

Таким образом, десорбция вытесняемой жидкости приводит к размытию разрыва (пунктирная кривая на фигуре), имеющему место при ее отсутствии, причем зона смеси ( $\xi_1 \leq \xi \leq \xi_2$ ) увеличивается пропорционально времени

$$l_A = x_2 - x_1 = BV_0 t, \quad B = \frac{2\gamma(c^\circ - c_0) \{m + \gamma[1 - 1/2(c_0 + c^\circ)]\}}{[m + \gamma(1 - c^\circ)]^2 [m + \gamma(1 - c_0)]}$$

Переходная диффузионная зона  $l_d$  расширяется [4] пропорционально  $(kt)^{1/2}$ , где  $k$  — характерный коэффициент диффузии. Отсюда видно, что при

$$\frac{l_d}{l_A} \sim \frac{(kt)^{1/2}}{BV_0 t} \sim \frac{m^2 k^{1/2}}{\gamma V_0 t^{1/2}} \ll 1$$

(учтено, что обычно  $\gamma \ll m$ ) размытие первоначального скачка при больших временах  $t$  определяется адсорбционным механизмом.

Если  $c^\circ < c_0$ , т. е. вытесняющая жидкость адсорбируется в скелете пористой среды, то имеет место скачок концентрации и скорости, движущийся со скоростью  $V_0 [m + \gamma(1 - c^\circ)]^{-1}$ , меньшей, чем в отсутствие адсорбции. Решение в этом случае легко получается из (6), если положить  $\xi_2 = \xi_1$ .

Поступила 9 X 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Николаевский В. Н., Розенберг М. Д. Движение двух взаиморастворимых жидкостей в пористой среде. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 2.
2. Николаевский В. Н., Бондарев Э. А., Миркин М. И., Степанова Г. С., Терзи В. П. Движение углеводородных смесей в пористой среде. М., «Недра», 1968.
3. Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н. Системы квазилинейных уравнений. М., «Наука», 1968.
4. Баренблатт Г. И., Енгов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М., «Недра», 1972.

УДК 533.6.011.35:518.5

### К РАСЧЕТУ СВЕРХЗВУКОВОЙ ПЕРЕРАСШИРЕННОЙ СТРУИ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА, ИСТЕКАЮЩЕЙ В СПУТНЫЙ ТРАНСЗВУКОВОЙ ПОТОК

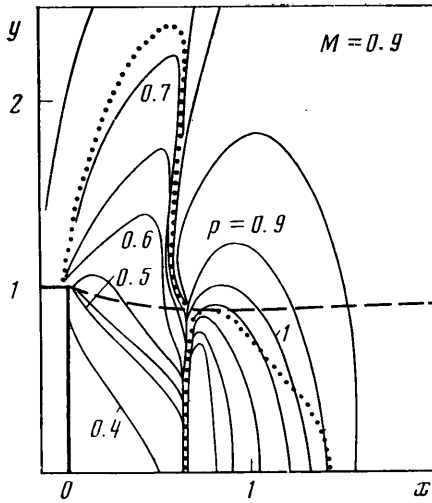
Н. Я. КУРОЧКИНА, Р. К. ТАГИРОВ

(Москва)

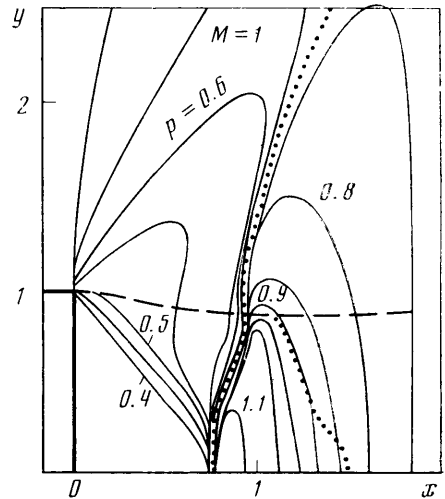
Приведены результаты численного исследования истечения невязкой осесимметричной струи в спутный трансзвуковой поток на режиме перерасширения. Стационарная картина течения получается в процессе установления при интегрировании нестационарных уравнений газодинамики по конечно-разностной схеме С. К. Годунова.

В настоящее время достигнут значительный успех в методах расчета сверхзвуковых струй, истекающих на режимах перерасширения или недорасширения [1-5]. Однако эти методы ограничены случаями истечения струй в затопленное пространство. В то же время значительный интерес представляет истечение недорасширенной или перерасширенной струи в спутный, в особенности в трансзвуковой поток. Наличие смешанных областей течения в струе и в спутном потоке существенно усложняет интегрирование стационарной системы уравнений газодинамики. В некоторой мере задача истечения недорасширенной струи в спутный трансзвуковой поток была рассмотрена в [6]. Методы расчета истечения перерасширенной струи в спутный поток в литературе отсутствуют. Поэтому данная работа и была посвящена созданию на основе достижений работ [1, 2, 8] соответствующего метода расчета и проведению численных исследований.

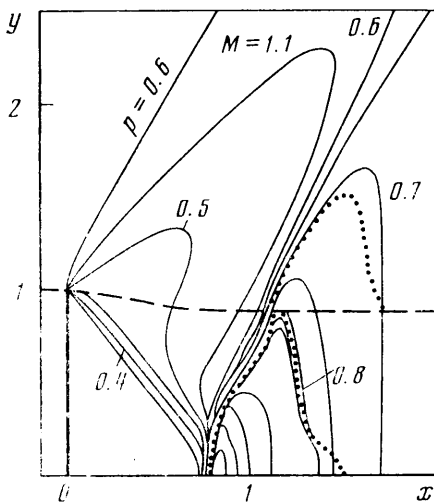
1. Рассмотрим истечения сверхзвуковой осесимметричной струи невязкого нетеплопроводного газа в спутный трансзвуковой поток на режиме перерасширения. Предполагается, что струя истекает из сопла, имеющего заданные обводы контура. Прямоугольная система координат  $x$  и  $y$  расположена таким образом, что ось  $x$  совмещается с осью сопла и истекающей из него струи, а сечению среза сопла соответствует  $x=0$ . Область течения ограничена осью симметрии  $y=0$ , плоскостью



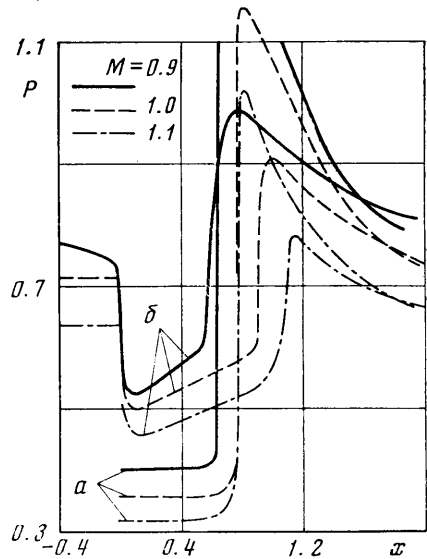
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

$x=x_n$ , внешней границей  $y=R$  и сечением  $x=L$ . За характерный размер длины выбирается радиус выходного сечения сопла.

Построение расчетной сетки проводится путем разбиения области течения в продольном и поперечном направлениях на отрезки, причем рассматривается подвижная сетка, которая позволяет выделить в процессе расчета заранее неизвестную границу струи. Построение расчетной сетки подробно описано в работе [1]. На образующей сопла и оси симметрии выставлялось условие непротекания. На левой границе заданы полная энтальпия и энтропия и предполагалось равенство нулю нормальной составляющей скорости, на верхней и правой границе задано давление, равное давлению внешнего невозмущенного потока. Параметры газа на срезе сопла считаются известными.

Дифференциальные уравнения течения и соотношения на сильных разрывах эквивалентны следующей системе интегральных законов сохранения:

$$\frac{d}{dt} \iint_S \rho y \, dx \, dy + \oint_{\Gamma} \rho y [u \, dy - (v - \omega_y) \, dx] = 0$$

$$(1.1) \quad \frac{d}{dt} \iint_S \rho u y \, dx \, dy + \oint_{\Gamma} y [(p + \rho u^2) dy - \rho u (v - \omega_y) dx] = 0$$

$$\frac{d}{dt} \iint_S \rho v y \, dx \, dy + \oint_{\Gamma} y \{ \rho u v \, dy - [p + \rho v (v - \omega_y)] dx \} = \iint_S p \, dx \, dy$$

Вместо уравнения энергии используется

$$(1.2) \quad p = \frac{k-1}{2k} \rho (2H - u^2 - v^2)$$

Система (1.1), (1.2) замыкается уравнением состояния для совершенного газа. В (1.1), (1.2) обозначение параметров общепринятое. Следует отметить, что  $\Gamma$  — контур ячейки,  $S$  — ее площадь,  $\Gamma$  и  $S$  зависят от времени,  $\omega_y$  — скорость смещения любой гочки контура  $\Gamma$  в направлении оси  $y$ . Предполагается, что все параметры в рассматриваемой задаче обезразмерены следующим образом:  $u$  и  $v$  отнесены к критической скорости  $u_*$  внешнего потока,  $\rho$  — к критической плотности  $\rho_*$  внешнего потока,  $p$  — к произведению  $\rho_* u_*^2$ , полная энтальпия  $H$  отнесена к  $u_*^2$ , линейные размеры отнесены к максимальному радиусу  $R_M$  исследуемого тела, время  $t$  — к  $R_M/u_*$ .

Данная система уравнений численно интегрируется с помощью разностной схемы [7, 8]. Стационарное решение получается в процессе установления по времени.

2. При расчете взаимодействия реактивной струи со спутным трансзвуковым потоком предполагалось, что поток на срезе сопла равномерный ( $M_a=1.7$ ), отношение удельных теплоемкостей  $k_a=k_c=1.4$ , значение нерасчетности  $n=p_a/p_c=0.5$ , число Маха спутного потока  $M=0.9, 1, 1.1$ .

На фиг. 1 показаны результаты расчета, полученные для  $M=0.9$  при  $R=12, L=5, x_a=-2$ . Разностная сетка содержала 60 ячеек в направлении оси  $x$  и 60 ячеек в направлении оси  $y$ . На этой фигуре показаны изобары (сплошные линии), звуковые линии с числом Маха, равным единице (пунктирные линии) и граница струи (штриховая линия). Интересно отметить наличие местной дозвуковой зоны в струе и местной сверхзвуковой зоны во внешнем потоке.

На фиг. 2 приведены результаты для  $M=1$ . Единственное отличие от предыдущего варианта:  $R=15$ . Здесь можно видеть, что внешний звуковой поток разгоняется до сверхзвукового на начальном участке спутной струи, а затем тормозится до дозвуковых скоростей.

Для  $M=1.1$  результаты приведены на фиг. 3. Отличие от предыдущего варианта:  $R=5, L=2.1, x_a=-0.15$ , разностная сетка  $70 \times 70$ . Видно возникновение в сверхзвуковых потоках местных дозвуковых зон.

При всех трех исследованных числах  $M$  в струе реализуется конфигурация, состоящая из косого скачка, исходящего от кромки сопла, и диска Маха.

Распределение давления вдоль оси симметрии ( $a$ ) и вдоль стенки тела и границы струи ( $b$ ) приведены на фиг. 4. Видно наличие ярко выраженных скачков уплотнения, характеризующихся тгущением изобар на предыдущих фигурах.

Программа составлена на языке «Алгол-60». Счет на ЭВМ БЭСМ-6 с помощью транслятора, созданного ВЦ АН СССР, 3–9 час в зависимости от варианта. Алгоритм расчета позволяет проводить численные исследования распространения дозвуковых, трансзвуковых и сверхзвуковых струй (произвольные режимы истечения) в спутном дозвуковом и трансзвуковом потоках.

Авторы признательны А. Н. Крайко и М. Я. Иванову за полезные обсуждения и внимание к работе.

Поступила 24 X 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов М. Я., Ланюк А. Н. К расчету сверхзвуковой перерасширенной струи идеального газа при наличии в потоке диска Маха. Уч. зап. ЦАГИ, 1974, т. 4, № 4.
2. Васенин И. М., Рычков А. Д. Численный расчет осесимметрической сверхзвуковой перерасширенной струи идеального газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 5.
3. Еремин В. В., Липницкий Ю. М. О построении многомерных разностных схем третьего порядка точности. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1974, т. 14, № 2.
4. Ашратов Э. А. Расчет осесимметричной струи, вытекающей из сопла, при давлении в струе, меньшем давления в окружающей среде. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 1.

5. Аверенкова Г. И., Ашратов Э. А., Волконская Т. Г. Исследование параметров осесимметричных недорасширенных струй идеального газа. В сб. «Вычислительные методы и программирование. (Численные методы в механике сплошных сред.)», вып. 15. М., Изд-во МГУ, 1970.
6. Тагиров Р. К. Трансзвуковое обтекание тела вращения при истечении реактивной струи из его кормовой части. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 2.
7. Годунов С. К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. Матем. сб., 1959, т. 47, вып. 3.
8. Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отошедшей ударной волной. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 6.

УДК 533.6.011.55

## О НЕУСТОЙЧИВОСТИ ГИПЕРЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ ОКОЛО КЛИНА В НЬЮТОНОВСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Э. Э. АПШТЕЙН, М. М. ГИЛИНСКИЙ

(Москва)

В настоящее время в литературе имеется ряд работ, в которых рассматриваются нестационарные гиперзвуковые течения в ньютоновском приближении [1-4]. При этом, поскольку угол наклона ударной волны  $\alpha_s$  совпадает в нулевом приближении с углом наклона тела  $\alpha_b$  [1], то в граничных условиях на ударной волне обычно пользуются последним. Однако с таким же основанием в рамках нулевого приближения можно пользоваться значением  $\alpha_s$ . Оба подхода равноправны и при стационарном обтекании дают близкие результаты. Для нестационарных же течений результаты могут отличаться коренным образом. Ниже будет показано, что при исследовании течения около неподвижного клина при постоянных условиях в набегающем потоке в первом случае получается стационарная картина, во втором — растущее по времени решение.

Пусть  $x, y$  — ортогональные координаты, связанные с поверхностью тела и направленные вдоль поверхности и по нормали к ней. В работе [2] путем разложения уравнений газодинамики по малому параметру  $\epsilon = \rho_\infty / \rho_s$  показано, что касательная составляющая скорости  $u$ , энтропия  $S$  и величина  $m = \rho y u'$  сохраняются в частице при нестационарном течении. Пользуясь этим, можно записать

$$(1) \quad y_s(x, t) = \int_{u_b}^{u_s} \frac{m}{\rho} du = \int_0^x \frac{m_s(\xi, t')}{\rho(x, y)} \frac{\partial}{\partial \xi} \Big|_{t, x} u_s(\xi, t') d\xi$$

Граничные условия на ударной волне дают

$$(2) \quad u_s = U_\infty \cos \alpha_s(\xi, t'), \quad m_s = -\rho_0 [U_\infty \cos \alpha_s \partial \alpha_s / \partial \xi + \partial \alpha_s / \partial t']$$

С учетом равенств (2) выражение (1) принимает следующий вид:

$$(3) \quad y_s = \int_0^x [\text{tg } \alpha_s \rho_0 / \rho(x, y)] / [1 + \text{tg } \alpha_s (\partial \alpha_s / \partial t') (x - \xi) / U \cos \alpha_s] d\xi$$

В выражениях (1) — (3)  $t$  — момент времени, когда частица находится в сечении с координатой  $x$ ;  $\xi$  и  $t'$  — координата точки и момент времени входа частицы в ударный слой,  $\rho_0 = \text{const}$  — плотность в набегающем потоке,  $\rho(x, y)$  — плотность газа в точке с координатами  $x, y$  в момент времени  $t$ ,  $U_\infty = \text{const}$  — скорость набегающего потока,  $\alpha_s(\xi, t')$  — угол между скоростью набегающего потока и поверхностью ударной волны.

Из (3) видно, что если вместо  $\alpha_s$  взять угол наклона клина  $\alpha_b$ , не зависящий от времени, то и  $y_s$  зависеть от времени не будет.

В [2] показано, что давление поперек ударного слоя постоянно. Воспользуемся формулой Ньютона

$$(4) \quad p_s(\xi, t') = \rho_0 [U_\infty \sin \alpha_s(\xi, t') + \dot{y}_s(\xi, t')]^2$$