

Таким образом, мгновенные и средние характеристики струи существенно зависят от наличия дискретной составляющей в спектре шума сверхзвуковой струи и изменяются в зависимости от изменения ее интенсивности, что необходимо учитывать при определении газодинамических параметров струи.

Поступила 12 X 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Powell A. On the noise emanating from a two-dimensional jet above the critical pressure. *Aeronaut. Quart.*, 1953, vol. 4, pt. 2.
2. Гласс Д. Влияние акустической обратной связи на распространение и затухание сверхзвуковых струй. *Ракетная техника и космонавтика*, 1968, т. 6, № 10.
3. Антонов А. Н., Шалаев С. П., Юделович М. Я. Влияние дискретной составляющей акустических колебаний на течение в нерасчетной сверхзвуковой струе. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1973, № 4.
4. Пимштейн В. Г. Об излучении дискретного тона сверхзвуковой струей. Тезисы докл. 7-й Всесоюз. акуст. конф., Л., 1971.
5. Poldervaart L. J., Vink A. T., Wijndans A. P. The photographic evidence of the feedback loop of a two-dimensional screeching supersonic jet of air. Rept 6-th Internat. Congress on Acoustics, Tokyo, 1968, vol. 4. Tokyo, 1968.
6. Беленков В. Д. Акустическое излучение сверхзвуковой струи в сторону среза сопла при различных режимах нерасчетности. *Уч. зап. Ленингр. ун-та*, 1970, № 357.

УДК 629.78.036.7

СОЗДАНИЕ СВОБОДНОМОЛЕКУЛЯРНОГО ПОТОКА, ПРЕДНАЗНАЧЕННОГО ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНЫХ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Ю. Е. КУЗНЕЦОВ, Я. Ш. ФЛАКСМАН

(Москва)

Излагается методика создания свободномолекулярного потока, моделирующего натурный поток и предназначенного для исследования воздухозаборников. В качестве моделируемого параметра принято угловое распределение потоков молекул. Анализируется возможность формирования моделирующего потока с помощью профилированного и перфорированного осесимметричного свободномолекулярного сопла. В качестве примера подробно исследовано коническое неперфорированное сопло, предназначенное для моделирования свободномолекулярного потока со скоростным отношением $S=10$. Приводятся данные экспериментального исследования характеристик свободномолекулярного конического неперфорированного сопла и свободномолекулярного цилиндрического воздухозаборника и их сравнение с теоретическими результатами.

1. Пусть свободномолекулярный поток, моделирующий в экспериментах натурный свободномолекулярный поток, связан с последним тем, что относительные расходы частиц (число частиц, пересекающих единичную площадку, перпендикулярную траектории, в единичном пространственном угле за единицу времени) вдоль любой траектории движения молекул в обоих потоках равны. При этом в натурном и модельном потоках по одинаковым траекториям будет двигаться одинаковое (относительное) число частиц при отличающихся законах распределения модулей скорости.

В таком модельном потоке можно проводить аэродинамические исследования объектов, у которых характеристики зависят не от скорости движения молекул, а только от числа молекул, приходящих на единицу поверхности модели, например исследование воздухозаборников и решеток в случае, когда обеспечивается диффузное отражение молекул от поверхности [1].

Приведем точную математическую формулировку изложенного выше соответствия моделирующего потока натурному.

Функция распределения однородного равновесного потока разреженного газа, движущегося со скоростью V , плотностью n_∞ , температурой T_∞ в сферических координатах пространства скоростей ξ , θ , φ имеет вид [1]

$$(1.1) \quad f_\infty(\xi, \theta, \varphi) = n_\infty \left(\frac{h_\infty}{\pi} \right)^{3/2} \exp\{-h_\infty(\xi^2 + V^2 - 2V\xi \cos \theta)\}, \quad h_\infty = \frac{m}{2kT_\infty}$$

Здесь m — масса молекулы газа, k — постоянная Больцмана. Число молекул, пересекающих единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению траектории в интервале углов $(\theta, \theta+d\theta, \varphi, \varphi+d\varphi)$ в единицу времени определяется соотношением

$$(1.2) \quad N(\theta, \varphi) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = \int_{\xi=0}^{\infty} f_{\infty}(\xi, \theta, \varphi) \xi^3 \sin \theta \, d\xi \, d\theta \, d\varphi$$

Подставив (1.1) в (1.2) и вычислив интеграл по ξ , получаем

$$(1.3) \quad N(\theta, \varphi) = \frac{N_{\infty}}{\pi} \exp\{-S^2 \sin^2 \theta\} \chi(S_{\theta})$$

$$S = |\mathbf{V}| \sqrt{\gamma h_{\infty}}, \quad N_{\infty} = \frac{n_{\infty}}{2 \sqrt{\pi} h_{\infty}}, \quad S_{\theta} = S \cos \theta$$

$$\chi(x) = \exp(-x^2) (1+x^2) + \sqrt{\pi} x (1+\operatorname{erf} x) (3/2+x^2)$$

$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-\lambda^2) \, d\lambda$$

Здесь N_{∞} — поток молекул на единицу поверхности в неподвижном газе, S — скоростное отношение.

Сформулированное выше требование к моделирующему потоку сводится к тому, что функции $N(\theta, \varphi)$ в моделирующем и натурном потоках должны совпадать с точностью до постоянного множителя.

Полное число молекул, попавших на какую-либо поверхность, может быть найдено интегрированием функции $N(\theta, \varphi)$ по θ и φ . Например, число молекул N_h , попавших на единицу поверхности плоскости входа в воздухозаборник в единицу времени, определяется формулой

$$(1.4) \quad N_h = \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} N(\theta, \varphi) \sin \theta \cos \theta \, d\theta \, d\varphi$$

2. Рассмотрим случай, когда формирование моделирующего свободномолекулярного потока, обладающего указанными выше свойствами в точке с цилиндрическими координатами $x=0, r=0$ и в некоторой достаточно малой окрестности этой точки, производится соплом, ось которого расположена вдоль координатной оси x (ось x совпадает с направлением скорости потока \mathbf{V}). Сопло предполагается профилированным и перфорированным. Газ через отверстия перфорации может как втекать в сопло, так и покидать его. В случае, когда поток втекает в сопло; предполагается максвелловская полусферическая функция распределения. Отражение молекул от стенок далее считается диффузным [4]. Участок сопла, где поток втекает, должен находиться внутри емкости, имеющей некоторое избыточное давление.

Рассмотрим осесимметричное сопло, у которого с элементарной площадки dF_1 внутренней поверхности на единичную площадку, нормаль к которой ориентирована по направлению θ, φ , расположенную в начале координат, в интервале углов $\theta, \theta+d\theta, \varphi, \varphi+d\varphi$ в единицу времени попадает число молекул, равное $N(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi$. При диффузном старте молекул с внутренней поверхности сопла получим следующее выражение, связывающее $N(\theta, \varphi)$ плотностью стартующих молекул $N_1(x)$:

$$N(\theta, \varphi) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = \frac{\cos \beta}{\pi R^2} N_1(x) \, dF_1$$

Здесь R — расстояние между точкой старта молекулы и контрольной площадкой, β — угол между вектором скорости стартующих молекул и нормалью к площадке старта, $N_1(x)$ — полное число частиц, стартующих с единицы внутренней поверхности сопла, в сечении x в единицу времени.

Учитывая (1.3), а также соотношения

$$dF_1 = r(x) \sqrt{1 + [r'(x)]^2} \, d\varphi \, dx, \quad \operatorname{tg} \theta = r(x)/x$$

где $r(x)$ — координата профиля сопла, для $N_1(x)$ получаем

$$(2.1) \quad N_1(x) = N(\theta, \varphi) \pi = N_{\infty} \exp(-S^2 \sin^2 \theta) \chi(S_{\theta})$$

Функция $N_1(x)$ должна быть решением интегрального уравнения

$$(2.2) \quad N_1(x) = \iint_{F_\eta} N_1(\eta) G_0(x, \eta, \varphi) dF_\eta + F(x)$$

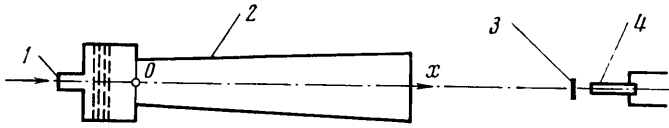
$$G_0(x, \eta, \varphi) = \frac{\cos \psi_x \cos \psi_\eta}{\pi R^2(x, \eta, \varphi)}$$

$$(2.3) \quad R(x, \eta, \varphi) = [(\eta-x)^2 + r^2(\eta) + r^2(x) - 2r(\eta)r(x) \cos \varphi]^{1/2}$$

$$(2.4) \quad \cos \psi_x = \frac{r(x) - r(\eta) \cos \varphi + (\eta-x)r'(x)}{R(x, \eta, \varphi) (1 + [r'(x)]^2)^{1/2}}$$

$$(2.5) \quad \cos \psi_\eta = \frac{r(\eta) - r(x) \cos \varphi - (\eta-x)r'(\eta)}{R(x, \eta, \varphi) (1 + [r'(\eta)]^2)^{1/2}}$$

Здесь $F(x)$ — число молекул, дополнительно появляющихся или исчезающих на поверхности сопла в единицу времени, $R(x, \eta, \varphi)$ — расстояние между элементарными



Фиг. 1

площадками на поверхности сопла, φ — угол между плоскостями, проходящими через ось сопла, в которых лежат радиусы $r(x)$ и $r(\eta)$, $\cos \psi_x$ и $\cos \psi_\eta$ — косинусы углов между линией, соединяющей элементарные площадки, и нормалью площадок.

С учетом (2.3) — (2.5), а также принимая во внимание, что $dF_\eta = r(\eta) \sqrt{1 + [r'(\eta)]^2} \times d\eta d\varphi$, уравнение (2.2) преобразуется к виду

$$(2.6) \quad N_1(x) = \int_{\eta=0}^{\infty} \int_{\varphi} N_1(\eta) G_1(\eta, x, \varphi) r(\eta) d\eta d\varphi + F(x)$$

$$G_1(\eta, x, \varphi) = \frac{[r(\eta) - r(x) \cos \varphi - (\eta-x)r'(\eta)]}{\pi(1 + [r'(x)]^2)^{1/2}} \times$$

$$\times \frac{[r(x) - r(\eta) \cos \varphi + (\eta-x)r'(x)]}{[(\eta-x)^2 + r^2(\eta) + r^2(x) - 2r(x)r(\eta) \cos \varphi]^2}$$

Интегрирование в соотношении (2.6) должно проводиться только по углам φ , для которых $\cos \psi_x > 0$ и $\cos \psi_\eta > 0$ и выполнено условие взаимной видимости площадок.

Из (2.6) видна неоднозначность решения задачи профилирования и перфорирования сопла, поскольку в (2.6) входят две неизвестные функции: $r(x)$ и $F(x)$. Поэтому ниже рассматривается частный случай, когда одна из этих функций задана, а именно рассматривается неперфорированное сопло.

3. При отсутствии перфорации функция $F(x) = 0$ и уравнение (2.6) упрощается

$$(3.1) \quad N_1(x) = \int_{\eta} \int_{\varphi} N_1(\eta) G_1(\eta, x, \varphi) r(\eta) d\eta d\varphi$$

Решать его надо с учетом зависимости (2.1), связывающей $N_1(x)$ и профиль сопла $r(x)$. При этом интегральное уравнение (3.1) оказывается нелинейным относительно неизвестной функции $r(x)$. Однако, если задаться профилем сопла $r(x)$, то уравнение (3.1) становится линейным и легко может быть решено относительно функции $N_1(x)$. Далее из (2.1) для заданного $r(x)$ может быть найдена функция $N(\theta, \varphi)$. Эту функцию можно сравнить с функцией $N(\theta, \varphi)$ натурального потока (1.3) и сделать заключение о возможности использования потока из заданного сопла $r(x)$ для моделирования натурального потока.

В качестве примера рассмотрим профиль свободномолекулярного сопла для моделирования потока со скоростным отношением $S=10$ (число Маха $M=12$) в виде конуса, расположение которого относительно модели изображено на фиг. 1 (1 — отверстие для подачи газа, 2 — коническое сопло: диаметр меньшего сечения 40 мм, диаметр большого сечения 64 мм, длина 240 мм, 3 — шторка для перегоразивания

потока, 4 — модель, расстояние между срезом сопла и входным сечением модели 160 мм). Сравнение функции $N(\theta, \varphi)$ для натурального потока — кривая 1 — и для конического сопла — кривая 2 — приведено на фиг. 2, в координатах, в которых площадь под кривой — (см. (1.4)) число молекул, попадающих во входное сечение модели.

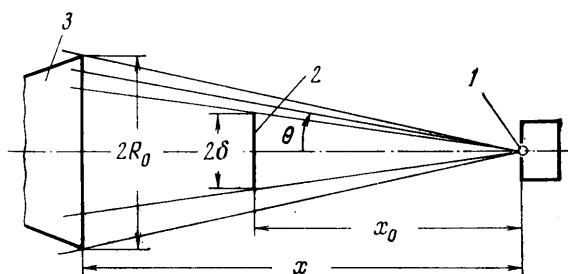
Масштабы кривых подобраны так, что интегралы от обеих функций равны. Из фиг. 2 видно, что хотя кривые отличаются в деталях, но основные параметры их (область существования, момент относительного нуля и т. д.) близки. Соответственно должны быть близкими и расходные свойства натурального и моделирующего потоков. Исходя из этих соображений при помощи описанного выше конического сопла создавался свободномолекулярный поток, который использовался для экспериментальных исследований характеристик свободномолекулярного воздухозаборника.

4. Экспериментальное исследование свободномолекулярного сопла и свободномолекулярного воздухозаборника проводилось в вакуумной камере. Реальная производительность насоса ~ 6000 л/сек. В качестве рабочего газа использовался воздух. Измерение давления за воздухозаборником, выполненным в виде цилиндрической трубки, или за диафрагмой (пластинки с отверстием) проводилось стандартной ионизационной лампой ЛМ-2. Невысокая абсолютная точность показаний лампы была в значительной мере компенсирована тем, что лампа фактически использовалась не как измерительное средство с заранее установленной шкалой, а как линейный индикатор. В этом случае от лампы требовалась только воспроизводимость (повторяемость показаний) и линейность. Оба эти условия выполнялись удовлетворительно, что будет видно при обсуждении результатов измерений.

Во входное отверстие цилиндрического воздухозаборника или диафрагмы поступают молекулы как из сопла, так и от стенок вакуумной камеры. Последние образуют фон, мешающий измерениям, и его необходимо учитывать. Так как измерения проводились всегда в свободномолекулярной области течения газа, то оба потока можно считать независимыми. Это давало возможность с учетом линейности измерительного прибора вычитать давление фона. Исходя из сказанного выше, каждое измерение проводилось в два этапа при постоянном расходе воздуха через сопло. Сначала измерялось давление за воздухозаборником P_v (или за диафрагмой P_d), вслед за этим



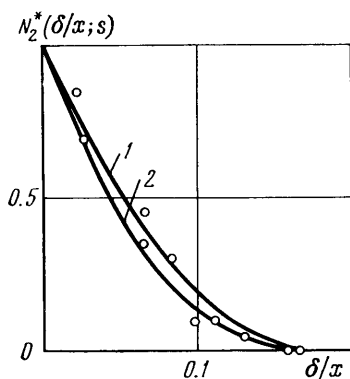
Фиг. 2



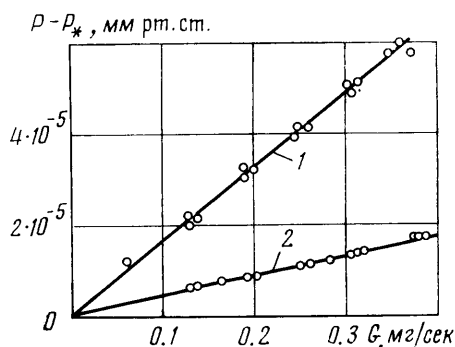
Фиг. 3

поток молекул из сопла в воздухозаборник перекрывался шторкой (фиг. 1) и измерялось фоновое давление P_v в вакуумной камере. При этом считалось, что давление фона зависит только от расхода воздуха через сопло и не зависит от характера препятствия, находящегося в струе из сопла, положения сопла и т. д. Как будет показано ниже, сформулированное допущение выполнялось хорошо.

5. Метод измерения функции $N(\theta, \varphi)$ в осесимметричном потоке из свободномолекулярного сопла произвольной формы основан на том, что если в исследуемой точке установить приемник потока в виде диафрагмы с нулевым сквозным расходом и после этого загоразживать отдельные части потока шторкой, расположенной между приемником и соплом (фиг. 3, где 1 — диафрагма, 2 — шторка, 3 — сопло), то можно получить информацию о количестве молекул, проходивших в приемник в перегороденных участках потока. В качестве приемника можно использовать диафрагму, полость за которой соединена с термоэмиссионной лампой, измеряющей давление. Показание лампы можно считать пропорциональным количеству молекул, поступающих на единицу поверхности диафрагмы в единицу времени. Приемное отверстие диафрагмы должно быть достаточно малым, чтобы его можно было считать точечным.



Фиг. 4



Фиг. 5

Удобно воспользоваться шторкой в виде полоски шириной 2δ и длиной, достаточной для полного пересечения потока.

Измерения проводятся следующим образом. При различных фиксированных положениях экранирующей шторки, всегда располагаемой на оси симметрии системы, или при различных размерах шторки фиксируются показания лампы и пересчитываются на относительное число молекул $N_2^*(\delta/x, S)$, приходящих на единицу поверхности приемника в единицу времени. С другой стороны относительное число молекул, падающих на единицу поверхности в единицу времени, связано по определению с функцией $N(\theta, \varphi)$ соотношением

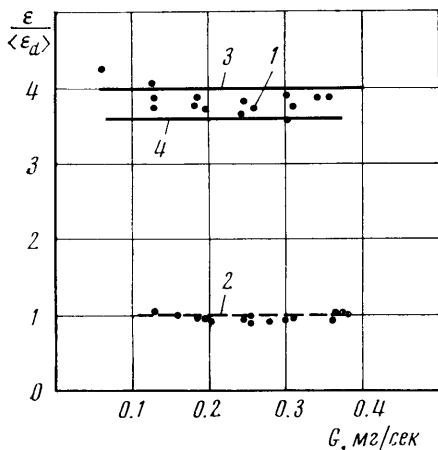
$$(5.1) \quad N_2^* \left(\frac{\delta}{x}, S \right) = \frac{1}{N_2(0, S)} \iint_{\Omega} N(\theta, \varphi) \cos \theta \, d\Omega$$

Интегрирование ведется по пространственному углу Ω , не загороженному шторкой.

Для исследуемого конического сопла сравнение результатов измерений $N_2^*(\delta/x, S)$, проводилось с теоретической кривой, рассчитанной для натурального потока на основании соотношения (5.1) с учетом (1.3) для различных S . Результаты сравнения приведены на фиг. 4, где точки — эксперимент, сплошные кривые — расчет для натурального потока. Видно, что из-за разброса точек $N_2^*(\delta/x, S)$ трудно решить, какому из двух конкретных значений $S=8$ (кривая 1) или $S=10$ (кривая 2) они лучше соответствуют.

6. Модель свободномолекулярного воздухозаборника была выполнена в виде цилиндрической трубки диаметром 6 мм и длиной 36 мм (фиг. 1). Для определения максимальной степени сжатия $[2-5]$ измерялось давление в замкнутой полости позади воздухозаборника. Для того чтобы получить характеристики в относительном виде и тем самым уменьшить влияние постоянных ошибок, наряду с характеристиками цилиндрического воздухозаборника в тех же условиях определялись характеристики воздухозаборника, выполненного в виде диафрагмы, диаметром 6 мм. Характеристики такого воздухозаборника хорошо известны из теории и не зависят от основного допущения любой теории — от закона отражения молекул от стенки. Поэтому экспериментальные характеристики диафрагмы принимались за эталон, и с ними сравнивались характеристики цилиндрического воздухозаборника.

Схема эксперимента показана на фиг. 1. Как видно из приведенных на фиг. 5 результатов эксперимента, зависимость прироста давления за цилиндрическим воздухозаборником и давления за диафрагмой $P - P^*$ от расхода G газа через



Фиг. 6

сопло, как в случае воздухозаборника (кривая 1), так и в случае диафрагмы (кривая 2) имеет линейный характер. Разброс точек объясняется недостаточно хорошей воспроизводимостью тепловых режимов насосов, ионизационной лампы и другими причинами.

На фиг. 6 приведены значения максимальной степени сжатия воздухозаборника, отнесенные к максимальной степени сжатия диафрагмы (группа точек 1). Обработка результатов эксперимента проводилась по формуле

$$\frac{\varepsilon}{\langle \varepsilon_d \rangle} = \frac{(P - P_*)/G}{\langle (P_d - P_*)/G \rangle}$$

Среднее значение относительной максимальной степени сжатия для диафрагмы в принятых обозначениях оказывается равным единице. (Пунктирная линия 2.) Среднее значение относительной максимальной степени сжатия для цилиндрического воздухозаборника оказалось равным 3.8. Здесь же на графике нанесены теоретические значения относительной максимальной степени сжатия для скоростных отношений $S=10$ (сплошная линия 3), $S=8$ (сплошная линия 4) [2-5]. Видно удовлетворительное совпадение эксперимента и теории.

В заключение отметим, что разработанная и апробированная методика создания свободномолекулярного потока с учетом указанных выше ограничений позволяет получить модели скоростного течения газа ($S=5-20$) без его подогрева.

Авторы благодарят М. Н. Когана за полезное обсуждение работы.

Поступила 10 X 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. М., «Наука», 1967.
2. Pond H. L. The effect of entrance velocity on the flow of a rarefied gas through a tube. J. Aerospace Sci., 1962, vol. 29, No. 8.
3. De Leeuw T. H., Rothe D. E. A numerical solution for the free-molecule impact-pressure probe relations for tubes of arbitrary length. Univ. Toronto, Inst. Aerophys., 1962, Rept 88.
4. Боровков И. С., Вершинин И. Д. О коэффициенте расхода воздухозаборника при свободномолекулярном режиме течения. Уч. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 5.
5. Богомазов В. И., Кузнецов Ю. Е., Носик В. А. О характеристиках цилиндрических воздухозаборников в свободномолекулярном потоке. Уч. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 5.