

## ЛИТЕРАТУРА

1. Sandiford B. B., Keller H. F. Secondary recovery of petroleum. Пат. США. Cl. 166-9, No. 2827964. Patented March 25, 1958.
2. Mungan N., Smith F. W., Thompson J. L. Some aspects of polymer floods. J. Petrol. Technol., 1966, vol. 18, No. 9.
3. Кукин В. В., Горбатова А. Н., Швецов И. А., Меркулов В. П., Перышкина Т. Н. Фильтрационные характеристики растворов полиакриламида. Тр. Куйбышев. н.-и. ин-та нефт. пром-сти, 1968, вып. 38.
4. Енгов В. М., Полищук А. М. О роли сорбционных процессов при движении полимерных растворов в пористой среде. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 3.
5. Claridge E. L., Bondor P. L. A graphical method for calculating linear displacement with mass transfer and continuously changing mobilities. Soc. Petrol. Engng J., 1974, vol. 14, No. 6.

УДК 532.516

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ «БЛОКИРОВКИ»  
ПРИ ОБТЕКАНИИ ПРЕПЯТСТВИЯ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ  
ЖИДКОСТЬЮ**

Л. М. СИМУНИ

(Ленинград)

Исследуется явление «блокировки» при ламинарном обтекании вязкой несжимаемой жидкостью периодически расположенных препятствий. Прослеживается характер движения в условиях устойчивой температурной стратификации.

1. Постановка задачи и метод решения. При исследовании вопроса о движении устойчиво стратифицированной несжимаемой жидкости высказывались соображения о возможности блокировки потока препятствием [1]. Явление это заключается в том, что при обтекании препятствия стратифицированной жидкостью может образоваться зона, в которой скорость жидкости равна скорости препятствия, в то время как основное движение происходит над ним. Работа посвящена исследованию характера проявления этой особенности движения стратифицированной жидкости при наличии вязкости.

Рассматривается плоская неизотермическая задача обтекания препятствия вязкой несжимаемой жидкостью. Примем, что препятствия расположены периодически и имеют прямоугольную форму. Предполагаем, что задан расход жидкости через любое вертикальное сечение, а верхняя поверхность представляет собой или плоскость, движущуюся с заданной скоростью, или свободную поверхность, фиксированную в пространстве.

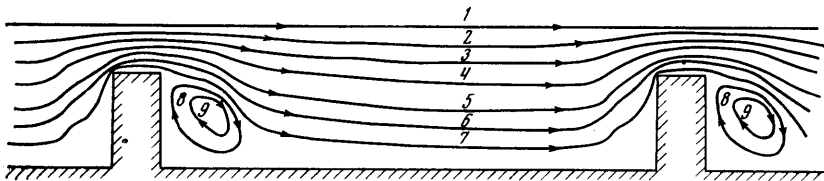
Уравнения тепловой конвекции в приближении Бусинеска имеют в обычных обозначениях вид [2]

$$(1.1) \quad \frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla) \cdot v = - \frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \Delta v + g\beta T \gamma$$

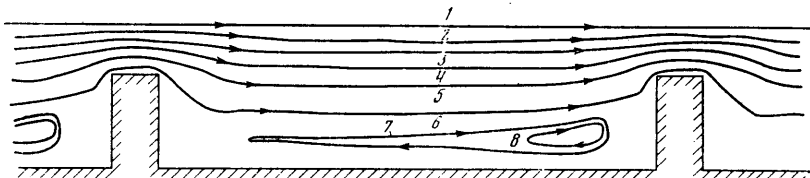
$$\frac{\partial T}{\partial t} + v \cdot \nabla T = \chi \Delta T, \quad \operatorname{div} v = 0$$

В качестве граничных условий, на боковых границах области примем условие периодичности, а на твердых границах — условие прилипания. Если рассматривается задача со свободной поверхностью, на ней предполагается заданным касательное напряжение. Температуру дна и верхней границы считаем постоянной и равной соответственно значениям  $T_1$  и  $T_2$ . В работе исследуется случай устойчивой стратификации ( $T_2 > T_1$ ) для различных законов изменения температуры выступа с высотой. Приводятся стационарные решения, полученные методом установления.

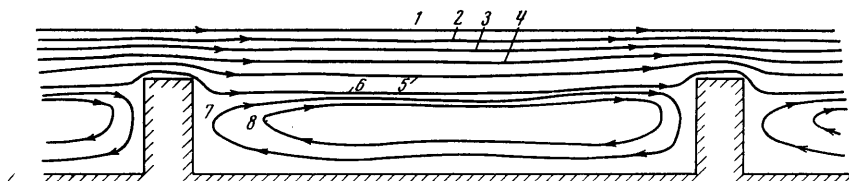
Кроме обычных для задачи о свободной конвекции параметров, числа Грасгофа  $G = g\beta(T_2 - T_1)L^3/\nu^2$  и числа Прандтля  $Pr = \nu/\chi$ , в данной задаче определяющим параметром будет число Рейнольдса  $Re = \nu L/\nu$ , где  $\nu$  — характерная скорость, определяемая заданным расходом. За характерный размер  $L$  принимаем высоту выступа.



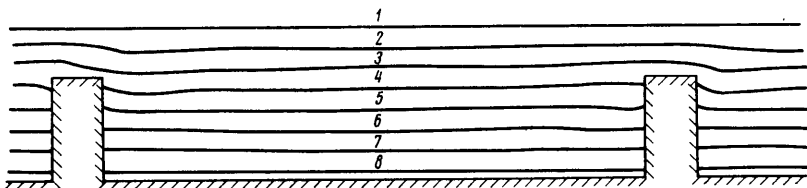
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Переходя в уравнения (1.4) к безразмерным переменным и вводя обычным образом функцию тока  $\psi$  и завихренности  $\varphi$ , получим систему

$$(1.2) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \text{Re} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) &= \Delta \varphi - \frac{G}{\text{Re}} \frac{\partial \vartheta}{\partial x}, & \Delta \psi &= \varphi \\ \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \text{Re} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right) &= \frac{1}{\text{Pr}} \Delta \vartheta \end{aligned}$$

Задача исследуется в зависимости от числа Грасгофа и числа Рейнольдса. Число Праудтля принимается равным единице. В системе (1.2)  $x, y, t$  — безразмерные аргументы,  $\vartheta = (T - T_1)/(T_2 - T_1)$  — безразмерная температура.

Для численного решения системы (1.2) применялась трехслойная по времени явная схема, имеющая второй порядок точности. Если уравнение имеет вид  $du/dt = H$ , то соответствующее разностное уравнение записывалось в форме  $u^{n+1} = u^n + (3/2)H^n \Delta t - 1/2 H^{n-1} \Delta t$ , где  $n$  — номер шага по времени. При аппроксимации пространственных производных нелинейных членов использовалась схема работы [3]. Устойчивость полученной разностной схемы исследована в работе [4], в которой показано, что для устойчивости схемы необходимо выполнение условия  $\Delta t \leq ch^2$ , где  $h$  — пространственный шаг,  $c$  — некоторая постоянная.

2. Результаты численного решения. Для  $\text{Re} = 10, G = 0$ , т. е. при отсутствии стратификации была получена картина течения (фиг. 1), которая характеризуется зоной

рециркуляционного течения за препятствием и слабой застойной зоной перед препятствием. Линиям 1—9 на фиг. 1 соответствуют значения  $\psi=1, 0,8, 0,6, 0,4, 0,2, 0,1, 0,03, -0,01, -0,03$ . Расстояние между препятствиями превышало высоту препятствия в 4 раза и ширину в 8 раз. Высота препятствия составляла  $\frac{2}{3}$  общей глубины потока. При данном числе Рейнольдса дальнейшее увеличение расстояния между выступами не сказывалось существенным образом на рециркуляционном течении за препятствием. Этот факт проверялся при расчете варианта, в котором расстояние между препятствиями превышало ширину препятствия в 15 раз. На фиг. 2 ( $Re=10, G=4 \cdot 10^3$ ) и фиг. 3 ( $Re=10, G=2 \cdot 10^4$ ) показано изменение характера течения при увеличении числа Грасгофа. Линиям 1—8 на фиг. 2 соответствуют значения  $\psi=1,0, 0,8, 0,6, 0,4, 0,2, 0,03, -0,01, -0,015$ . Линиям 1—8 на фиг. 3 соответствуют значения  $\psi=1,0, 0,8, 0,6, 0,4, 0,2, 0,03, -0,01, -0,03$ . С ростом числа Грасгофа рециркуляционное течение за препятствием исчезает и возникает рециркуляционное течение перед препятствием (фиг. 2). При дальнейшем увеличении числа Грасгофа эта область занимает все пространство между препятствиями и основное течение с заданным расходом происходит над линией, определяемой высотой препятствия (фиг. 3). Температура препятствия для результатов, приведенных на фиг. 1—3, определялась линейным законом  $\phi=y$ . На фиг. 4 ( $Re=10, G=2 \cdot 10^4$ ) показаны изотермы для одного из рассмотренных вариантов. Линиям 1—8 соответствуют значения  $\phi=1,5, 1,3, 1,1, 0,9, 0,7, 0,5, 0,3, 0,1$ . Искривление изотерм до препятствия и после препятствия противоположно, что связано с направлением течения в рециркуляционной зоне и соответствующим конвективным переносом тепла. Однако само отклонение изотерм от прямолинейных весьма незначительно, что связано с малой интенсивностью вторичного течения. Характер движения в области блокировки потока был одинаковым как для течения, в котором верхняя граница представляла собой движущуюся плоскость, так и для движения, в котором эта граница была фиксированной в пространстве свободной поверхностью.

Был проведен также расчет для случая, когда температура выступа постоянна и равна температуре нижней поверхности. Для этого случая рециркуляционная зона уменьшается в размерах по сравнению с зоной, получающейся при переменной температуре выступа. Движение в этой зоне становится более интенсивным. Расчеты проводились при различных сетках в области течения, причем сравнивались результаты для случая  $N=600$  и  $N=900$ , где  $N$  — число точек в области.

Поступила 9 IX 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Long R. R. Finite amplitude disturbances in the flow of Inviscid rotating and stratified fluids over obstacles. Ann. Rev. Fluid Mech., 1972, vol. 4.
2. Гершуни Г. З., Жуковичкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М., «Наука», 1972.
3. Arakawa A. Computational design for long-term numerical integration of the equations of fluid motion: two-dimensional incompressible flow. J. Comput. Phys., 1966, vol. 1, No. 1. (Рус. перев.: Схема численного интегрирования уравнения движения жидкости на длительный срок: случай двумерного потока несжимаемой жидкости. В сб. «Численные методы решения задач динамики атмосферы и океана». Л., Гидрометеиздат, 1968).
4. Lilly D. K. On the computational stability of numerical solutions of time dependent non-linear geophysical fluid dynamics problems. Monthly Weather Rev., 1965, vol. 93, No. 1. (Рус. перев.: О вычислительной устойчивости численных решений нестационарных нелинейных геофизических задач динамики жидкости. В сб. «Численные методы решения задач динамики атмосферы и океана». Л., Гидрометеиздат, 1968).

УДК 532.546.1

#### О ФИЛЬТРАЦИИ СОРБИРУЕМЫХ ВЗАИМОРАСТВОРИМЫХ ЖИДКОСТЕЙ

А. И. ГУТНИКОВ

(Харьков)

Рассматривается фильтрация двух несжимаемых жидкостей, одна из которых сорбируется в твердом скелете пористой среды. Для одномерных задач приводятся автоматические решения при равновесной динамике сорбции в пренебрежении диффузией. Исследуется возникающая при этом зона смеси жидкостей.