

ПАРАМЕТРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ФОРМУ ДОЗВУКОВОГО  
УЧАСТКА УДАРНОЙ ВОЛНЫ  
ПРИ ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ОБТЕКАНИИ

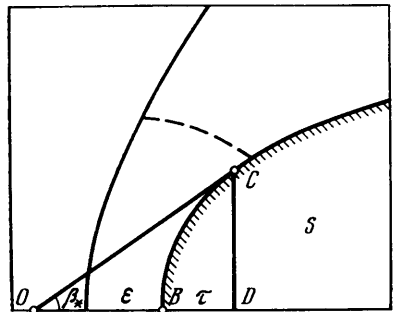
Ю. Б. РАДВОГИН

(Москва)

Рассматривается обтекание затупленного тела сверхзвуковым потоком совершенного газа с постоянным отношением теплоемкостей. Изучается зависимость геометрии дозвукового участка ударной волны от формы обтекаемого тела и числа Маха набегающего потока. Анализ многочисленных расчетов данных позволил сформулировать для основных геометрических параметров волны простые приближенные соотношения, которые могут быть использованы при решении задачи обтекания достаточно широкого класса тел. Обсуждается также вопрос о характерных размерах в задачах подобного рода.

1. **Постановка задачи. Основные результаты.** Пусть затупленное тело  $S$  (фиг. 1) обтекается однородным сверхзвуковым потоком. Газ — совершенный с постоянным отношением теплоемкостей  $\gamma$ . Обозначим через  $\varepsilon$  отход ударной волны вдоль оси симметрии, являющейся линией растекания. Введем еще два параметра, характеризующие положение и форму переднего, дозвукового участка ударной волны. Это  $R$  — радиус кривизны в вершине и  $H$  — ордината звуковой точки на волне. (Звуковая линия на всех фигурах обозначена пунктиром.) Ясно, что  $\varepsilon = \varepsilon(S, M_\infty)$ , где  $M_\infty$  — число Маха набегающего потока. От тех же аргументов зависят  $R$  и  $H$ . Указанными параметрами положение и форма волны определяются довольно точными параметрами положение и форма волны определяются довольно точно, тем более, что наклон волны в звуковой точке — известная функция от  $M_\infty$ .

С рассматриваемой задачей можно связать еще одну линейную величину, определяемую следующим построением. Пусть  $\beta_* = \beta_*(M_\infty)$  — угол полураствора бесконечного конуса, для которого поворот потока при прохождении через ударную волну максимален. (Этот угол несколько меньше предельного угла, определяемого из условия конечности течения.) Заострим тело  $S$  соприкасающейся



Фиг. 1

конической поверхностью с углом при вершине, равным  $2\beta_*$ , и обозначим через  $\delta$  расстояние от вершины этого конуса до тела ( $OB$  на фиг. 1).

Справедлив (см. [1]) следующий закон подобия:

$$(1.1) \quad \delta = k(S) \varepsilon$$

т. е. отношение  $\delta/\varepsilon$  не зависит от  $M_\infty$  и определяется лишь формой тела. Разумеется, это соотношение является приближенным. Однако зависимость  $k$  от  $M_\infty$  настолько незначительна, что ею в большинстве случаев можно пренебречь. Располагая таблицей  $\beta_*(M_\infty)$ , можно определить отход

ударной волны для данного тела в широком диапазоне изменения  $M_\infty$ , найдя  $\epsilon$  (численно или экспериментально) только при одном значении  $M_\infty$ .

Привлечение линейных размеров, связанных с присоединенным критическим конусом, позволило получить простые аппроксимационные зависимости также для  $R$  и  $H$ . Оказалось, что для обезразмеренных соответствующим образом величин имеют место соотношения  $R_0 \approx R_0(M_\infty)$  и  $H_0 = r(M_\infty)(k-1)$ . А так как  $R_0$  и  $r$  не связаны с конкретным телом, то они могут быть протабулированы по данным обтекания какой-либо простой и хорошо изученной поверхности.

Для того чтобы можно было определить все три параметра ударной волны априори, вообще не решая ни одной задачи обтекания, необходимо иметь эффективный способ нахождения значений функционала  $k(S)$ . Используя наводящие соображения, удалось найти приближенную формулу, точность которой вполне приемлема:  $k \approx a + b\sigma$ , где  $\sigma$  определяется геометрическим построением.

Для большинства исследованных течений  $\gamma = 1,4$ . Влияние  $\gamma$  на параметры волны изучалось лишь при  $M_\infty = 2$ .

**2. Результаты расчетов.** Основным объектом систематического исследования послужило однопараметрическое семейство тел вращения с образующей  $r = z^\alpha$  — тела степенной формы. Оно является достаточно представительным в том смысле, что включает в себя тела с разнообразными затуплениями — от максимального ( $\alpha = 0$  — торец) до минимального ( $\alpha = 1$  — конус). Было выбрано три значения  $M_\infty$ : 2, 4 и 6. При первых двух значениях рассматривались течения около тел с показателем  $\alpha$ , изменявшимся в пределах от 0.125 до 0.8 (11 вариантов); для  $M_\infty = 6$ , а также для  $M_\infty = 2$ , но с  $\gamma \neq 1,4$ , диапазон  $\alpha$  был более узким: от 0.125 до 0.6.

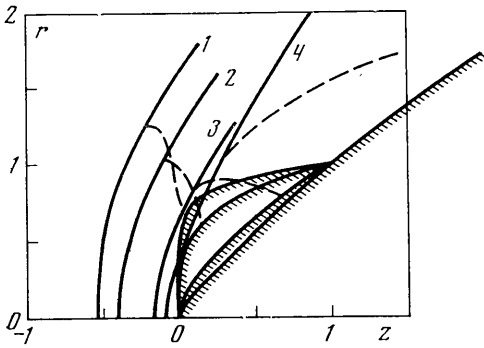
Точность расчетов достаточна для достижения требуемой цели. Сравнение с [2] ( $\alpha = 0.125, 0.25$  и  $0.5$ ) дает для  $\epsilon$  и  $H$  три-четыре совпадающие цифры. С увеличением  $\alpha$  погрешность в  $\epsilon$  возрастает, но, по-видимому, не превышает 0.5%, как показали расчеты, проведенные на более мелкой разностной сетке. Исключение составляет  $\alpha = 0.8$ , где погрешность может достигать 1–2%.

Другое семейство тел — эллипсоиды вращения, для которых изменяемым параметром служит отношение продольной (вдоль потока) оси к поперечной, обозначаемое через  $c$ . Было выбрано 10 значений  $c$  в интервале 0.1–1 и пять — в интервале 1–10,  $M_\infty = 6$ . Большинство расчетов эллипсоидов было выполнено в 1969 г. и нашло частичное отражение в [3].

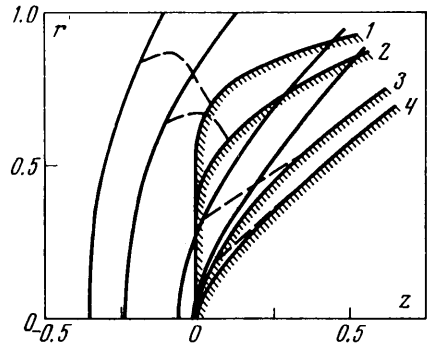
Все расчеты проводились с помощью метода [3] установлением по времени. Объем конечно-разностной сетки —  $16 \times 24$  и  $17 \times 21$ . Основная трудность — разномасштабность исследуемой области — преодолевалась путем локального (и порой весьма значительного) сгущения координат. При конструировании аппроксимационных зависимостей использовались также расчеты обтеканий тел, отличных от описанных выше.

Геометрия головной ударной волны и звуковой линии для степенных тел представлена на фиг. 2 ( $M_\infty = 2$ ) и фиг. 3 ( $M_\infty = 4$ ). Цифры 1–4 соответствуют показателям  $\alpha = 0.125, 0.25, 0.6$  и  $0.8$ . Подробные расчетные данные приведены в [4].

**3. Характеристика формы тела.** Как уже было объяснено, параметром, характеризующим форму тела с точки зрения задач обтекания, может служить отношение  $\delta/\epsilon = k$ . Такой выбор позволяет проводить сравнение течений около тел, принадлежащих различным семействам. Возьмем, например, обтекание степенного тела с  $\alpha = 0.375$  при  $M_\infty = 6$ . Здесь  $k = 1.529$ . Такому же  $k$  отвечает эллипсоид с  $c = 0.35$ . Построим картину течения, выбрав линейные размеры так, чтобы  $\delta$  для обоих тел стало одинаковым. (Фиг. 4; 1 — степенное тело, 2 — эллипсоид.) При такой нормировке от-



Фиг. 2



Фиг. 3

четливо видно совпадение ударных волн в дозвуковой части. Всего на 3% различаются ординаты звуковых точек на волне. Близки между собой и дозвуковые участки контуров тел.

Таким образом, можно заключить, что тела с  $k=1.53$  в указанном смысле эквивалентны. Упомянем еще о двух значениях  $k$ . Обтекание тел с  $k=1.60$  происходит примерно как обтекание сферы, а течения около тел с  $k=1.40$  близки к течению около торца. Данные, подтверждающие эти выводы, можно найти в [1, 4]. Параметр  $k$  можно использовать как некоторую характеристику меры «заостренности» тела.

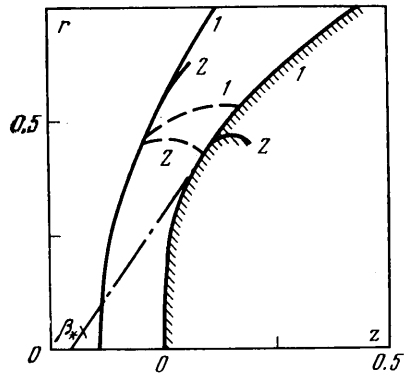
Попытаемся сконструировать приближенную зависимость для  $k(S)$ . Пусть  $M_\infty$  (а значит, и  $\beta_*$ ) фиксированы. Рассмотрим семейство затупленных тел с общей точкой торможения  $B$  (см. фиг. 1) и с одной и той же точкой касания  $C$  с присоединенным критическим конусом. Ясно, что если для каждого такого тела кривизна на участке  $BC$  меняется в ограниченных пределах, то все эти тела образуют довольно узкий пучок, сходящийся в точках  $B$  и  $C$ . При этом разброс звуковых точек на теле будет незначительным. А это означает, что форма ударной волны и параметр  $k$ , задающий ее положение, в первом приближении связаны с треугольником  $OBC$ . Анализ расчетных данных позволил сформулировать гипотезу:  $k(S) = F(\sigma)$ , где  $\sigma = \tau/\delta_*$ .

Заметим, прежде всего, что для справедливости высказанной гипотезы зависимость  $\sigma$  от  $M_\infty$  должна быть незначительной. Для степенных тел имеем

$$\delta_* = \frac{1-\alpha}{\alpha} (\alpha \operatorname{ctg} \beta_*)^{1/(1-\alpha)}, \quad \tau = (\alpha \operatorname{ctg} \beta_*)^{1/(1-\alpha)}, \quad \sigma = \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

( $M_\infty$  отсутствует полностью). Для других тел  $\sigma$  может меняться в некоторых пределах. Поэтому следует пользоваться каким-либо средним значением. Скажем,  $\sigma$  вычислять при  $M_\infty = 6$ .

Такой подход приводит к практически линейной функции  $k = a + b\sigma$ , коэффициенты которой можно считать не зависящими от  $M_\infty$ . Вот числовые данные: для  $\gamma = 1.4$ ,  $a = 1.39$  при  $M_\infty = 2$  и 6 и  $a = 1.40$  при  $M_\infty = 4$ ;  $b =$



Фиг. 4

$=0.26$ . Уклонение  $k$ , вычисленных по линейной формуле, от точных значений для степенных тел не превышает 1% для  $k < 1.8$  и несколько увеличивается с ростом  $k$ . Для эллипсоидов погрешность достигает 2,5%. Таким образом, можно остановиться на приближенном соотношении

$$(3.1) \quad k = 1.39 + 0.26\sigma$$

Приведем аналогичные данные по течениям с  $\gamma < 1.4$ . Для  $\gamma = 1.3, 1.2, 1.1, 1.05$   $a = 1.39, 1.39, 1.38, 1.38, b = 0.28, 0.24, 0.22, 0.22$  соответственно. Заметим, что  $\gamma$  в отличие от  $M_\infty$  влияет на  $k$ .

**4. Радиус кривизны.** Будем характеризовать радиус кривизны ударной волны в вершине безразмерной величиной  $R_0 = R/\delta$ . Вообще говоря,  $R_0 = R_0(S, M_\infty)$ , но оказалось (и в этом состоит основное свойство введенной величины), что  $R_0$  от  $S$  почти не зависит

$$(4.1) \quad R = R_0(M_\infty)\delta.$$

Приведем подтверждающие данные. Для степенных тел с  $\alpha < 0.6$  уклонение  $R_0$  от среднего значения не превышает 1,5%. Для эллипсоидов оно составляет 2%. Например, для сжатого в направлении набегающего потока ( $c=0.2$ ), сферы ( $c=1$ ) и сильно вытянутого ( $c=5$ ) эллипсоида расчеты дают  $R_0 = 5.79, 5.71$  и  $5.65$  соответственно. В то же время другие отношения меняются существенно: отношение  $R$  к продольной оси — 16.1, 1.36 и

Таблица 1

$M_\infty$	$\gamma=1.05$	1.1	1.2	1.3	1.4
1.5	0.5977	0.5864	0.5656	0.5470	0.5301
2.0	0.8160	0.7949	0.7575	0.7253	0.6971
2.5	0.9464	0.9165	0.8652	0.8223	0.7857
3.0	1.0326	0.9950	0.9324	0.8814	0.8386
3.5	1.0930	1.0490	0.9771	0.9200	0.8728
4.0	1.1372	1.0875	1.0084	0.9465	0.8960
5.0	1.1964	1.1377	1.0478	0.9795	0.9245
6.0	1.2330	1.1678	1.0707	0.9983	0.9406
8.0	1.2742	1.2003	1.0946	1.0177	0.9571
10.0	1.2954	1.2163	1.1062	1.0270	0.9617
15.0	1.3181	1.2330	1.1179	1.0363	0.9728
20.0	1.3265	1.2391	1.1220	1.0396	0.9755
$\infty$	1.3379	1.2470	1.1275	1.0439	1.0791

0.060; к поперечной оси — 3.22, 1.36 и 0.299; к радиусу кривизны в вершине — 0.644, 1.36 и 1.50 ( $R$  определялось так же, как и в [5], дифференцированием численных данных вдоль линии растекания). Анализ многочисленных расчетов позволяет утверждать, что соотношение (4.1) справедливо для широкого класса тел.

Объединение (1.1) и (4.1) дает  $R(S, M_\infty)/\varepsilon(S, M_\infty) = R_0(M_\infty)k(S)$ . А это означает, что отношение  $R/\varepsilon$ , довольно сложно зависящее от  $M_\infty$  и формы тела, допускает «разделение переменных». При этом каждый множитель отражает то или иное свойство  $\delta$ :  $\delta$  пропорционально  $\varepsilon$  при вариации  $M_\infty$  и пропорционально  $R$  при деформациях тела.

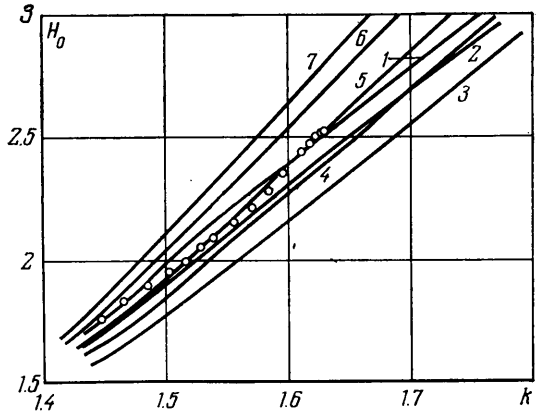
Ниже приведены значения  $R_0(M_\infty)$ , вычисленные по результатам обтекания сферы, и значения  $\beta_0(M_\infty)$  (табл. 1) при различных  $\gamma$

$M_\infty$	1.5	2	3	4	6	8	10	20
$R_0$	3.24	3.69	4.58	5.16	5.71	5.91	6.02	6.25

Эти данные позволяют определить априори  $R$  для гладкого затупленного тела.

**5. Звуковая точка на ударной волне.** В соответствии с выбранным способом обезразмеривания перейдем от  $H$  к  $H_0 = H/\delta_*$  и рассмотрим  $H_0$  как  $H_0(S, M_\infty)$ . Существенное отличие  $H_0$  от  $R_0$  состоит в том, что  $H_0$  реагирует на изменение формы тела. Попытаемся учесть эту зависимость через  $k(S)$ , т. е. изучим  $H_0 = H_0(k, M_\infty)$ .

Обработка расчетных данных показала, что по аргументу  $k$  функция  $H_0$  близка к линейной. На фиг. 5 представлены графики  $H_0(k)$  для различных расчетных серий. Цифры 1-7 относятся к следующим параметрам набегающего потока:  $(M_\infty=6, \gamma=1.4)$ ,  $(4, 1.4)$ ,  $(2, 1.4)$ ,  $(2, 1.3)$ ,  $(2, 1.2)$ ,  $(2, 1.1)$  и  $(2, 1.05)$ . Здесь же приведены данные по эллипсоидам (кружки) при  $M_\infty=6, \gamma=1.4$ . Кривая 1 остается линейной до  $k=2.3$ , кривая 2 — до  $k=2.0$ .



Фиг. 5

Более удобным оказывается представление  $H_0$  в виде  $H_0 = p_0(M_\infty)(k-1) + q_0(M_\infty)$ . Приведем значения коэффициентов для  $M_\infty=2$  (при различных  $\gamma$ ). При  $\gamma=1.4, 1.3, 1.2, 1.1, 1.05$   $p_0=3.89, 4.13, 4.49, 4.96, 5.25$ ,  $q_0=0.16, 0.20, 0.30, 0.43, 0.45$  соответственно.

Поскольку при  $\gamma=1.4$   $q_0$  мало по сравнению с  $p_0$ , то в этом случае формулу можно упростить, отбросив  $q_0$  и изменив несколько  $p_0$

$$(5.1) \quad H_0 = p_0(M_\infty)(k-1)$$

Значения  $p$ , полученные из обтекания параболоида  $r = \sqrt{z}$ , приведены ниже. (Данные при  $M_\infty > 6$  и разбираемом далее примере взяты из [2].) Точность аппроксимации (5.1) для тел умеренного заострения на обследованных вариантах не хуже 4%.

$M_\infty$	2	4	6	8	10	20
$p$	3.65	3.80	4.00	4.10	4.15	4.20

Для иллюстрации рассмотрим пример. Найдем  $H$  при обтекании гиперboloида вращения с углом наклона асимптот к оси симметрии, равным  $35^\circ$ , потоком с  $M_\infty=4$ . Будем считать известной величину параметра  $K (=1.68)$ . Тогда  $H_0 = p(4)(k-1) = 3.8 \cdot 0.68 = 2.58$ . Точное же значение  $H_0 = 2.63$ . Пусть теперь  $k$  неизвестно. Найдем его, используя (3.1). Для данного тела  $\sigma = 1.17$ , откуда  $k = 1.69$ . Это приводит к хорошему (и случайно даже более точному) результату:  $H_0 = 2.62$ . Для нахождения  $H$  остается лишь умножить результат на  $\delta_*$ .

Другой пример. Найдем  $H$  (и  $\epsilon$ ) для торца единичного радиуса, обтекаемого потоком с  $M_\infty=4.76$ . Имеем  $k=1.40$ ,  $p=3.88$  и  $\beta_* = 0.919$  (интерполяцией). Тогда  $\delta_* = \text{ctg } \beta_* = 0.963$ . Отсюда  $\epsilon = 0.55$ , а  $H = 1.18$ . Численное решение задачи обтекания дает  $\epsilon = 0.56$ , а  $H = 1.23$  (по [8]).

Все полученные соотношения опробовались и на многочисленных примерах обтеканий тел, отличных от степенных и от эллипсоидов. Отметим, что асимптотические формулы, основанные на различных упрощающих предположениях (например, в [7, 8]), менее точны, а область их примени-

мости ограничивается простыми и фиксированными телами. Аналогичный результат дает сравнение с аппроксимационными формулами, использующими традиционные гиперзвуковые параметры [9].

**6. О линейных размерах в задачах обтекания.** Во многих задачах механики сплошной среды в качестве характерного размера берется какая-либо геометрическая характеристика: радиус (если речь идет о сфере), длина тела, площадь максимального поперечного сечения и т. п. Однако в задаче сверхзвукового обтекания, или, если быть более точным, при определении дозвуковой части потока, правильные, отвечающие существу дела размеры должны основываться, по-видимому, не только на чисто геометрических, но и на механических, физических величинах, таких, например, как скорость набегающего потока. Такой подход не является неожиданным — при вязких течениях характерная длина включает в себя скорость.

Содержание предыдущих разделов дает основание по крайней мере для практических целей использовать в качестве характерной длины рассматриваемой задачи величину  $\delta_*$ , включающую в себя как «механический» параметр  $M_\infty$ , так и геометрию (и в том числе линейные размеры) тела. Обычно же употребляемые величины (радиус кривизны тела в точке торможения, диаметр, полуось и т. д.) имеют ограниченное приложение, например только для сфер или только для торцеобразных тел. Тела степенной формы демонстрируют неприменимость чисто геометрических характеристик: традиционная величина — радиус кривизны в носке — равна нулю, единице или бесконечности в зависимости от  $\alpha$ . В то же время  $\delta_*$  учитывает не только  $\alpha$ , но и  $M_\infty$ .

Воспользуемся теперь полученными соотношениями для объяснения некоторых особенностей, возникающих при рассмотрении того или иного класса тел при фиксированном значении  $M_\infty$ . Начнем с эллипсоидов вращения с единичной длиной поперечной полуоси. Для  $c \ll 1$   $\delta_* \sim \text{ctg } \beta_*$ , а при  $c \rightarrow \infty$   $\delta_* \sim 1/2 \text{ctg}^2 \beta_*/c = 1/2 r \text{ctg}^2 \beta_*$  ( $r$  — радиус кривизны в вершине эллипсоида). А это означает, что для сильно сжатых эллипсоидов  $R$  и  $H$  пропорциональны поперечной полуоси, а для удлиненных — радиусу кривизны. Отход ударной волны ведет себя так же, поскольку диапазон изменения  $k$  для этих тел ограничен ( $1.40 \leq k \leq 1.63$ ). Поведение  $\epsilon$ ,  $R$  и  $H$  монотонно по  $c$ .

Более интересный пример — степенные тела  $r = z^\alpha$ . Предельное тело этого семейства при  $\alpha \rightarrow 1$  — конус с углом полураствора  $45^\circ$ . Но обтекание такого конуса возможно лишь при  $M_\infty > M_*$  ( $M_* = 2.5$ ). Поэтому зависимость формы ударной волны от  $\alpha$  должна быть принципиально различной для  $M_\infty = 4$  и 2. В первом случае волна должна сближаться с телом при  $\alpha \rightarrow 1$ , во втором — отдаляться и уходить в бесконечность.

Рассмотрим это подробнее. Имеем

$$R = c_1 \frac{1-\alpha}{\alpha} f, \quad H = c_2 \left( \frac{3}{\alpha} - 1 \right) f, \quad \epsilon = \frac{\alpha}{a(1-\alpha) + b\alpha} \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^2 f$$

$$(f = (\alpha \text{ctg } \beta_*)^{1/(1-\alpha)})$$

Эти формулы хорошо «чувствуют» границу  $M_*(\text{tg } \beta_* = \text{tg } 45^\circ = 1)$ . При  $M_\infty = 2 \text{tg } \beta_* = 0.837 < 1$ , а при  $M_\infty = 4 \text{tg } \beta_* = 1.250 > 1$ . Поэтому основной множитель  $f$  в первом случае стремится к бесконечности, а во втором — к нулю.

Для  $M_\infty = 4$  убывание  $\epsilon$ ,  $R$  и  $H$  идет монотонно и с большой скоростью. Результаты расчетов (см. табл. 2) свидетельствуют о том, что изменение параметров волны происходит в соответствии с приведенными выше формулами. Общая картина приведена на фиг. 3.

Пусть  $M_\infty=2$ . Ясно, что параметры волны теперь уже не являются монотонными функциями  $\alpha$ :  $H$  достигает минимума при  $\alpha=0.59$ ,  $R$  — при  $\alpha=\text{tg } \beta.=0.837$ , а  $\epsilon$  — при  $\alpha=0.92$ , после чего все функции уходят в бесконечность. Довести расчеты до возрастания  $R$  и  $\epsilon$  не удалось. Из приведенной таблицы можно лишь заключить, что минимум  $R$  уже близок. Что же касается  $H$ , то здесь наблюдается хорошее совпадение предсказанного положения минимума с действительным. Особенно ярко описанный сложный характер изменения формы волны виден на фиг. 2. Начиная с  $\alpha=$

Таблица 2

$\alpha$	$M_\infty=2$			$M_\infty=4$		
	$\epsilon$	$R$	$H$	$\epsilon$	$R$	$H$
0.50	0.2149	1.30	0.8538	0.0978	0.814	0.3929
0.55	0.1871	1.18	0.8443	0.0778	0.675	0.3537
0.60	0.1670	1.07	0.8461	0.0601	0.539	0.3149
0.65	0.1387	0.971	0.8634	0.0444	0.422	0.2764
0.70	0.1171	0.890	0.9029	0.0308	0.313	0.2366
0.75	0.0977	0.79	1.012	0.0192	0.216	0.194
0.80	0.0785	0.76	1.217	0.0100	0.14	0.150

$\alpha=0.55$  высота дозвуковой зоны растет, в то время как в окрестности носка волна все еще продолжает прижиматься к телу.

В заключение автор выражает благодарность В. Н. Ивановой за проведение расчетов и Э. Э. Шнолю, сделавшему несколько полезных замечаний.

Поступила 27 II 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Радвогин Ю. Б. Зависимость отхода ударной волны от числа Маха набегающего потока. Докл. АН СССР, 1974, т. 215, № 5.
2. Любимов А. Н., Русанов В. В. Течения газа около тупых тел, т. 2. М., «Наука», 1970.
3. Бабенко К. И., Иванова В. Н., Казанджан Э. П., Кукаркина М. А., Радвогин Ю. Б. Нестационарное обтекание головной части затупленного тела идеальным газом. М., Ин-т прикл. матем. АН СССР, 1969.
4. Радвогин Ю. Б. Геометрия ударной волны. Препринт № 102. М., Ин-т прикл. матем. АН СССР, 1974.
5. Иванова В. Н., Радвогин Ю. Б. Особенности сверхзвуковых обтеканий заостренных тел при отошедшей ударной волне. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 4.
6. Вальо-Лаурин Р. О методе ПЛГ и задаче сверхзвукового обтекания затупленного тела. Механика, Период. сб. перев. иностр. статей, 1963, № 1.
7. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
8. Гинзбург И. П. Аэродинамика. М., «Высшая школа», 1966.
9. Минайлос А. Н. Параметры подобия и аппроксимационные зависимости осесимметричного сверхзвукового течения у эллипсоидов. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 3.