

**ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА РАЗРУШЕНИЕ
СТЕКЛОВИДНОГО ТЕЛА В ПОТОКЕ ГАЗА**

А. С. СЕНЧЕНКОВ

(Москва)

Полупрозрачность материала, определяющая проникновение внешнего излучения во внутренние слои, существенно влияет на профиль температуры в теле [1, 2]. Поскольку вязкость расплава стекловидных материалов сильно зависит от температуры, деформация профиля температуры вблизи поверхности приводит к значительному изменению скорости растекания жидкой пленки, существенно влияя на скорость разрушения тела.

В настоящей работе задача о разрушении сформулирована с учетом переноса излучения внутри тела. Определена зависимость параметров разрушения и степени черноты тела от доли излучения во внешнем тепловом потоке и длины свободного пробега излучения внутри материала. Получено также достаточное условие наличия максимума температуры внутри тела в более общем случае, чем в [3].

1. Постановка задачи. Рассмотрим стационарное разрушение стекловидного полупрозрачного тела в окрестности критической точки. Введем систему координат, связанную с поверхностью жидкой пленки. Ось x направим вдоль поверхности, ось y — по нормали в глубь тела. Тогда уравнения жидкой пленки будут иметь вид [1, 4, 5]

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial x}(xu) + \frac{\partial}{\partial y}(yv) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

$$c\rho v \frac{\partial T}{\partial y} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{\partial q_1}{\partial y}$$

Здесь u, v — компоненты вектора скорости по осям x и y соответственно; T — температура; p — давление; q_1 — плотность потока излучения внутри тела; c, ρ, λ — удельная теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности соответственно (предполагаются постоянными [3]); $\mu(T)$ — коэффициент вязкости.

Сопряжение решения системы уравнений (1.1) с решением задачи внешнего обтекания проводится через краевые условия на поверхности тела

$$(1.2) \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = (1-\Lambda)q\Psi_h + \rho v_0 h, \quad -\mu \frac{\partial u}{\partial y} = \tau\Psi_\tau$$

где q — суммарный тепловой поток к неразрушаемой поверхности; Λ — отношение потока внешнего излучения к неразрушающейся поверхности к суммарному тепловому потоку (доля излучения в суммарном тепловом потоке); v_0 — скорость испарения; h — эффективная скрытая теплота испарения (с учетом диссоциации [6]); τ — напряжения трения на неразрушающейся поверхности; Ψ_h, Ψ_τ — функции, учитывающие влияние вдува продуктов разрушения на конвективный тепловой поток и трение соответственно.

Величины $q, \Lambda, h, \Psi_h, \Psi_\tau$ зависят как от параметров набегающего потока газа, так и от неизвестных пока параметров разрушения тела, таких как

температура поверхности T_0 и скорость испарения v_0 , и могут быть найдены по известным формулам или численными методами. В дальнейшем будем считать, что известны зависимости $q=q(T_0)$, $h=h(T_0)$, $\Psi_h=\Psi_h(v_0)$, $\Psi_\tau=\Psi_\tau(v_0)$.

Краевые условия в глубине тела

$$(1.3) \quad u=0, \quad T=T_\infty$$

Относительно переноса излучения внутри тела сделаем следующие допущения: тело является излучающей, поглощающей и рассеивающей серой средой с постоянными термооптическими свойствами; выполняются условия локального термодинамического равновесия; излучением в глубине тела можно пренебречь; перенос излучения одномерный.

Тогда плотность потока излучения в материале равна

$$(1.4) \quad q_1 = 2\pi \int_0^{\pi/2} (J^+ - J^-) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta$$

где J^+ , J^- — интенсивность излучения вдоль луча, образующего угол ϑ с осью y , в направлении внутрь материала и к поверхности соответственно.

Величины J^+ и J^- определяются из системы уравнений [7] и граничных условий

$$(1.5) \quad \begin{aligned} \frac{dJ^+(t)}{dt} &= -(\alpha + \beta)J^+(t) - \beta J^-(t) + \frac{\alpha n_r^2 \sigma T^4(t)}{\pi} \\ -\frac{dJ^-(t)}{dt} &= -(\alpha + \beta)J^-(t) + \beta J^+(t) + \frac{\alpha n_r^2 \sigma T^4(t)}{\pi} \\ J^+(0) &= \frac{q_e}{\pi}, \quad J^-(\infty) = 0 \end{aligned}$$

где t — координата вдоль луча; α , β — коэффициенты поглощения и обратного рассеяния; σ — постоянная Стефана — Больцмана; n_r — показатель преломления среды. Если считать рассеяние изотропным, то коэффициент обратного рассеяния равен половине коэффициента объемного рассеяния.

Поток эффективного излучения внутри тела q_e равен сумме прошедшего в тело потока внешнего излучения и потока отраженного излучения. Так как плотность потока результирующего излучения у поверхности равна $q_e - q_1(0)$, то для плотности потока эффективного излучения имеем

$$q_e = (1-r)\Lambda q \Psi_\lambda + r_1(q_e - q_1(0))$$

Здесь r , r_1 — коэффициент отражения от поверхности со стороны газа и тела соответственно; $\Psi_\lambda = \Psi_\lambda(v_0)$ — функция, учитывающая влияние вдува на лучистый теплообмен.

Решая уравнения (1.5) и подставляя решение в выражение (1.4), получим

$$(1.6) \quad \begin{aligned} q_1(s) &= 2R_0 \Psi_\lambda \Lambda q E_3(s) - 2\sigma n_r^2 R_1 \int_0^\infty K(s, \xi) T^4(\xi) d\xi \\ K(s, \xi) &= E_2(|s - \xi|) \operatorname{sign}(\xi - s) + \rho_1 E_2(s + \xi) - 2R_2 E_3(s) E_2(\xi) \\ R_0 &= (1-r) \frac{1 - \rho_1}{1 - r_1 \rho_1}, \quad R_1 = \frac{1 - \rho_1}{1 + \rho_1}, \quad R_2 = r_1 \frac{1 - \rho_1^2}{1 - r_1 \rho_1}, \quad \rho_1 = \frac{\gamma - \alpha}{\gamma + \alpha} \end{aligned}$$

Формула (1.6) написана относительно оптической координаты s ; $E_n(s)$ — интегральная показательная функция; γ — коэффициент ослабления, ρ_1 характеризует относительную долю рассеяния.

В случае чисто поглощающей среды ($\rho_1=0$) и чисто рассеивающей среды ($\rho_1=1$) получим соответственно

$$q_1(s) = 2(1-r)\Lambda q\Psi_\lambda E_s(s) - 2\sigma n_r^2 \int_0^\infty [E_2(|s-\xi|)\text{sign}(\xi-s) - 2r_1 E_s(s)E_2(\xi)] T^4(\xi) d\xi$$

$$q_1(s) = 0$$

В последнем случае излучение не оказывает никакого влияния на профиль температуры в материале и нагрев тела определяется только конвективной составляющей теплового потока.

Уравнения (1.1), (1.6) с краевыми условиями (1.2), (1.3) определяют рассматриваемую задачу.

Решение задачи будем искать в виде

$$u = \frac{2\sigma n_r^2 T_*^3 x \gamma}{c\rho} \Phi', \quad v = -\frac{4\sigma n_r^2 T_*^3}{c\rho} \Phi$$

$$(1.7) \quad h = cT_*H, \quad T = T_*\theta, \quad \mu = \mu_*m, \quad q = 4\sigma n_r^2 T_*^4 Q$$

где Φ — функция тока, T_* — определяющая температура, μ_* — коэффициент вязкости расплава при определяющей температуре, штрих обозначает дифференцирование по s .

Подставляя (1.7) в (1.1), (1.6) и интегрируя по s , имеем

$$(1.8) \quad -m\Phi'' = L\Psi_\tau + Ps$$

$$(1.9) \quad -\int_0^\infty \Phi(\xi)\theta'(\xi) d\xi + N\theta'(s) - 2R_0\Lambda Q\Psi_\lambda E_s(s) + \frac{R_1}{2} \int_0^\infty K(s, \xi)\theta^4(\xi) d\xi = 0$$

$$L = \frac{c\rho(\partial\tau/\partial x)}{2\sigma n_r^2 T_*^3 \gamma^2 \mu_*}, \quad N = \frac{\gamma\lambda}{4\sigma n_r^2 T_*^3}, \quad P = -\frac{c\rho(\partial^2 p/\partial x^2)}{2\sigma n_r^2 T_*^3 \gamma^3 \mu_*}$$

Интегрируя первый член в уравнении (1.9) по частям, получим

$$(1.10) \quad -\int_0^\infty \Phi(\xi)\theta'(\xi) d\xi = \Phi(s)\theta(s) - \Phi\theta_\infty + \int_0^\infty \theta(\xi)\Phi'(\xi) d\xi$$

где $\Phi = \Phi(\infty)$ — безразмерная скорость разрушения материала.

Если рассматриваемая точка с координатой s находится вне жидкой пленки, то интеграл в правой части соотношения (1.10) равен нулю, а $\Phi(s) = \Phi$. Если рассматриваемая точка находится в жидкой пленке, то в этом интеграле с достаточной степенью точности можно положить $\theta(\xi) = \theta(s)$. Это связано с тем, что перепад температуры в жидкой пленке незначительный ($\sim 10\%$) из-за сильной зависимости вязкости от температуры расплава. Численные расчеты показывают, что при такой замене погреш-

ность вычисления интеграла не превышает 8%. Тогда

$$(1.11) \quad \int_s^{\infty} \theta(\xi) \varphi'(\xi) d\xi = \theta(s) [\Phi - \varphi(s)]$$

С учетом (1.10) и (1.11) уравнение (1.9) можно переписать в виде

$$(1.12) \quad \Phi[\theta(s) - \theta_{\infty}] + N\theta'(s) - 2R_0\Lambda Q\Psi_{\lambda}E_s(s) + \\ + \frac{R_1}{2} \int_0^{\infty} K(s, \xi) \theta'(\xi) d\xi = 0$$

Безразмерные краевые условия на поверхности для уравнений (1.8), (1.12) будут

$$(1.13) \quad \varphi(0) = \varphi_0, \quad \varphi'(\infty) = 0, \quad -N\theta'(0) = (1 - \Lambda)Q\Psi_{\lambda} - \varphi_0 H$$

Краевые условия (1.3) учтены при интегрировании.

Решение задачи в изложенной постановке позволяет определить степень черноты тела в зависимости от его термооптических свойств и условий нагрева. Определим степень черноты соотношениями

$$(1.14) \quad q_- = \varepsilon \sigma T_0^4, \quad q_- = (1 - r_1) [q_1(0) - R_0\Lambda q\Psi_{\lambda}] = 2R_0 \int_0^{\infty} E_2(\xi) \sigma T^4(\xi) d\xi$$

Здесь q_- — плотность потока собственного излучения.

Переходя к безразмерным величинам, из (1.14) получим

$$(1.15) \quad \varepsilon = \frac{2R_0}{\theta_0^4} \int_0^{\infty} E_2(\xi) \theta^4(\xi) d\xi$$

Из уравнения (1.12) можно также получить условие появления максимума температуры внутри тела. Положив в (1.12) $s=0$, имеем

$$(1.16) \quad \Phi(\theta_0 - \theta_{\infty}) + N\theta'(0) - R_0\Lambda Q\Psi_{\lambda} + Q_- = 0$$

Для того чтобы внутри тела был максимум температуры, достаточно выполнения неравенства

$$N\theta'(0) > 0$$

Из этого неравенства и (1.16) получим

$$R_0\Lambda Q\Psi_{\lambda} > \Phi(\theta_0 - \theta_{\infty}) + Q_-$$

Переходя к размерным величинам, имеем

$$(1.17) \quad R_0 q \Lambda \Psi_{\lambda} > c\rho D(T_0 - T_{\infty}) + 2R_0 \int_0^{\infty} E_2(\xi) \sigma T^4(\xi) d\xi$$

Условие (1.17) является достаточным условием появления максимума температуры внутри тела. Таким образом, внутри тела имеется максимум температуры, если плотность потока поглощенного излучения больше суммы плотности потока собственного излучения и тепла, идущего на нагрев материала. В частности, в случае, когда собственным излучением можно пренебречь, получаем формулу работы [3]. Из граничного условия (1.2) также следует, что при интенсивных вдувах, когда пограничный слой газа оттесняется от поверхности ($\Psi_{\lambda} \approx 0$), внутри тела всегда будет максимум

температуры. То же самое будет иметь место при лучистом нагреве ($\Lambda=1$).

Система уравнений (1.8), (1.12) с краевыми условиями (1.13) решалась методом коллокаций. Профиль температуры аппроксимировался двухпараметрическим семейством функций, вид которых выбирался в зависимости от соотношения потоков внешнего и собственного излучений. При интенсивном внешнем излучении профиль температуры аппроксимировался аналогично работе [1] функцией

$$(1.18) \quad \theta - \theta_\infty = (\theta_0 - \theta_\infty) \exp(-Bs - As^2)$$

Если поток собственного излучения больше потока внешнего излучения, то параметр A становится отрицательным, и такая аппроксимация дает физически неверный результат, так как при $s = -B^2/A$ в теле появляется минимум температуры, а при $s > -B^2/A$ температура в теле начинает возрастать и в глубине тела стремится к бесконечности. Поэтому при $A < 0$ для аппроксимации выбиралась функция

$$(1.19) \quad \theta - \theta_\infty = (\theta_0 - \theta_\infty) (1 + As^2) \exp(-Bs)$$

Аппроксимации (1.18) и (1.19) позволяют выписать в явном виде выражения для всех параметров разрушения. В частности, безразмерная скорость разрушения в этих двух случаях равна соответственно

$$\Phi = \varphi_0 + \frac{\theta_0^n \sqrt{\pi}}{2nA_1} \exp\left(\frac{nB_1^2}{4A_1}\right) \left[\left(L\Psi_\tau - \frac{PB}{2A_1} \right) \operatorname{ierfc}\left(\frac{B_1}{2} \sqrt{\frac{n}{A_1}}\right) + \frac{P}{2\sqrt{n}A_1} \operatorname{erfc}\left(\frac{B_1}{2} \sqrt{\frac{n}{A_1}}\right) \right]$$

$$\Phi = \varphi_0 + \frac{\theta_0^n}{(nB_1)^2} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{(2k+1)! A_1^k}{(nB_1)^{2k}} \left(L\Psi_\tau + \frac{2(k+1)P}{nB_1} \right)$$

$$A_1 = A \left(1 - \frac{\theta_\infty}{\theta} \right), \quad B_1 = B \left(1 - \frac{\theta_\infty}{\theta} \right)$$

Здесь n — показатель степени в зависимости вязкости от температуры [5].

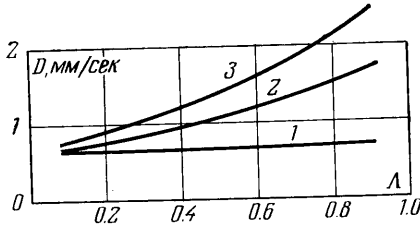
За точки коллокации принимались точки с координатами $s=0$ и 1 . Первая из них обеспечивает выполнение закона сохранения энергии, вторая — выполнение «в среднем» уравнения энергии в слое с оптической толщиной, равной единице. Как будет показано ниже, этого достаточно для расчета скорости разрушения материала в случаях, когда оптическая толщина жидкой пленки имеет порядок единицы или меньше единицы. Именно в этих случаях излучение внутри материала оказывает существенное влияние на скорость уноса массы [2].

2. Результаты расчетов и выводы. Для исследования влияния внешнего излучения на скорость разрушения стекловидных материалов был проведен расчет для материала типа плавленного кварца. Скорость испарения v_0 определялась из аналогии процессов тепло- и массообмена в пограничном слое [6]. Конвективный тепловой поток к неразрушающейся поверхности определялся по формуле [8]. Пограничный слой газа принимался оптически прозрачным. Влияние вдува на конвективный тепловой поток и трение учитывалось по зависимостям [9]. Скорость набегающего потока изменялась в пределах от 600 до 3650 м/сек, температура — от 1500 до 4600° К, радиус кривизны в точке торможения — от 0.16 до 0.62 м, давление торможения $4.9 \cdot 10^5$ н/м². Давление насыщенных паров определялось по формуле

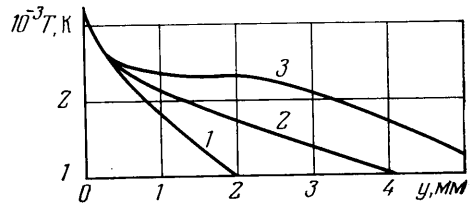
$$(2.1) \quad p_0 = 0.98 \cdot 10^5 \exp(-57780/T_0 + 18.48) \text{ н/м}^2$$

Параметры набегающего потока и радиус кривизны тела в критической точке выбирались в каждом варианте таким образом, чтобы суммарный тепловой поток к неразрушающейся поверхности был равен 3 квт/см^2 , а градиент напряжения трения — 3000 н/м^2 . При этом доля излучения Λ во внешнем тепловом потоке была в пределах 0.08–0.92. Длина пробега излучения в материале варьировалась в пределах 0–2 мм.

Зависимость скорости разрушения D от параметра Λ и длины свободного пробега излучения показана на фиг. 1. Для непрозрачного тела (кривая 1) состав внешнего теплового потока практически не имеет значения. Для полупрозрачных материалов возрастание доли излучения приводит к увеличению скорости разрушения, причем



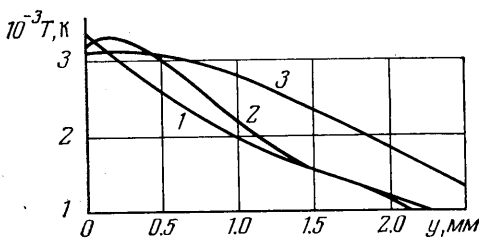
Фиг. 1



Фиг. 2

чем больше длина пробега излучения, тем сильнее влияние внешнего излучения. При длине пробега излучения $l_r=0.25 \text{ мм}$ (кривая 2) скорость разрушения тела при лучистом нагреве в 2.7 раза, а при $l_r=2 \text{ мм}$ (кривая 3) — в 4 раза больше, чем непрозрачного. В то же время при конвективном нагреве полупрозрачность почти не влияет на скорость уноса массы.

Причина указанных эффектов выявляется из анализа профиля температуры в материале. При конвективном нагреве (фиг. 2) температура у поверхности тела резко снижается как в полупрозрачном (кривая 2 соответствует $l_r=0.5 \text{ мм}$, кривая 3 — $l_r=2 \text{ мм}$), так и в непрозрачном материале (кривая 1). Поскольку вязкость стекловидных материалов очень сильно зависит от температуры, то толщина жидкой пленки при конвективном нагреве мала, унос массы происходит в основном в газообразной фазе (степень газификации равна 0.9). В глубине тела профиль температуры в полупрозрачном материале и в этом случае существенно отличается от профиля в непрозрачном материале, однако это отличие не влияет ни на унос массы в жидкой фазе, ни на плотность потока собственного излучения. Объясняется это тем, что вязкость при этих температурах очень велика и скорость движения расплава практически равна нулю, а основной вклад в поток собственного излучения дает поверхностный слой с оптической толщиной, равной единице. Таким образом, при расчете скорости разрушения достаточно хорошо аппроксимировать профиль температуры только вблизи поверхности, что и учтено при выборе точек коллокации.



Фиг. 3

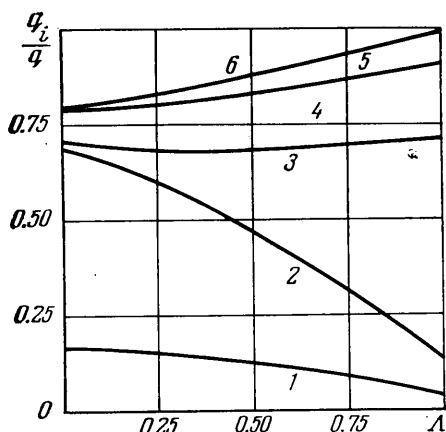
верхности уменьшается медленно, а в случае, когда доля конвективного потока мала, внутри тела имеется максимум температуры (фиг. 3, номера кривых соответствуют номерам на фиг. 2). Такая деформация профиля приводит к утолщению пленки расплава, что вызывает резкое увеличение уноса массы в жидкой фазе и, как следствие, скорости разрушения. Степень газификации при $l_r=0.25 \text{ мм}$ при лучистом нагреве снижалась до 0.15, при $l_r=2 \text{ мм}$ — до 0.04.

Таким образом, неучет полупрозрачности тела при лучисто-конвективном нагреве может привести к значительному занижению скорости разрушения. В то же время при конвективном нагреве полупрозрачность материала оказывает малое влияние.

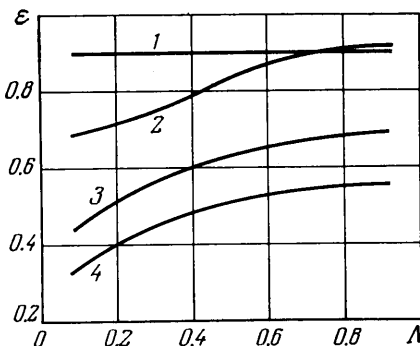
На фиг. 4 показан относительный вклад различных механизмов поглощения энергии при разрушении полупрозрачных материалов. Приведенный график соответ-

стует длине пробега излучения, равной 0.5 мм. На фиг. 4 цифры обозначают: 1 – нагрев, 2 – испарение, 3 – растекание расплава, 4 – излучение, 5 – отражение, 6 – вдув продуктов разрушения. Если при конвективном нагреве поглощается за счет испарения, то при лучистом нагреве доля испарения составляет 10%, а основным механизмом отвода тепла становится унос энергии растекающимся расплавом. Такое изменение удельного веса испарения приводит к снижению эффективности работы материала, что выражается в уменьшении его эффективной энтальпии.

Для определения влияния рассеяния излучения в материале была просчитана скорость разрушения при одном и том же коэффициенте ослабления, но для чисто



Фиг. 4



Фиг. 5

поглощающего материала и для материала с коэффициентом объемного рассеяния, равным коэффициенту поглощения. При конвективном нагреве рассеяние приводит к увеличению уноса массы, так как уменьшается поток собственного излучения. Однако это увеличение не превышает 5%, ибо в этом случае излучение вообще не играет существенной роли.

При лучистом нагреве, наоборот, скорость разрушения при наличии рассеяния уменьшается, что связано с тем обстоятельством, что часть энергии внешнего излучения рассеивается в направлении к поверхности и затем выходит из тела. Поэтому при увеличении доли излучения во внешнем тепловом потоке влияние рассеяния возрастает.

На фиг. 5 даны результаты расчета по формуле (1.15) степени черноты материала с показателем преломления $n_r=1.5$. В этом случае коэффициент отражения со стороны газа $r=0.1$ [1]. Тогда степень черноты непрозрачного материала равна 0.9. Для полупрозрачного материала при конвективном нагреве степень черноты изменялась в пределах от 0.3 до 0.7 в зависимости от длины свободного пробега излучения. Кривая 1 на фиг. 5 соответствует $l_r=0.2$; 2 – $l_r=0.25$; 3 – $l_r=1$ и 4 – $l_r=2$ мм.

Малая степень черноты объясняется резким снижением температуры вблизи поверхности. Чем больше длина пробега излучения, тем меньше радиационная температура тела, тем меньше ϵ . При увеличении доли излучения во внешнем тепловом потоке градиент температуры у поверхности уменьшается по абсолютной величине, степень черноты растет. При лучистом нагреве внутри тела появляется максимум температуры, степень черноты становится больше, чем $1-r$, так как в этом случае излучают слои материала, имеющие температуру, большую, чем температура поверхности.

Приведенные результаты иллюстрируют тот факт, что степень черноты полупрозрачного материала не является постоянной величиной, а зависит от условий теплового нагружения. Поэтому экспериментальные данные по степени черноты полупрозрачных материалов могут быть использованы в расчетах только тогда, когда условия нагрева в эксперименте и рассматриваемом случае одинаковы. Такой же вывод следует сделать и в отношении величины эффективной энтальпии разрушения.

Автор благодарит Г. А. Тирского за обсуждение постановки задачи.

Поступила 24 II 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. *Апштейн Э. З., Ефимова Л. Г.* О лучистом переносе внутри оплавливающего тела. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 1.
2. *Каданов.* Распространение лучистой энергии внутри аблирующего тела. Тр. Америк. об-ва инж.-механ. Сер. С. Теплопередача, 1961, т. 83, № 2.
3. *Апштейн Э. З.* О решении уравнений жидкой пленки и появлении максимума температуры внутри стекловидного тела при наличии сильного внешнего излучения. Докл. АН СССР, 1973, т. 208, № 1.
4. *Гирский Г. А.* Разрушение передней кромки стреловидного крыла в гиперзвуковом потоке. ПМТФ, 1961, № 6.
5. *Горский В. В., Полежаев Ю. В.* О некоторых особенностях, связанных с течением пленки расплава. Теплофизика высоких температур, 1966, т. 4, № 2.
6. *Полежаев Ю. В.* Влияние неравновесности испарения и диссоциации паров на параметры уноса массы стеклообразных теплозащитных материалов. Теплофизика высоких температур, 1964, т. 2, № 1.
7. *Белов Г. Я.* Лучисто-кондуктивный перенос тепла в плоском слое поглощающей и рассеивающей среды. Теплофизика высоких температур, 1973, т. 11, № 4.
8. *Герпигорьев В. С.* Пограничный слой в окрестностях точки торможения тела осевой симметрии в турбулентном потоке. ПМТФ, 1973, № 5.
9. *Анфимов Н. А.* Тепло- и массообмен в окрестности критической точки при вдуве и отсосе различных газов через поверхность тела. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 1.