аэрозольных частиц с учетом теплового скольжения газа и скачка температуры у поверхности частиц. Коллоидн. ж., 1971, т. 33, вып. 2.
7. Баканов С. П., Дерягин Б. В. О теории термореципитации высокодисперсных аэрозольных систем. Коллоидн. ж., 1959, т. 21, № 4.
8. Waldmann L. On the motion of spherical particles in nonhomogeneous gases. Rarefied Gas Dynamics. New York — London, Acad. Press., 1961.
9. Brock J. R. The thermal force in the transition region. J. Colloid and Interface Sci., 1967, vol. 23, No. 3.
10. Dwyer H. A. Thirteen-moment theory of the thermal force on a spherical particle. Phys. Fluids, 1967, vol. 10, No. 5.
11. Sone Y. A flow induced by thermal stress in rarefied gas. J. Phys. Soc. Japan, 1972, vol. 33, No. 1.
12. Hidy G. M., Brock J. R. Photophoresis and the descent of particles into lower stratosphere. J. Geophys. Res., 1967, vol. 72, No. 2.
13. Hilbert D. Begründung der kinetischen gastheorie. Math. Ann., 1912, Bd 72, S. 562.
14. Ермаков С. М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М., «Наука», 1971.

УДК 533.93

ВЛИЯНИЕ СТЕНКИ НА ИОННЫЙ ТОК НАСЫЩЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЗОНДА

Н. Ф. ЗАКРЖЕВСКИЙ, И. Б. ЧЕКМАРЕВ

(Ленинград)

Гидродинамическая теория электростатических зондов в слабоионизованном газе получила значительное развитие (например, [1-5]). Однако полученные результаты относятся к случаям одиночного зонда в форме плоскости, сферы или цилиндра. Лишь в последнее время стали исследоваться такие вопросы, как влияние ограничивающих плазму стенок на характеристики зонда, краевые эффекты и т. д. [6, 7], что объясняется значительными трудностями решения задач с резкими изменениями величин около границ, к которым относится и проблема зонда в плотной плазме.

В настоящей работе показано, что исследование пространственных и краевых эффектов можно существенно упростить, если рассматривать предельные режимы токов насыщения. Приведены результаты численного решения задачи о цилиндрическом зонде около стенки.

Поведение электронного и ионного компонентов в квазинейтральной области слабоионизованного газа описывается следующей системой уравнений:

$$(1) \quad \begin{aligned} \partial n / \partial t + \nabla \Gamma_{\alpha} &= \nu_j n - \gamma n^3 \\ k T_{\alpha} \nabla n + e_{\alpha} n \nabla \varphi - e_{\alpha} \Gamma_{\alpha} \times \mathbf{B} &= -m_{\alpha} \tau_{\alpha}^{-1} \Gamma_{\alpha} \end{aligned}$$

Здесь n — концентрация заряженных частиц, Γ_{α} — диффузионный поток частиц сорта α ($\alpha = e, i$), T_{α} — принимаемая постоянной температура, m_{α} — масса частиц, e_{α} — заряд, τ_{α} — время между упругими столкновениями с нейтральными атомами газа, φ — электрический потенциал, \mathbf{B} — вектор магнитной индукции внешнего поля. Предполагается, что имеет место ионизация электронами с частотой ионизации ν_j и рекомбинация при тройных соударениях с коэффициентом γ .

Введем безразмерные переменные

$$\begin{aligned} g &= n/n_0, & \tau &= D_{at}/L^2, & \mathbf{G}_{\alpha} &= \Gamma_{\alpha} L / D_{\alpha} n_0 \\ \Phi &= e\varphi/kT_e, & b &= \mathbf{B}/B, & D_{\alpha} &= k(T_e + T_i)\tau_i/m_i \end{aligned}$$

где n_0 — характерная плотность заряженных частиц, определяемая из равновесного соотношения $\nu_j n_0 - \gamma n_0^3 = 0$, L — характерный макроскопический размер, D_{α} — коэффициент амбиполярной диффузии.