

рециркуляционного течения за препятствием и слабой застойной зоной перед препятствием. Линиям 1—9 на фиг. 1 соответствуют значения $\psi=1, 0,8, 0,6, 0,4, 0,2, 0,1, 0,03, -0,01, -0,03$. Расстояние между препятствиями превышало высоту препятствия в 4 раза и ширину в 8 раз. Высота препятствия составляла $\frac{2}{3}$ общей глубины потока. При данном числе Рейнольдса дальнейшее увеличение расстояния между выступами не сказывалось существенным образом на рециркуляционном течении за препятствием. Этот факт проверялся при расчете варианта, в котором расстояние между препятствиями превышало ширину препятствия в 15 раз. На фиг. 2 ($Re=10, G=4 \cdot 10^3$) и фиг. 3 ($Re=10, G=2 \cdot 10^4$) показано изменение характера течения при увеличении числа Грасгофа. Линиям 1—8 на фиг. 2 соответствуют значения $\psi=1,0, 0,8, 0,6, 0,4, 0,2, 0,03, -0,01, -0,015$. Линиям 1—8 на фиг. 3 соответствуют значения $\psi=1,0, 0,8, 0,6, 0,4, 0,2, 0,03, -0,01, -0,03$. С ростом числа Грасгофа рециркуляционное течение за препятствием исчезает и возникает рециркуляционное течение перед препятствием (фиг. 2). При дальнейшем увеличении числа Грасгофа эта область занимает все пространство между препятствиями и основное течение с заданным расходом происходит над линией, определяемой высотой препятствия (фиг. 3). Температура препятствия для результатов, приведенных на фиг. 1—3, определялась линейным законом $\phi=y$. На фиг. 4 ($Re=10, G=2 \cdot 10^4$) показаны изотермы для одного из рассмотренных вариантов. Линиям 1—8 соответствуют значения $\phi=1,5, 1,3, 1,1, 0,9, 0,7, 0,5, 0,3, 0,1$. Искривление изотерм до препятствия и после препятствия противоположно, что связано с направлением течения в рециркуляционной зоне и соответствующим конвективным переносом тепла. Однако само отклонение изотерм от прямолинейных весьма незначительно, что связано с малой интенсивностью вторичного течения. Характер движения в области блокировки потока был одинаковым как для течения, в котором верхняя граница представляла собой движущуюся плоскость, так и для движения, в котором эта граница была фиксированной в пространстве свободной поверхностью.

Был проведен также расчет для случая, когда температура выступа постоянна и равна температуре нижней поверхности. Для этого случая рециркуляционная зона уменьшается в размерах по сравнению с зоной, получающейся при переменной температуре выступа. Движение в этой зоне становится более интенсивным. Расчеты проводились при различных сетках в области течения, причем сравнивались результаты для случая $N=600$ и $N=900$, где N — число точек в области.

Поступила 9 IX 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Long R. R. Finite amplitude disturbances in the flow of Inviscid rotating and stratified fluids over obstacles. Ann. Rev. Fluid Mech., 1972, vol. 4.
2. Гершуни Г. З., Жуковичкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М., «Наука», 1972.
3. Arakawa A. Computational design for long-term numerical integration of the equations of fluid motion: two-dimensional incompressible flow. J. Comput. Phys., 1966, vol. 1, No. 1. (Рус. перев.: Схема численного интегрирования уравнения движения жидкости на длительный срок: случай двумерного потока несжимаемой жидкости. В сб. «Численные методы решения задач динамики атмосферы и океана». Л., Гидрометеиздат, 1968).
4. Lilly D. K. On the computational stability of numerical solutions of time dependent non-linear geophysical fluid dynamics problems. Monthly Weather Rev., 1965, vol. 93, No. 1. (Рус. перев.: О вычислительной устойчивости численных решений нестационарных нелинейных геофизических задач динамики жидкости. В сб. «Численные методы решения задач динамики атмосферы и океана». Л., Гидрометеиздат, 1968).

УДК 532.546.1

О ФИЛЬТРАЦИИ СОРБИРУЕМЫХ ВЗАИМОРАСТВОРИМЫХ ЖИДКОСТЕЙ

А. И. ГУТНИКОВ

(Харьков)

Рассматривается фильтрация двух несжимаемых жидкостей, одна из которых сорбируется в твердом скелете пористой среды. Для одномерных задач приводятся автоматические решения при равновесной динамике сорбции в пренебрежении диффузией. Исследуется возникающая при этом зона смеси жидкостей.

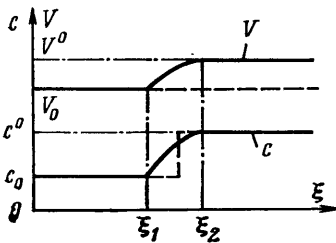
Линейный одномерный процесс без учета диффузионных и неравновесных сорбционных эффектов описывается уравнениями [1, 2]

$$(1) \quad m \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial cV}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0, \quad a = a(c)$$

Здесь c — концентрация сорбируемой жидкости в потоке, a — отсорбированное количество жидкости в твердом скелете, V — скорость движения смеси, m — пористость.

Однородная относительно первых производных квазилинейная система уравнений (1) допускает (при определенных начальных и краевых условиях) автомодельное решение $c(\xi)$, $V(\xi)$, $\xi = x/t$, удовлетворяющее системе обыкновенных дифференциальных уравнений [3]



$$(2) \quad \xi \frac{d}{d\xi} [mc(\xi) + a(c)] = \frac{d}{d\xi} c(\xi) V(\xi)$$

$$\xi \frac{da(c)}{d\xi} = \frac{dV(\xi)}{d\xi}$$

Общее решение системы уравнений (2) имеет два «представления» — тривиальное $c = \text{const}$, $V = \text{const}$ и отвечающее обращению в нуль детерминанта при производных

$$(3) \quad \xi = \frac{V}{m + a'(1-c)}, \quad \frac{dc}{dV} = \frac{1}{V} \frac{m + a'(1-c)}{a'c}$$

Штрих указывает производную. Решения начальных и краевых задач для уравнений (2) составляются из кусков указанных кривых, причем для имеющих разрывов (как и для любых других точек) должны выполняться условия сохранения

$$(4) \quad \xi [mc_+ + a(c_+) - mc_- - a(c_-)] = c_+ V_+ - c_- V_-$$

$$\xi [a(c_+) - a(c_-)] = V_+ - V_-$$

(индексы плюс и минус соответствуют значениям до и после разрыва).

Исследуем сорбцию по изотерме Генри $a = \gamma c$, результаты для которой получаются в простом аналитическом виде. Кривые (3) в этом случае имеют вид

$$c(\xi) = 1 + \frac{m}{\gamma} - \frac{A}{\gamma \sqrt{\xi}}, \quad V(\xi) = A \sqrt{\xi}$$

где постоянная интегрирования A должна определяться из начальных и краевых условий или законов сохранения (4).

Рассмотрим задачу о вытеснении сорбируемой жидкости несорбируемой с постоянной скоростью закачки в полубесконечный пласт

$$(5) \quad c(0, t) = c(0) = c_0, \quad c(x, 0) = c(\infty) = c^o; \quad V(0, t) = V(0) = V_0, \quad c^o > c_0$$

Используя законы сохранения (4), можно легко получить решение (фигура), удовлетворяющее условиям (5)

$$(6) \quad c = c_0, \quad V = V_0 \quad (\xi \leq \xi_1)$$

$$c = 1 + \frac{m}{\gamma} - \frac{A}{\gamma \sqrt{\xi}}, \quad V = A \sqrt{\xi}, \quad A = V_0^{1/2} [m + \gamma(1-c_0)]^{1/2}$$

$$(\xi_1 \leq \xi \leq \xi_2)$$

$$c = c^o, \quad V = V^o = \frac{m + \gamma(1-c_0)}{m + \gamma(1-c^o)} V_0 \quad (\xi \geq \xi_2)$$

$$\xi_1 = \frac{1}{m + \gamma(1-c_0)} V_0, \quad \xi_2 = \frac{m + \gamma(1-c_0)}{[m + \gamma(1-c^o)]^2} V_0$$

Таким образом, десорбция вытесняемой жидкости приводит к размытию разрыва (пунктирная кривая на фигуре), имеющему место при ее отсутствии, причем зона смеси ($\xi_1 \leq \xi \leq \xi_2$) увеличивается пропорционально времени

$$l_A = x_2 - x_1 = BV_0 t, \quad B = \frac{2\gamma(c^\circ - c_0) \{m + \gamma[1 - 1/2(c_0 + c^\circ)]\}}{[m + \gamma(1 - c^\circ)]^2 [m + \gamma(1 - c_0)]}$$

Переходная диффузионная зона l_d расширяется [4] пропорционально $(kt)^{1/2}$, где k — характерный коэффициент диффузии. Отсюда видно, что при

$$\frac{l_d}{l_A} \sim \frac{(kt)^{1/2}}{BV_0 t} \sim \frac{m^2 k^{1/2}}{\gamma V_0 t^{1/2}} \ll 1$$

(учтено, что обычно $\gamma \ll m$) размытие первоначального скачка при больших временах t определяется адсорбционным механизмом.

Если $c^\circ < c_0$, т. е. вытесняющая жидкость адсорбируется в скелете пористой среды, то имеет место скачок концентрации и скорости, движущийся со скоростью $V_0 [m + \gamma(1 - c^\circ)]^{-1}$, меньшей, чем в отсутствие адсорбции. Решение в этом случае легко получается из (6), если положить $\xi_2 = \xi_1$.

Поступила 9 X 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Николаевский В. Н., Розенберг М. Д. Движение двух взаиморастворимых жидкостей в пористой среде. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 2.
2. Николаевский В. Н., Бондарев Э. А., Миркин М. И., Степанова Г. С., Терзи В. П. Движение углеводородных смесей в пористой среде. М., «Недра», 1968.
3. Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н. Системы квазилинейных уравнений. М., «Наука», 1968.
4. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М., «Недра», 1972.

УДК 533.6.011.35:518.5

К РАСЧЕТУ СВЕРХЗВУКОВОЙ ПЕРЕРАСШИРЕННОЙ СТРУИ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА, ИСТЕКАЮЩЕЙ В СПУТНЫЙ ТРАНСЗВУКОВОЙ ПОТОК

Н. Я. КУРОЧКИНА, Р. К. ТАГИРОВ

(Москва)

Приведены результаты численного исследования истечения невязкой осесимметричной струи в спутный трансзвуковой поток на режиме перерасширения. Стационарная картина течения получается в процессе установления при интегрировании нестационарных уравнений газодинамики по конечно-разностной схеме С. К. Годунова.

В настоящее время достигнут значительный успех в методах расчета сверхзвуковых струй, истекающих на режимах перерасширения или недорасширения [1-5]. Однако эти методы ограничены случаями истечения струй в затопленное пространство. В то же время значительный интерес представляет истечение недорасширенной или перерасширенной струи в спутный, в особенности в трансзвуковой поток. Наличие смешанных областей течения в струе и в спутном потоке существенно усложняет интегрирование стационарной системы уравнений газодинамики. В некоторой мере задача истечения недорасширенной струи в спутный трансзвуковой поток была рассмотрена в [6]. Методы расчета истечения перерасширенной струи в спутный поток в литературе отсутствуют. Поэтому данная работа и была посвящена созданию на основе достижений работ [1, 2, 8] соответствующего метода расчета и проведению численных исследований.

1. Рассмотрим истечения сверхзвуковой осесимметричной струи невязкого нетеплопроводного газа в спутный трансзвуковой поток на режиме перерасширения. Предполагается, что струя истекает из сопла, имеющего заданные обводы контура. Прямоугольная система координат x и y расположена таким образом, что ось x совмещается с осью сопла и истекающей из него струи, а сечению среза сопла соответствует $x=0$. Область течения ограничена осью симметрии $y=0$, плоскостью