

СДВИГОВЫЕ ДВИЖЕНИЯ УПРУГИХ ЖИДКОСТЕЙ
ПРИ ЗАДАНИИ КАСАТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ

А. И. ЛЕОНОВ, Э. Х. ЛИШКИНА, Е. Д. ПАСХИН, А. Н. ПРОКУНИН

(Москва)

В работах [1, 2] теоретически изучены в сравнении с экспериментом режимы стационарного и нестационарного движения упругих жидкостей при задании постоянной скорости деформации $\dot{\gamma} = \text{const}$ в условиях простого сдвига, были рассмотрены зависимости нормальных и касательного напряжений от времени при выходе на стационарное течение и их релаксация с установившегося течения. Эти результаты позволили изучить релаксационные характеристики упругих жидкостей. Однако не менее интересны запаздывающие (ретардационные) эффекты в упругих жидкостях, которые можно изучать в режимах задания напряжения сдвига $\sigma_{12}(\tau)$. В данной работе теоретически и экспериментально рассмотрены два наиболее распространенных на практике режима сдвига при задании σ_{12} : режим выхода на стационарное течение из состояния покоя при $\sigma_{12} = \text{const}$ и режим ретардации (упругого восстановления) со стационарного течения. Теоретические расчеты проведены на модели, описывающей большие упругие деформации. Эксперимент проводился на концентрированном растворе полимера. Получено количественное соответствие теории с экспериментом.

1. Уравнения, описывающие нестационарные сдвиговые течения в простейшем случае одной релаксационной моды ($N=1$) имеют вид [1]

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\sigma_{11}' - \sigma_{22}'}{2\mu} = (1-s) \frac{c_{11}^2 - 1 - c_{12}^2}{c_{11}} \\ \sigma_{12} &= \frac{\sigma_{12}'}{2\mu} = s\Gamma + (1-s)c_{12} \\ -\sigma_2 &= \frac{\sigma_{33}' - \sigma_{22}'}{2\mu} = (1-s) \left(1 - \frac{1 + c_{12}^2}{c_{11}} \right) \end{aligned}$$

Здесь σ_{12} , σ_1 , σ_2 — соответственно касательное напряжение, а также первая и вторая разности нормальных напряжений, обезразмеренные на вязкость η и время релаксации θ , причем $\mu = \eta/\theta$ — модуль упругости, s — реологический параметр ($0 < s < 1$), равный отношению времени ретардации к времени релаксации, $\Gamma = \theta\dot{\gamma}$, $\dot{\gamma}$ — скорость деформации. Функции $c_{ij}(\tau)$ — компоненты тензора упругих деформаций — в рассматриваемой безынерционной постановке удовлетворяют системе уравнений ($\tau = t/\theta$, t — время)

$$(1.2) \quad \begin{aligned} 2 \frac{dc_{11}}{d\tau} + c_{11}^2 + c_{12}^2 - 1 &= 4\Gamma c_{12} \\ 2 \frac{dc_{12}}{d\tau} + \frac{c_{12}}{c_{11}}(1 + c_{11}^2 + c_{12}^2) &= 2\Gamma \frac{1 + c_{12}^2}{c_{11}} \end{aligned}$$

Положим

$$(1.3) \quad m = \frac{s}{1-s}, \quad \frac{\sigma_{12}}{s} = z(\tau), \quad c_{11} = y(\tau), \quad c_{12} = m(z - \Gamma)$$

Тогда формулы (1.2) переписутся

$$(1.4) \quad \begin{aligned} 2 \frac{dy}{d\tau} + y^2 + m(\Gamma - z) [mz + (4+m)\Gamma] - 1 &= 0 \\ 2 \frac{d\Gamma}{d\tau} + \frac{\Gamma - z}{y} [y^2 + m^2(\Gamma - z)^2 + 1] + \frac{2m\Gamma}{y} \left[(\Gamma - z)^2 + \frac{1}{m^2} \right] &= 2 \frac{dz}{d\tau} \end{aligned}$$

Выражения (1.1) для безразмерных касательного и обеих разностей нормальных напряжений, определенные через функции (1.3), имеют вид

$$(1.5) \quad \begin{aligned} \sigma_{12}(\tau) &= sz(\tau), \quad \sigma_1(\tau) = (1-s) \frac{y^2 - 1 - m^2(z-\Gamma)^2}{y} \\ -\sigma_2(\tau) &= (1-s) \frac{y - 1 - m^2(z-\Gamma)^2}{y} \end{aligned}$$

Величина $z(\tau) = s^{-1}\sigma_{12}(\tau)$ задана; наиболее часто на практике встречаются следующие режимы:

Режим $\sigma_{12} = \text{const}$. Изучается выход системы на режим установившегося движения при $\tau > 0$ из состояния покоя $\tau = 0$. Начальные условия для функций $\Gamma(\tau)$ и $y(\tau)$, следующие из (1.3) и условий $c_{11}(0) = 1$, $c_{12}(0) = 0$, имеют вид

$$(1.6) \quad y(0) = 1, \quad \Gamma(0) = z(+0) = \text{const} = z_0$$

Система (1.4) с условиями (1.6) решалась в данном случае численно на ЭЦВМ, так как ее аналитического решения не найдено. Качественный анализ поведения решения на фазовой плоскости $\{\Gamma, y\}$ показывает, что при малых z_0 величина $\Gamma(\tau)$ монотонно убывает; при больших z_0 функция $\Gamma(\tau)$ начинает проходить через минимум, который с ростом z_0 становится все более интенсивным и смещается в область малых τ . Ниже приведены результаты численного решения этой системы. С экспериментом сравнивалась величина полной деформации

$$\gamma(\tau) = \int_0^{\tau} \Gamma(\tau) d\tau$$

Режим последействия. Здесь при $\tau > \tau_0$, $z(\tau) \equiv 0$, исследуется затухание нормальных напряжений и скорости сдвига $\Gamma(\tau)$. В этом случае необходимо решать систему (1.4) при $\tau > \tau_0$ для $z = 0$ с начальными данными

$$(1.7) \quad \Gamma|_{\tau=\tau_0} = c_{12}^0/m, \quad y|_{\tau=\tau_0} = c_{11}^0 \quad (c_{ij}^0 = c_{ij}(\tau_0))$$

Система (1.4) с условиями (1.7) легко исследуется на фазовой плоскости. Ее единственная стационарная точка — устойчивый узел с координатами $(0, 1)$, что отвечает состоянию покоя; при этом во всей области $\tau > \tau_0$ решение монотонно убывает во времени.

Накопленная в образце в процессе деформирования упругая энергия приводит к так называемому явлению «обратного восстановления», когда в рассматриваемом процессе разгрузки происходит сдвиговое движение жидкости в сторону, обратную предшествующему движению. Эта величина определяется выражением

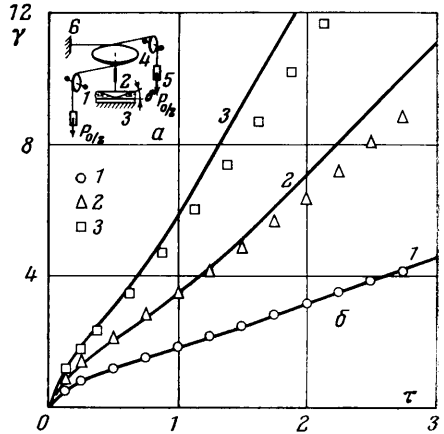
$$(1.8) \quad \gamma(\tau)|_{\sigma_{12}=0} = \gamma_e(\tau) = \int_0^{\tau} \Gamma(\tau_1) d\tau_1$$

При этом величина $\gamma_e(\infty) \equiv \gamma$ характеризует полную деформацию упругого восстановления.

Система (1.4) при $z=0$ с условиями (1.7), соответствующими стационарному режиму течения, решалась численно. Ниже рассмотрено соответствие расчетных и экспериментальных данных.

2. Эксперименты велись с 40%-ным раствором бутилкаучука в трансформаторном масле [1] при 22°C. Температура в опытах по упругому восстановлению иногда доходила до 23°C.

В режиме $\sigma_{12} = \text{const}$ жидкость 1 (см. фиг. 1, а) деформировалась между конусом 2 и плоскостью (диском) 3. Угол между конусом и диском $\delta \approx 3^\circ$, диаметр диска $2R_1 = 5.6$ см. Вращение конуса 2, жестко связанного с блоком 4 (радиус блока $R_2 = 6$ см), задавалось грузами 5. Грузы приводились в движение обрезанием нити 6. Деформация $\gamma = \varphi/\delta$ (φ — угол закручивания конуса) измерялась с помощью потенциометра, укрепленного на валу конуса 2. Скорость деформации в этом случае $\dot{\gamma} = \dot{\varphi}/\delta$. (Здесь $\dot{\varphi} = d\varphi/dt$.) Эксперименты проводились при трех грузах весом $P_0 = 140, 240$ и 340 г. Момент сопротивления трения в подшипниках и на движке потенциометра был на два порядка меньше вращающегося момента использованных грузов. Инерция грузов и вращающихся частей измерительной системы не оказывала существенного влияния на сдвиговое течение, что показали проведенные оценки и эксперименты с жидкостью, близкой к ньютоновской (низкомолекулярный полиизобутилен П-5). Опыты по замеру γ проводились для каждого напряжения сдвига $\sigma_{12} = 3P_0R_2/2\pi R_1^3$ по 3 раза и разброс составлял при этом не более 5%.



Фиг. 1

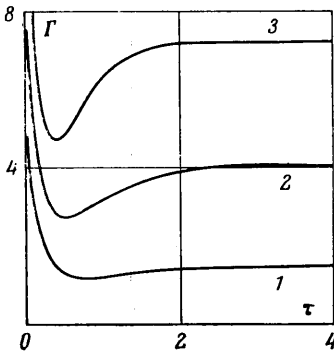
Определение величины полной деформации упругого возврата $\gamma_e(\infty) \equiv \gamma$ проводилось на приборе с рабочим узлом, схема которого представлена на фиг. 4, а. Жидкость 1 находилась в зазоре между неподвижным диском 3 (неподвижное положение диска фиксировалось электромагнитом) и конусами 2 и 4, вращающимися с постоянной угловой скоростью Ω . Стационарность течения устанавливалась по постоянству сдвигового напряжения, которое записывалось во времени. После того как течение становилось стационарным, диск 3 практически мгновенно отпускался, а конусы 2 и 4 одновременно останавливались. После чего диск 3 за счет накопленной перед этим в жидкости упругой энергии начинал вращаться в направлении, противоположном отмеченному стрелками на фиг. 4, а. Угол закручивания диска φ при нулевом касательном напряжении фиксировался бесконтактным с диском 3 способом. Запись изменения угла во времени не велась. Отмечалось лишь положение диска после ~ 30 мин от начала опыта. Угол между конусом и плоскостью $\delta \approx 3^\circ$. Диаметр пластины 5 см, а вес 10 г. Инерция пластины может уменьшать измеряемый угол закручивания φ . Проведенные оценки показали несущественность последней. Эксперименты велись в диапазоне скоростей деформации стационарных течений $\dot{\gamma}$ от $2.1 \cdot 10^{-1}$ до 6.5 сек^{-1} . Отметим, что, начиная с $\dot{\gamma} \approx 3 \text{ сек}^{-1}$, наблюдалось интенсивное вылезание жидкости из зазора, что, вообще говоря, могло приводить к ошибкам при замере угла закручивания. Разброс по углу φ был не более $\pm 15\%$. Величина же полной деформации

ции «упругого возврата» определялась из отношения $\gamma_* = \varphi/\delta$. Приведенные ниже экспериментальные значения γ_* усреднены по трем опытам.

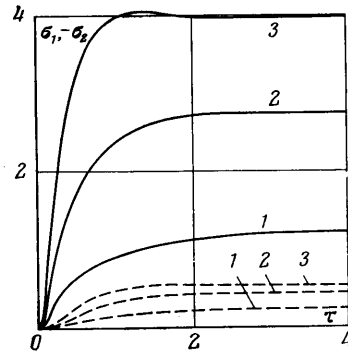
3. Нижеприведенные расчетные зависимости получены для времени релаксации $\theta = 0.8$ сек, вязкости $\eta = 1.7 \cdot 10^4$ нз и $s = 0.18$, определенных в [1]. Случай с пятью константами здесь не рассматривался из-за усложнения соответствующих вычислений.

На фиг. 1–3 кривым 1, 2 и 3 соответствуют расчетные зависимости для течения с постоянным безразмерным напряжением сдвига $\sigma_{12} = 0.86, 1.46, 2.07$.

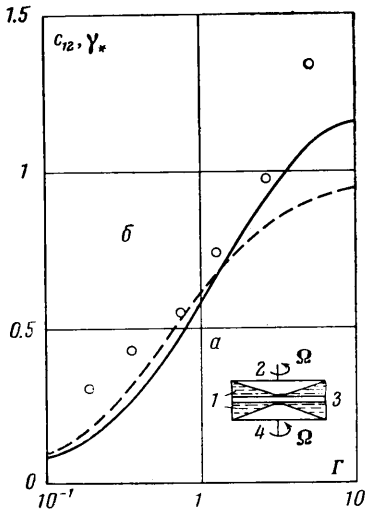
Зависимости сдвиговой деформации γ от безразмерного времени $\tau = t/\theta$ приведены на фиг. 1, б. Точкам 1, 2 и 3 соответствуют экспериментальные



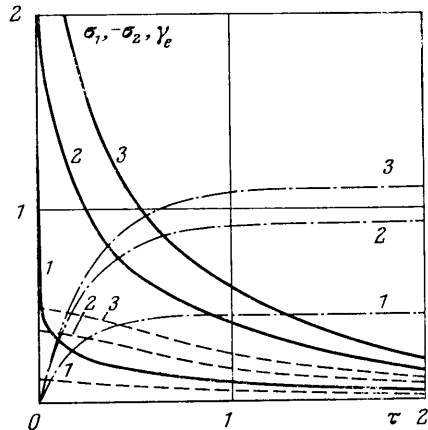
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

данные для $\sigma_{12} = 0.86, 1.46, 2.07$. Кривые γ (теоретические и экспериментальные), монотонно возрастают, выходя на линейную зависимость по τ , проходя через точку перегиба. Перегиб становится более ярко выраженным с увеличением σ_{12} .

Теоретические зависимости безразмерной скорости деформации $\Gamma = \theta \dot{\gamma}$ от τ для различных σ_{12} , обычно приводимые для такого рода испытаний, представлены на фиг. 2.

Поведение первой σ_1 (сплошные линии) и второй — σ_2 (пунктирные линии) разностей нормальных напряжений при задании $\sigma_{12} = \text{const}$ видно из фиг. 3.

На фиг. 4, б приведены теоретические зависимости деформации полного упругого восстановления γ_* , полученной из (1.8) (сплошная линия), и упругой деформации c_{12} в жидкости при стационарном течении (пунктирная линия) от безразмерной скорости деформации Γ стационарного течения, предшествующего упругому восстановлению. Точками показаны экспериментальные данные по полному упругому восстановлению γ_* . Отметим, что при Γ больших, чем приведенные на фиг. 4, б, зависимость $\gamma_*(\Gamma)$ имеет максимум, а $c_{12}(\Gamma)$ с увеличением Γ стремится к постоянной величине. Максимум у γ_* экспериментально наблюдался в [3] для наполненных полимерных систем.

На фиг. 5 представлены расчетные зависимости деформации упругого восстановления γ_e , первой σ_1 и второй σ_2 разностей нормальных напряжений от безразмерного времени τ , где время $\tau=0$ соответствует началу ретардации со стационарного течения при скорости деформации Γ . Сплошным линиям отвечает σ_1 , пунктирным — σ_2 и штрихпунктирным — γ_e . Цифрам 1, 2 и 3 соответствуют зависимости для $\Gamma=0.468, 2.59, 5.18$.

Поступила 25 VII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Леонов А. И., Липкина Э. Х., Пасхин Е. Д., Прокунин А. Н. О теоретическом и экспериментальном исследовании сдвиговых деформаций в упругих полимерных жидкостях. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 3.
2. Леонов А. И., Липкина Э. Х., Пасхин Е. Д., Прокунин А. Н. Некоторые вискозиметрические течения упругих жидкостей В сб. «Реология полимерных и дисперсных систем и реофизика», ч. I, Минск, 1975.
3. Циприн М. Г., Файгельсон Л. А. Особенности течения расплава полиэтилена низкой плотности, наполненного метасиликатом кальция. Механика полимеров, 1969, № 4.