

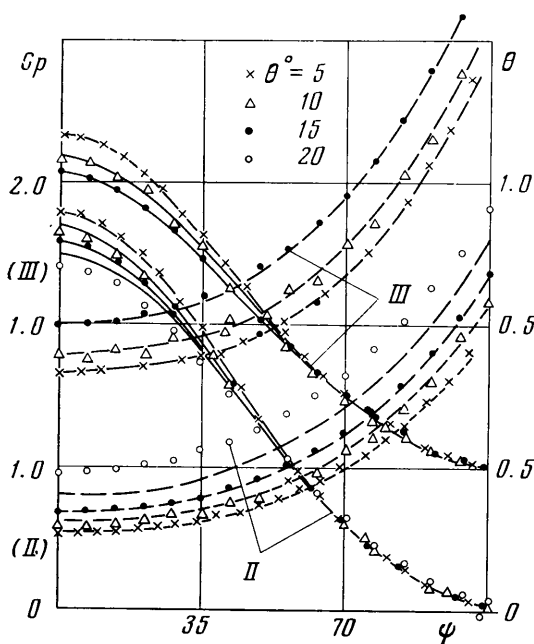
О ЗАКОНЕ ПОДОБИЯ ДЛЯ ОСТРЫХ КРУГОВЫХ КОНУСОВ ПРИ БОЛЬШИХ УГЛАХ АТАКИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

Н. С. БАЧМАНОВА, Ю. М. ЛИПНИЦКИЙ

(Москва)

Для тонких тел, расположенных в гиперзвуковом потоке под малым углом атаки, известен закон подобия, из которого следует, что для различных чисел M_∞ , углов атаки α и относительных толщин δ условия подобия будут соблюдены, если в рассматриваемых течениях параметры $M\delta$ и α/δ одинаковы. Этот закон подобия получен в предположении $M_\infty \gg 1$, $\delta \ll 1$. Однако даже при $M_\infty = 3$ и $\delta \approx 1/3$ результаты решения полной системы уравнений газовой динамики для аффиноподобных тел находятся в хорошем соответствии с законом подобия [1]. В [2] показано, что этот закон подобия обобщается на случай обтекания тонкого заостренного тела при больших углах атаки. Согласно закону подобия, при больших углах атаки течения около тел с одинаковым распределением форм поперечных сечений будут подобны, если параметры $K_1 = \delta \operatorname{ctg} \alpha$ и $K_2 = M_\infty \sin \alpha$ для всех случаев имеют одни и те же значения. По мере уменьшения угла атаки требования постоянства K_1 и K_2 становятся аналогичны условиям: $M\delta = \operatorname{const}$, $\alpha/\delta = \operatorname{const}$.

Настоящая работа посвящена определению пределов применимости законов подобия для тонких тел, расположенных в гиперзвуковом потоке под большими углами атаки. В качестве примера рассмотрено сверхзвуковое



Фиг. 1

p, s). Проекция вектора скорости на орты сферической системы координат r, θ, ψ — v_r, v_θ, v_ψ , p — давление, ρ — плотность, $s = p\rho^{-\gamma}$ — энтропийная функция.

пространственное обтекание острых круговых конусов под большими углами атаки. Показано, что учет членов $O(\delta^2)$ позволяет повысить точность выполнения корреляций, вытекающих из закона подобия при больших углах атаки и тем самым расширить пределы его применимости. Проверка закона подобия проводилась с помощью имеющихся численных решений задачи о сверхзвуковом обтекании острых круговых конусов при больших углах атаки [3-5].

1. Следуя работе [4], для расчета конических течений воспользуемся методом установления системы

$$(1.1) \quad \frac{\partial X}{\partial t} + B \frac{\partial X}{\partial \theta} + C \frac{\partial X}{\partial \psi} = D$$

по временной координате t . Здесь x — вектор-столбец искомых функций $x = (v_r, v_\theta, v_\psi,$

Система (1.1) получена из полной системы уравнений движения совершенного газа в сферической системе координат исключением оператора $\partial x/\partial r$ ввиду коничности потока. Сохранение формального временного оператора позволяет построить решение во всем диапазоне изменения определяющих параметров задачи, пока ударная волна присоединена к вершине конуса. На поверхности кругового конуса $\theta=\theta_s$ ставится условие непротекания $v_\theta=0$, а на поверхности ударной волны $\theta=\theta_c(\psi)$ — условия Гюгонио. В результате на части поверхности единичной сферы, ограниченной поверхностями $\theta=\theta_s$ и $\theta=\theta_c(\psi)$, удается определить значения всех газодинамических функций (положение ударной волны $\theta=\theta_c(\psi)$ также определяется в процессе решения).

Для проверки корреляций, вытекающих из закона подобия при больших углах атаки, обезразмеривание всех газодинамических функций проведем в соответствии с [2]

$$P=p / (\rho_\infty v_\infty^2 \sin^2 \alpha), \quad \rho=\rho / \rho_\infty, \quad \omega=\omega / (v_\infty \sin \alpha)$$

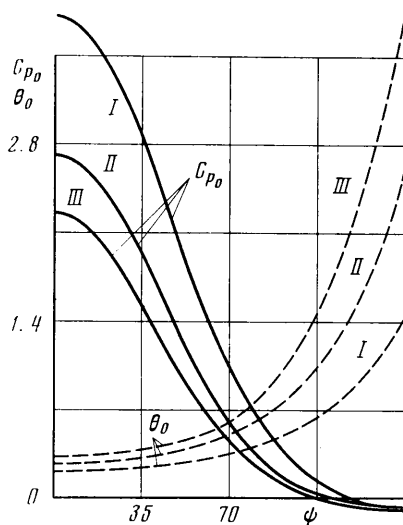
где v_∞ , ρ_∞ — скорость и плотность на бесконечности, α — угол атаки. Эти безразмерные функции в соответствующих точках около подобных тел будут совпадать при постоянных значениях K_1 и K_2 , если выполнены условия: $\delta \ll 1$, $M_\infty \sin \alpha \gg 1$, $\alpha < \pi/2$. Условие $M_\infty \sin \alpha \gg 1$ вытекает из предположения $M_\infty \delta \gg 1$ и $\alpha \gg \delta$. Однако из-за интенсивного поперечного перетекания газа толщина возмущенного слоя на наветренной стороне будет мала (порядка диаметра тела). Это следует из аналогии с плоским обтеканием тупого тела. При этом для плоских затупленных тел величина отхода по порядку становится равной диаметру затупления при достаточно умеренных сверхзвуковых числах M_∞ , что позволяет ослабить это условие, заменив его следующим неравенством: $M_\infty \sin \alpha > 1$.

Проверка точности выполнения корреляций, вытекающих из закона подобия при больших углах атаки, с увеличением относительной толщины тела δ и при приближении K_2 к единице позволяет определить область справедливости закона. С этой целью были проведены систематические расчеты параметров потока около круговых конусов при $K_1=0 \div 0.4$, $K_2=1.57 \div 4.33$. На всех иллюстрациях принята единая индексация углов полураствора конуса (фиг. 1). Ниже приведены расчетные варианты, для которых $K_1=\text{const}$ или $K_2=\text{const}$. Они объединены в серии, которым присвоен номер

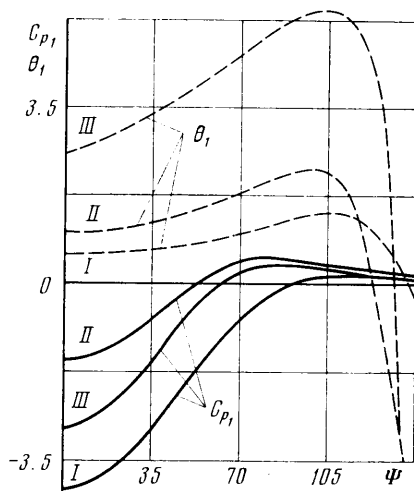
K_1	0.392	0.21	0.10	0.21	0.21
K_2	4.33	4.33	4.33	2.36	1.57
Серия	I	II	III	IV	V

Проверка проведена по распределению вдоль поверхности тела коэффициента давления $C_p=(p-p_\infty)/(0.5\rho_\infty v_\infty^2 \sin^2 \alpha)$, окружной составляющей скорости ω и относительной толщины ударного слоя $\theta=(\theta_c-\theta_s)/\theta_s$. Во всех расчетах отношение удельных теплоемкостей было равно $\gamma=1.4$.

2. На фиг. 1 приведены зависимости C_p (сплошная линия) и θ (пунктир) от меридионального угла ψ для конусов с $\theta_s=5 \div 20^\circ$ (II), $\theta_s=5 \div 15^\circ$ (III). Ограничение по θ_s при уменьшении параметра K_1 связано с нарушением коничности потока при $\theta_s > 15^\circ$ и $K_1=0.1$. Для серии II максимальное отклонение коэффициента давления от среднего значения для $\theta_s < 15^\circ$ составляет 3.7%, а отклонение функции θ — 11.5%. Для конуса с $\theta_s=20^\circ$ отличие по рассматриваемым функциям от средних значений для $0 \leq \theta_s \leq 15^\circ$ существенно увеличивается. При этом отличие по C_p достигает 10%, а по толщине ударного слоя — 56%. Следует отметить, что функция θ более чувствительна к нарушению предположений, положенных в основу закона подобия. Например, кривые $C_p(\psi)$ вследствие ньютониан-



Фиг. 2



Фиг. 3

ского характера зависимости от местного угла атаки α , хорошо коррелируют между собой вплоть до $\theta_s = 15^\circ$, а различие в значениях $\theta(\psi)$, которые определяются перепадом плотностей на ударной волне, для конуса $\theta_s = 15^\circ$ составляет 40% (фиг. 1, серия III).

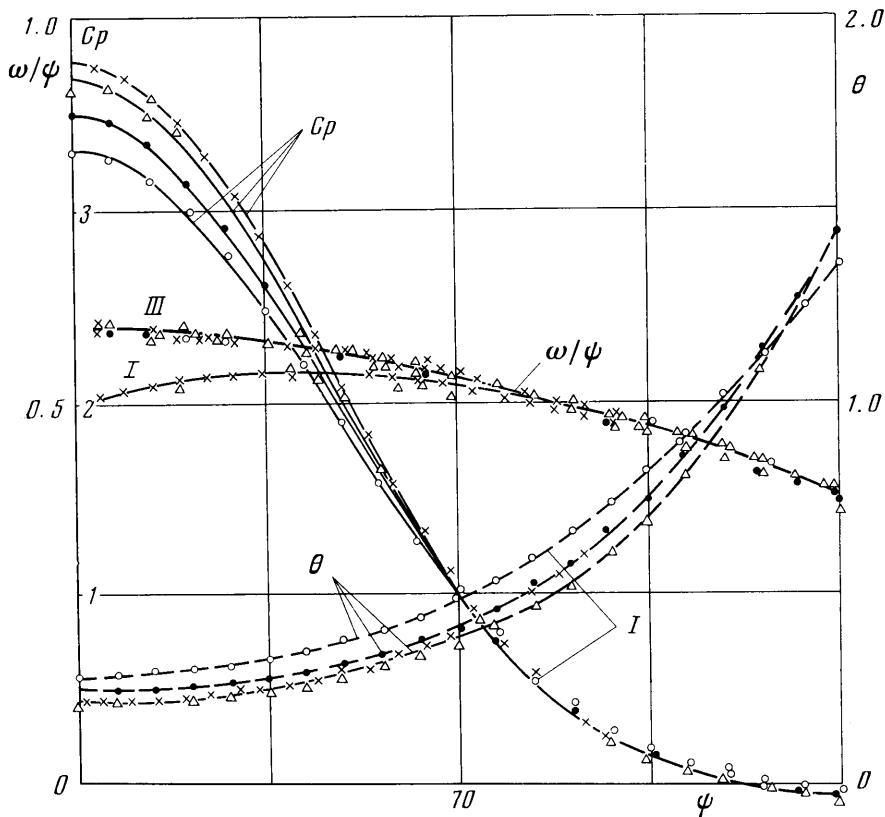
Для расширения области, в которой выполняются указанные законом подобия связи, необходимо учитывать следующие члены в разложении искомых параметров по δ . С этой целью безразмерные значения газодинамических функций при одинаковых значениях K_1 и K_2 представим в виде

$$(2.1) \quad f = f_0 + f_1 \delta^2$$

Коэффициенты разложения f_0 и f_1 определим по имеющимся численным решениям полной системы уравнений газовой динамики. Для представленных на фиг. 1 значений функций C_p и θ (серии I, II, III) зависимости коэффициентов разложений C_{p0} , θ_0 , C_{p1} , θ_1 изображены на фиг. 2, 3. Точность выполнения корреляций для функций C_p и θ с учетом членов $O(\delta^2)$ иллюстрируется фиг. 1. Здесь кривыми нанесены результаты расчетов по формулам (2.1) при значениях f_0 и f_1 , приведенных на фиг. 2 и 3, а соответствующими индексами — результаты численного решения. Следует отметить, что учет членов $O(\delta^2)$ существенно повышает точность корреляций, определяемых законом подобия при больших углах атаки.

Характер изменения давления (на поверхности) и относительной толщины ударного слоя при различных K_1 и K_2 , а также точность выполнения закона подобия можно определить по значениям C_p и θ в плоскости наветренной образующей ($\psi = 0$). Относительная величина разброса кривых $C_p(\psi)$ и $\theta(\psi)$ в этой плоскости близка к максимальной (фиг. 1).

Зависимости функций $C_p(\psi = 0)$ и $\theta(\psi = 0)$ от параметра K_1 при $K_2 = 4.33$ приведены на фиг. 4 сплошными линиями. По коэффициенту давления во всем диапазоне изменения $K_1 = 0 \div 0.4$ результаты расчетов для различных $K_2 = \text{const}$ хорошо согласуются между собой. При $K_1 \rightarrow 0$ $C_p(\psi = 0) \rightarrow C_p'$ (здесь C_p' — коэффициент давления в точке торможения за прямым скачком уплотнения при числе Маха, равном $M_\infty \sin \alpha$), а распределение C_p и окружающей составляющей скорости ω вдоль меридионального угла ψ приближается к соответствующим распределениям для цилиндра, обтекаемого



Фиг. 5

Единственным параметром подобия, как указано в [2], остается K_1 . Следует отметить близкую к линейной зависимость C_p и θ от K_1 (серии I, II, III на фиг. 4) и хорошую корреляцию для конусов в пределах каждой серии.

Таким образом, все результаты по обтеканию круговых конусов сверхзвуковым потоком совершенного газа при $K_2 \geq 3$, а газодинамические функции на теле уже при $K_2 \geq 1.5$ определяются только K_1 . Это позволяет по приведенным на фиг. 1 и 5 для серий I, II, III зависимостям коэффициента давления, окружной составляющей скорости ω и угла наклона присоединенной к носу ударной волны θ (для определения энтропийной функции S за скачком на нулевой линии тока) рассчитать остальные газодинамические функции на теле в широком диапазоне изменения углов полураствора, чисел Маха M_∞ и углов атаки α . На фиг. 5 приведены зависимости ω/ψ на поверхности тела от меридионального угла ψ для серий I, II, III. Максимальный разброс функции ω/ψ наблюдается в области наветренной образующей и достигает 10%. При проведении кривой $\theta(K_1)$ при K_1 , близких к нулю, расчетные значения функции θ не использовались, так как в рамках конического течения здесь наблюдается отмеченное в [3] существенное возрастание угла наклона ударной волны в плоскости $\psi=0$. Это происходит при углах атаки $\alpha \approx \pi/2$, когда полное число Маха M около наветренной образующей близко к нулю, и полученное указанным методом решение справедливо лишь в окрестности носика и не характеризует течение в целом. Этим, в частности, объясняется расхождение между расчетными значениями и результатами, полученными по формуле (2.1) для конуса с $\theta_s = 20^\circ$ из серии II (фиг. 4).

По мере уменьшения угла полураствора θ коническое решение (в том числе и по величине относительной толщины ударного слоя) приближается к решению плоской задачи для цилиндра. Так, например, для конусов с $\theta_s = 7.5^\circ, 10^\circ$ при $\alpha = \pi/2$ значения функций $\theta(\psi=0)$ равны 0.61, 0.92, т. е. относительное отклонение в процентах 27 и 9% соответственно. Начиная с $K_1 = 0.06$, для конусов с $\theta_s \leq 10^\circ$ расчетные значения $\theta(\psi=0)$ хорошо коррелируют между собой и попадают на кривую $\theta(K_1)$, приведенную на фиг. 4. При этом для конуса с $\theta_s = 10^\circ$ угол атаки $\alpha = 71^\circ$ превышает угол α_1 , выше которого минимальное значение полного числа Маха в ударном слое меньше единицы ($\alpha_1 = 50^\circ$). Это говорит о том, что в некоторой области углов атаки $\alpha > \alpha_1$ коническое решение близко к решению трехмерной задачи на значительной части образующей, и его можно использовать как для определения газодинамических функций на этом участке, так и при проверке корреляций, вытекающих из закона подобия.

Авторы благодарят В. В. Лунева за полезные обсуждения и ценные замечания.

Поступила 10 IV 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Чёрный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
2. Сычев В. В. Постранственные гиперзвуковые течения газа около тонких тел при больших углах атаки. ПММ, 1960, т. 24, вып. 2.
3. Базжин А. П., Челышева И. Ф. Применение метода прямых к расчету обтекания конических тел при больших углах атаки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 3.
4. Бачманова Н. С., Лапыгин В. И., Липницкий Ю. М. Исследование сверхзвукового обтекания круговых конусов на больших углах атаки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 6.
5. Ветлуцкий В. Н., Ганимедов В. Л. О решении задачи сверхзвукового обтекания конического тела методом установления. Численные методы механики сплошных сред, 1973, т. 4, № 3.
6. Белоцерковский О. М. Расчет обтекания кругового цилиндра с отошедшей ударной волной. Вычисл. математика, 1958, № 3.