

## О НЕРАВНОВЕСНОМ РАЗГАЗИРОВАНИИ ОДНОКОМПОНЕНТНОЙ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ

А. М. АНДРИИЩИН, В. И. ЛОГИНОВ, Э. Г. СИНАЙСКИЙ

(Москва)

В настоящее время расчет сепарации газожидкостных смесей проводится по методике, основанной на предположении о существовании фазового равновесия между жидкостью и выделившимся из нее газом [1, 2]. Однако справедливость этого предположения нарушается с уменьшением времени сепарации.

В данной работе предложена модель и метод расчета неравновесного разгазирования для частного случая однокомпонентной газожидкостной смеси.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим неподвижную однородную газожидкостную смесь плотности  $\rho$ , вязкости  $\mu$ , занимающую объем  $V$  с высотой слоя жидкости  $H$  и плотностью растворенного газа в начальный момент времени  $\rho_1^0$ . При снижении давления над поверхностью жидкости ниже парциального давления растворенного в жидкости газа в жидкости образуются мелкие пузырьки (зародыши), которые начинают расти за счет диффузии в них растворенного газа и уменьшения гидростатического давления при всплытии пузырей. Достигая поверхности смеси, пузырьки лопаются, высвобождая содержащийся в них газ. Рассмотрим изменение во времени концентрации растворенного газа  $\rho_1$  и поток газа с поверхности жидкости при фиксированном внешнем давлении  $p_\infty$  (дифференциальное разгазирование), а также при переменном внешнем давлении, когда выделяющийся газ накапливается в непроницаемом объеме высоты  $h$  над поверхностью смеси (контактное разгазирование).

В дальнейшем ограничимся случаем, когда все параметры зависят только от одной координаты  $x$  (ось  $x$  направлена по направлению силы тяжести, а начало совпадает с поверхностью смеси). Обозначим через  $n_0$  и  $n$  соответственно распределения по массам зарождающихся в единицу времени и всех пузырей. Если пренебречь конвективным перемешиванием жидкости и дроблением пузырей, то концентрация растворенного газа должна удовлетворять уравнению

$$(1.1) \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = - \int_{m_0}^{\infty} n_0 m \, dm - \int_{m_0}^{\infty} \left( \frac{dm}{dx} \right)_D U n \, dm + D \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial x^2}$$

Здесь  $U$  — скорость пузыря,  $m_0$  — минимальная масса пузыря (например, масса зарождающегося пузыря),  $D$  — коэффициент диффузии,  $(dm/dx)_D$  — изменение массы пузыря за счет диффузии в него растворенного газа, которое может быть получено из условия баланса массы пузыря

$$(1.2) \quad U dm/dx = -J_D, \quad m = \rho_2 v$$

где  $J_D$  — диффузионный поток на пузырь.

Выражение для  $J_D$  может быть получено из решения соответствующей задачи о диффузионном росте пузыря при его всплытии

$$(1.3) \quad J_D = (\rho_1 - \rho_{1w})j$$

где  $\rho_1, \rho_{1w}$  — концентрации растворенного газа соответственно вдали от пузыря и на его поверхности;  $j$  — поток газа на всплывающий пузырь за счет конвективной диффузии при единичной величине разности концентраций газа. Определение потока  $j$  в общем виде представляет значительные математические трудности и в данной работе не обсуждается. В дальнейшем при рассмотрении частных случаев разгазирования будут использоваться известные оценки для  $j$  [3].

Концентрацию газа  $\rho_{1w}$  на поверхности пузыря можно определить из условия равновесия, воспользовавшись предположением о существовании фазового равновесия на поверхности пузыря. При этом, если  $p_2$  — давление газа в пузыре, то оно будет связано с концентрацией растворенного газа на внешней границе пузыря  $\rho_{1w}$  законом Генри

$$(1.4) \quad p_2 = \rho_{1w}\Gamma / (\rho_{1w} + \rho_* M_1 / M_*)$$

Здесь  $\Gamma$  — постоянная Генри,  $M_1, M_*$  — соответственно молекулярные веса растворенного газа и жидкости,  $\rho_*$  — плотность жидкости. Из (1.4) и условия динамического равновесия пузыря радиуса  $R$  с поверхностным натяжением  $\sigma$ , находящимся на глубине  $x$

$$(1.5) \quad p_2 = p_\infty + 2\sigma/R + \rho g x$$

получим

$$(1.6) \quad \rho_{1w} = M_1 \rho_* (p_\infty + 2\sigma/R + \rho g x) / M_* (\Gamma - p_\infty - 2\sigma/R - \rho g x)$$

Вязкими и инерционными эффектами в (1.5) пренебрегаем.

Система уравнений (1.1) — (1.6), к которой следует добавить уравнение состояния  $p_2 = \rho_2 AT / M_1$  (газ предполагается идеальным,  $T$  — температура,  $A$  — газовая постоянная), при заданной зависимости  $n_0$  от параметров смеси описывает процесс разделения газожидкостной смеси при постоянном внешнем давлении.

В случае контактного разгазирования смеси к (1.1) — (1.6) нужно добавить уравнение, описывающее изменение внешнего давления, которое в предположении однородности газа над поверхностью смеси имеет вид

$$(1.7) \quad p_\infty(t) = p_\infty^0 + \frac{AT}{M_1 h} \int_0^t J(t) dt$$

Здесь  $p_\infty^0$  — давление в начальный момент,  $J(t)$  — поток газа с единичной поверхности в единицу времени.

К уравнениям (1.1) — (1.7) следует добавить начальные и граничные условия, вид которых зависит от конкретной задачи.

2. Дифференциальное разгазирование смеси. Найдем решение полученной системы уравнений, моделирующей нестационарное разгазирование газожидкостной смеси, при некоторых упрощающих предположениях. Пусть гидростатическое давление мало по сравнению с внешним  $\rho g H / p_\infty \ll 1$ ; скорость подъема пузырька связана с его радиусом соотношением  $U = \alpha R^2$  (ввиду наличия в жидкости поверхностно-активных веществ, адсорбирующихся на поверхности пузырей, последние ведут себя как твердые недеформируемые сферы); распределение зарождающихся в единицу времени пузырьков монодисперсно:  $n_0 = n_*(x, t) \delta(v - v_0)$ , где  $\delta(v)$  — дель-

та-функция; диффузионный поток  $j$  на поверхность пузыря определяется величиной потока на сферу постоянного радиуса [3], движущуюся с малыми числами Рейнольдса

$$j = 8D^{2/3}U^{1/3}R^{1/3}$$

Приведенное выражение для потока справедливо лишь при числе Пекле  $Pe \gg 1$ , что накладывает, например, ограничение на размер пузыря.

Размер зарождающегося пузыря мал, в связи с чем мала и скорость подъема. Поэтому в начальные моменты времени подвижная граница играет большую роль в процессе диффузии, чем движение пузыря. В этом случае поток [4] может быть представлен в виде

$$J_i = 8\pi DR^2(\rho_1 - \rho_{1w})/\delta$$

$$\delta/R = (\rho_2 R^3 - \rho_{20} R_0^3)/R^3(\rho_1 - \rho_{1w})$$

Здесь  $\rho_{20}$  и  $R_0$  — значения плотности газа и радиуса зарождающегося пузырька.

Сравнивая  $J_D$  и  $J_i$ , можно определить область применимости (по размерам пузыря) этого предположения.

Поскольку пузырь растет достаточно быстро, то начальная стадия роста незначительно влияет на размер пузыря на поверхности смеси. Исключение составляют пузыри, зарождающиеся непосредственно в поверхностном слое. Иными словами, размер возникающих пузырей слабо влияет на размеры выходящих из жидкости пузырей.

Из выражения для  $J_D$  следует, что при  $v \rightarrow 0$  и  $J_D \rightarrow 0$ . Соответствующую поправку можно сделать, если к  $J_D$  добавить поток  $J_i$ , обусловленный ростом неподвижного пузыря. Очевидно, этот дополнительный поток будет существен лишь на начальной стадии роста пузыря, когда скорость подъема пузыря мала.

Кроме того, предположим, что изменение концентрации растворенного газа в смеси за счет диффузии мало, так что членом  $D\partial^2\rho_1/\partial x^2$  в правой части (1.1) можно пренебречь, за время подъема пузыря концентрация газа в жидкости меняется незначительно, дроблением и коалесценцией и стесненными условиями подъема пузырей можно пренебречь.

С учетом принятых предположений уравнения (1.2), (1.3), (1.5) и (1.6) могут быть решены независимо от остальных. В итоге получим

$$(2.1) \quad r^3 - 1 + \frac{2\varphi + 3a}{2}(r^2 - 1) + a(2\varphi + 3a)(r - 1) +$$

$$+ a^2(2\varphi + 3a) \ln \left| \frac{r - a}{1 - a} \right| = (c - c_p)(y_0 - y)$$

$$r = \frac{R}{R_0}, \quad y = \frac{6D^{2/3}\rho_* ATx}{\pi R_0^3 \alpha^{2/3} \Gamma M_*}, \quad \varphi = \frac{2\sigma}{R_0 p_\infty}$$

$$c = \frac{\rho_1 M_* \Gamma}{\rho_* M_1 p_\infty}, \quad a = \frac{\varphi}{c - c_p}, \quad c_p = \frac{1}{1 - p_\infty / \Gamma}$$

Здесь  $y_0$  — безразмерная глубина, на которой возник пузырь. В случае  $\varphi \ll 1$  из (2.1) следует, что

$$(2.2) \quad r = [1 + (c - c_p)(y_0 - y)]^{1/3}$$

Время подъема пузыря, которое может быть определено из уравнения  $dx/dt = -\alpha R^2$ , с учетом (2.1) равно

$$(2.3) \quad \tau = \frac{3(r-1)}{(c-c_p)} + \frac{2\varphi+3a}{c-c_p} \ln \left| \frac{r-a}{1-a} \right|$$

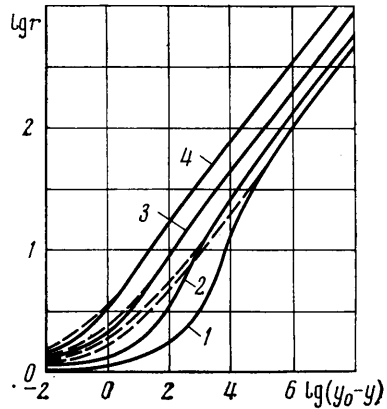
$$\tau = 6\alpha^{1/3} D^{2/3} \rho_* A T t / \pi R_0 \Gamma M_1$$

При  $\varphi \ll 1$  имеем

$$(2.4) \quad \tau = 3(r-1)/(c-c_p)$$

Зависимость безразмерного радиуса пузыря  $r$  от глубины  $y_0 - y$  при  $\varphi = 1$  для различных значений  $c - c_p = 1.05, 1.5, 10, 50$  представлена на фиг. 1 (соответственно кривые 1-4).

Сплошной линией показаны зависимости, рассчитанные по формулам (2.1), (2.3), а пунктирной — по (2.2), (2.4). Из приведенных графиков следует, что для малых значений  $\Delta c = c - c_p - \varphi$  приближенная формула (2.2) может привести к завышенным значениям  $r$  до  $y_0 - y \sim 10^4$ . С увеличением  $\Delta c$  отличие в значениях  $r$ , найденных из (2.1) и (2.2), сдвигается в область меньших значений  $y_0 - y$ . Аналогичный вывод можно сделать для зависимости  $r(\tau)$ . Таким образом, при  $c - c_p \gg \varphi$  капиллярное давление  $2\sigma/R$  оказывает заметное влияние лишь на начальной стадии роста пузыря. При  $y_0 \geq 10^4$  радиус пузыря  $r_1$ , достигающего поверхности  $y = 0$  жидкости, может быть определен с достаточной точностью по формуле (2.2) вплоть до достаточно малых значений  $\Delta c$ . Кроме того, из (2.2) следует, что при  $y \geq 10^4$  значение  $R_1$  практически не зависит от начального радиуса пузыря  $R_0$ .



Фиг. 1

Перейдем теперь к определению  $\rho_1$ . Учитывая сделанные предположения, уравнение (1.1) можно представить в виде

$$(2.5) \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = -\rho_2 v_0 N_0 - \frac{8D^{2/3}}{\alpha^{2/3}} (\rho_1 - \rho_{1w}) \int_{v_0}^{\infty} U n dv$$

где  $N_0$  — число пузырей, зарождающихся в единице объема в единицу времени.

Входящий в правую часть интеграл равен потоку пузырей через единичную площадку  $x$  в единицу времени. Если за время  $t$  пузырь, зародившийся в сечении  $x_0$ , достигнет сечения  $x$ , то полное число пузырей, пересекающих сечение  $x$  в единицу времени в момент  $t$  равно

$$(2.6) \quad \int_{v_0}^{\infty} U n dv = \int_x^{x_0} N_0(x, t) dx$$

Использованное при выводе уравнения (2.5) выражение для диффузионного потока на сферический пузырь накладывает жесткие ограничения, например, на размеры пузырей и на их объемную концентрацию. Выведем уравнение, аналогичное (2.5), свободное от этого ограничения.

Предположим, что выражение для диффузионного потока  $J_D$  и скорости подъема пузыря  $U$  известны из решения соответствующих задач. Из условия сохранения потока пузырей через фиксированное сечение следует, что

$$(2.7) \quad U n d m = N_0(x_0) dx_0$$

Используя закон роста массы пузыря  $m=m(x, x_0, t_0)$ , зародившегося на глубине  $x_0$  с массой  $m_0$ , можно преобразовать (2.7) к виду

$$nU(\partial m/\partial x_0)dx_0=N_0(x_0)dx_0$$

Отсюда

$$(2.8) \quad n=N_0(x_0)/U(\partial m/\partial x_0)$$

Подставляя (2.8) в (1.1), получим

$$(2.9) \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = - \int_{m_0}^{\infty} n_0 m \, dm - \int_x^H \frac{J_D}{U} N_0(x_0) dx_0 + D \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial x^2}$$

В отличие от (2.5) уравнение (2.9) следует решать совместно с (1.2), что значительно усложняет задачу.

Для решения уравнений (2.5), (2.6) необходимо знать число пузырей  $N_0$ , возникающих в единицу времени. Предположим, что

$$(2.10) \quad N_0=N_*(\Delta c)^\lambda, \quad \Delta c=(c-c_p)/(c_0-c_p) \quad (\lambda>0)$$

Переходя в (2.5) к безразмерным переменным при условии  $c-c_p \gg \varphi$  и учитывая предположение (4), которое позволяет в (2.6) положить  $x_0=H$ , получим

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = - \frac{1}{y_0} (\Delta c)^\lambda - (c-c_p) \int_{\xi}^1 (\Delta c)^\lambda d\xi$$

$$(2.11) \quad (\xi=x/H, \quad \tau=8N_*D^{2/3}H\alpha^{-2/3}t)$$

$$c=c_0, \quad \tau=0$$

Решение (2.11) в общем случае может быть получено численным методом. Рассмотрим приближенное решение в частном случае  $y_0 \gg 1$ . При этом первым членом в правой части (2.11) можно пренебречь по сравнению со вторым. Подобное предположение соответствует случаю, когда основное изменение концентрации растворенного газа происходит за счет увеличения массы всплывающих пузырей, а не за счет образующихся пузырей. По-видимому, это приближение будет справедливо всюду, кроме области, примыкающей к дну объема.

Полученное интегриродифференциальное уравнение будем решать методом последовательных приближений. Ограничиваясь вторым приближением, получим

$$(2.12) \quad \Delta c = \exp[(Ei(-z) - \ln z - C)/\lambda], \quad z = \lambda(1-\xi)\tau$$

Здесь  $Ei(-z)$  — интегральная показательная функция,  $C$  — постоянная Эйлера.

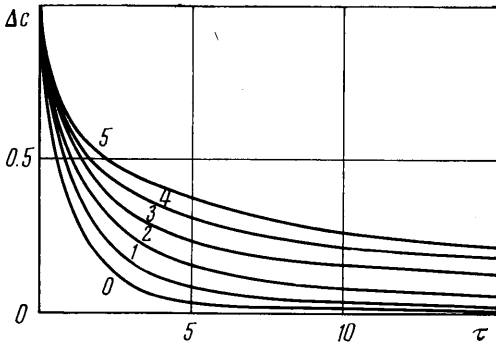
В частном случае  $\lambda=0$  из (2.12) получим

$$(2.13) \quad \Delta c = \exp(-\tau(1-\xi))$$

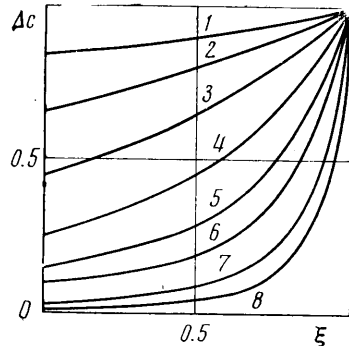
Из (2.13) следует, что характерное время изменения концентрации растворенного газа при  $\lambda=0$  равно  $\tau_1 \approx (1-\xi)^{-1}$ . Таким образом, время установления равновесия в слое  $\xi$  увеличивается с увеличением  $\xi$ .

На фиг. 2, 3 представлены зависимости  $\Delta c$  от безразмерного времени  $\tau$  для различных значений  $\lambda$  (соответствующие значения обозначены на фигуре) при  $\xi=0$  и от безразмерной глубины при  $\lambda=1$  для различных значений  $\tau=0.2, 0.5, 1, 3.5, 5, 10, 15$  (кривые 1-8).

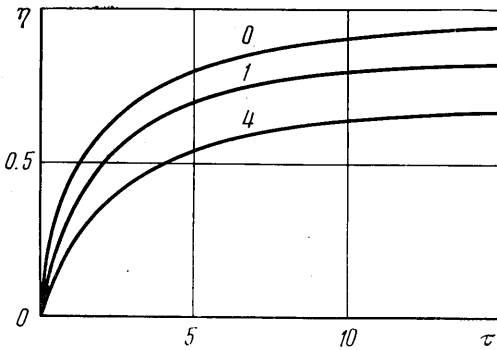
Видно, что увеличение  $\lambda$ , соответствующее более быстрому убыванию числа возникающих пузырей с уменьшением  $\Delta c$ , приводит к замедлению процесса разгазирования смеси. Распределение концентрации растворенного в жидкости газа (фиг. 4) по глубине объема неравномерно и возрастает с увеличением глубины, что объясняется неравномерным распределением числа пузырей по высоте слоя. С увеличением времени концентрация уменьшается и становится однородной по всей высоте слоя, за исключением небольшой области, примыкающей к дну объема. Заметим,



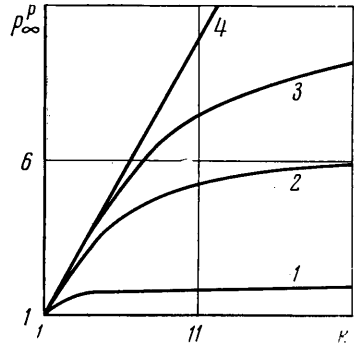
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

что при  $\xi \rightarrow 1$  величина  $\Delta c \rightarrow 1$  для всех значений  $\tau$ . В действительности смесь, примыкающая к дну объема, обедняется лишь за счет зарождающихся пузырей.

Соответствующую поправку можно сделать, если в уравнении (2.14) в правой части учесть первый член. Изменение концентрации растворенного газа на дне объема можно найти из уравнения (2.11), положив  $\xi=1$ . Тогда получим

$$\Delta c = \begin{cases} [1 + (\lambda - 1) \tau / y_0 (c_0 - c_p)]^{1-\lambda}, & \lambda \neq 1 \\ \exp(-\tau / y_0), & \lambda = 1 \end{cases}$$

Из этих соотношений следует, что заметное изменение концентрации происходит за время  $\tau \sim y_0$  и при  $y_0 \gg 1$  концентрация растворенного газа в смеси, примыкающей к дну объема, за характерные времена установления равновесия в большей части объема меняется незначительно.

Решение (2.12) сравнивалось с численным решением уравнения (2.11). Сравнение показало хорошую точность приближенного решения.

Перейдем теперь к определению потока газа с поверхности смеси  $J$ . Введем среднюю по высоте слоя концентрацию растворенного газа

$$(2.14) \quad \langle \rho_1 \rangle = \frac{1}{H} \int_0^H \rho_1 dx$$

Из условия баланса массы столба смеси высоты  $H$  единичной площади получим

$$(2.15) \quad J = -Hd\langle \rho_1 \rangle / 2dt$$

Степень сепарации смеси можно охарактеризовать параметром  $\eta$ , равным отношению количества выделившегося за время  $t$  газа к полному количеству газа, которое выделится к моменту установления равновесия

$$(2.16) \quad \eta(t) = \int_0^t J(t) dt / H(\rho_1^\circ - \rho_p)$$

Переходя в (2.15), (2.16) к безразмерным переменным, получим

$$\eta = 1 - \langle \Delta c \rangle$$

Зависимость  $\eta(\tau)$  для различных значений  $\lambda$  показана на фиг. 4. Видно, что увеличение  $\lambda$  приводит к увеличению значений  $\eta$  для одних и тех же значений  $\tau$ . Таким образом, закон, по которому число образующихся пузырей зависит от разности концентраций  $\Delta c$ , существенно влияет на время установления фазового равновесия. Поскольку  $\tau \sim Ht$ , то характерное время установления фазового равновесия (по средней концентрации) равно  $t_1 \sim 1/H$ . Таким образом, чем больше глубина объема, тем раньше установится фазовое равновесие. Это означает, что если один и тот же объем смеси разлить двумя слоями высотой  $H_1$  и  $H_2$  ( $H_1 > H_2$ ), то раньше фазовое равновесие установится в слое глубиной  $H_1$ . Здесь следует отметить, что глубина слоя не может быть произвольно большой, поскольку может нарушиться предположение о времени подъема пузыря.

**3. Контактное разгазирование.** В рассматриваемом случае исходная система уравнений может быть представлена в виде

$$(3.1) \quad \frac{\partial \Delta c}{\partial \tau} = - \frac{kp_\infty (\Delta c)^\lambda}{y_0} - \Delta c \int_{\xi}^1 (\Delta c)^\lambda d\xi - \frac{k-1}{c_0(k-1)-1} \frac{dc_p}{d\tau}$$

$$(3.2) \quad p_\infty = 1 + G \frac{c_0(k-1)-1}{k-1} \left( 1 - \langle \Delta c \rangle + \frac{1}{k-1} - c_p \right)$$

$$\Delta c = 1, \quad p_\infty = 1, \quad \tau = 0$$

$$c = \rho_1 M_* / \rho_* M_1, \quad p_\infty = p_\infty / p_\infty^\circ$$

$$\Delta c = (c - c_p) / (c_0 - c_p^\circ), \quad k = \Gamma / p_\infty^\circ$$

$$c_p = p_\infty / (k - p_\infty), \quad G = AT \rho_* H / 2 p_\infty^\circ h M_*$$

Уравнения (3.1), (3.2) решались численно методом итераций. Основное отличие от полученных в п. 2 результатов заключается в уменьшении

времени выхода на равновесное состояние. Внешнее давление со временем растет и выходит на равновесное значение, зависимость которого от  $k$  для различных значений  $G=0.1, 0.5, 1, 5$  (кривые 1—4) представлена на фиг. 5.

Поступила 24 VI 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Лугошкин Г. С.* Сбор и подготовка нефти, газа и воды к транспорту. М., «Недра», 1972.
  2. *Гужов А. И.* Совместный сбор и транспорт нефти и газа. М., «Недра», 1973.
  3. *Лесич В. Г.* Физико-химическая гидродинамика. М., Физматгиз, 1959.
  4. *Posner D. E., Epstein M.* Effects of interface kinetics, capillarity and solute diffusion on bubble growth rates in highly supersaturated liquids. Chem. Engng Sci., 1972, vol. 27, No. 1.
-