

X_2 , X_3 , k_1 , k_2 , где $k_i = ((X_i - X_3)/X_3) \cdot 100\%$. Значения X_1 , X_2 , X_3 отнесены к величине $p_1 h_1 s_1$, где p_1 — давление на входе в сопло, h_1 — его входное сечение, s_1 — его ширина, θ_c дано в градусах. Вообще говоря, X_1 и X_2 достигают в отличие от X_3 своего максимума для данного l при некотором другом θ_c , но различие это, как показали расчеты, очень мало.

x	M_1	θ_c	l	X_1	X_2	X_3	k_1	k_2
1.12	1.435	33.216	10	1.118	1.044	1.022	9.4	2.2
1.4	1.435	25.806	10	0.822	0.783	0.762	8	2.7
1.12	3	24.779	40	2.023	1.954	1.899	6.4	2.9
1.4	3	18.458	40	1.372	1.344	1.311	4.6	2.5
1.12	3	27.890	70	2.306	2.266	2.199	4.8	3
1.4	3	20.509	70	1.505	1.491	1.459	3.1	2.2

Из приведенных данных видно, что k_1 существенно зависит от l и меняется в пределах 3–9%. Как и следовало ожидать, $k_1 > k_2$, но это различие относительно невелико при больших l .

Проведенное сравнение показало, что сопла 1 и 2 по некоторым геометрическим и тяговым параметрам имеют выигрыш по сравнению с оптимальными соплами с горизонтальной нижней стенкой (сопла 3). Выигрыш сопла 1 несколько больший, чем сопла 2. Однако в тех случаях, когда волна сжатия в сопле нежелательна, например, из-за возможности отрыва пограничного слоя, сопло 2, не имеющее волн сжатия, оказывается предпочтительнее. Может представить интерес также и некоторое промежуточное между соплами 1 и 2 сопло с докритическим, не вызывающим отрыв пограничного слоя сжатием.

Автор благодарен А. Н. Крайко за интерес и внимание к работе и полезные обсуждения.

Институт теоретической и прикладной
механики СО АН СССР

Поступила 18 VI 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Рылов А. И. Решение вариационной задачи о профилировании сопла, реализующего равномерный сверхзвуковой поток. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 4.
2. Guderley K. G., Hantsch E. Beste Formen für achsensymmetrische Überschallschubdüsen, Z. Flugwissenschaft., 1955, Bd 3, Nr 9. (Рус. перев.: Наилучшие формы сверхзвуковых осесимметричных реактивных сопел. Механика, Сб. перев. иностр. период. лит., 1956, № 4.)
3. Шмыглевский Ю. Д. Некоторые вариационные задачи газовой динамики. Тр. ВЦ АН СССР, 1963.
4. Крайко А. Н. Вариационные задачи сверхзвуковых течений газа с произвольными термодинамическими свойствами. Тр. ВЦ АН СССР, 1963.
5. Гонор А. Л., Крайко А. Н. Некоторые результаты исследования оптимальных форм при сверх- и гиперзвуковых скоростях. В кн. «Теория оптимальных аэродинамических форм». М., «Мир», 1969.
6. Заголова В. В., Зудов В. Н., Шумский В. В. Расчетный анализ плоских несимметричных сопел при сверхзвуковой скорости на входе. Изв. СО АН СССР. Сер. техн. н., 1972, № 13, вып. 3.

УДК 533.6.011.5 : 541.12

ЛИНЕАРИЗОВАННОЕ НЕРАВНОВЕСНОЕ ТЕЧЕНИЕ ГОРЮЧЕЙ СМЕСИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДВУХ СВЕРХЗВУКОВЫХ ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ

М. М. ГИЛИНСКИЙ

(Москва)

Пусть сверхзвуковой поток предварительно перемешанной горючей смеси газов встречает газовый поток под некоторым углом θ . Такая ситуация может возникнуть при искусственном тангенциальном вдуве струи через боковую поверхность летательного аппарата, при распределенном сверхзвуковом вдуве горючей смеси под малым углом к поверхности, при горении за хвостовым скачком на задней кромке тонкого профиля и т. д.

Горение за скачком будем описывать с помощью необратимой экзотермической реакции

$$(1) \quad \frac{dc}{dt} = -Lc^m p^{m-1} \exp(-E\rho p^{-1}) = \omega(c, p, \rho)$$

где c — концентрация непрореагировавших молекул, p — давление, ρ — плотность, L и E — безразмерные константы скорости реакции и энергии активации.

Будем искать возмущенное за счет тепловыделения течение в линеаризованной постановке, предполагая, что оно мало отличается от невозмущенного, соответствующего взаимодействию двух сверхзвуковых адиабатических потоков. Подробное решение этой задачи изложено в отчете Института механики МГУ № 1599, 1974 г.

Свяжем систему декартовых координат x°, y° с тангенциальным разрывом (фиг. 1). Индекс 1 припишем адиабатическому потоку, 2 — потоку горячей смеси, градусом обозначены невозмущенные параметры за ударными волнами.

Безразмерными определяющими параметрами задачи служат

$$(2) \quad \Lambda, \theta, M_{\infty 1}, M_{\infty 2}, \gamma_1, \gamma_2, q, L, E, m, \\ (\Lambda = \rho_{\infty 1} V_{\infty 2}^2 / \rho_{\infty 2} V_{\infty 1}^2)$$

где γ_i — показатели адиабаты, M_∞ — число Маха набегающего потока, q — тепловой эффект реакции, отнесенный к квадрату скорости набегающего потока $V_{\infty 2}^2$. Введем безразмерные независимые переменные, взяв для каждой области свои линейные масштабы

$$x^\circ = l_{0i} x, \quad y^\circ = l_{0i} y, \quad l_{0i} = \frac{u_{0i}}{L p_{0i}^{m-1}} \exp(E \rho_{0i} p_{0i}^{-1})$$

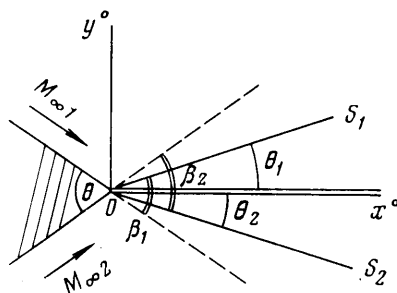
Представим искомые функции в виде

$$(3) \quad u^\circ(x, y) = u_{0i} [1 + u(x, y)], \quad v^\circ = u_{0i} v, \quad \rho^\circ = \rho_{0i} (1 + \rho) \\ p^\circ = p_{0i} + \rho_{0i} u_{0i}^2 p, \quad C^\circ = C_{02} (1 + C)$$

Производя обычную линеаризацию уравнений газовой динамики с помощью (3), аналогично [1,2] приходим к неоднородным волновым уравнениям относительно $p(x, y)$ и $v(x, y)$ с известной правой частью. Подставляя решение этих уравнений в граничные условия на линиях разрыва, которые в линейной теории ставятся на невозмущенных границах, получаем систему четырех функциональных уравнений относительно возмущений.

Эта система сводится к одному уравнению, например относительно возмущения $G_1(\xi)$, распространяющегося в области адиабатического течения вдоль характеристики $x - \mu_1 y = \text{const}$ ($\mu_i = \sqrt{\gamma M_{0i}^2 - 1}$)

$$G_1(\xi) - \lambda_1 v G_1(k_1 \xi) + \lambda_2 v G_1(k_2 \xi) - \lambda_1 \lambda_2 G_1(k_1 k_2 \xi) = \\ = Q \{ (\mu_2 + \text{ctg } \theta_2) B_0(l k_2 \xi) - \lambda_2^{-1} (\mu_2 - \text{ctg } \theta_2) B_1(l \xi) - R \} = f(\xi) \\ (4) \quad \lambda_i = \frac{\Delta_i \mu_i - 1}{\Delta_i \mu_i + 1}, \quad k_i = \frac{\text{ctg } \theta_i - \mu_i}{\text{ctg } \theta_i + \mu_i}, \quad v = \frac{1 - m \mu_2 / \mu_1}{1 + m \mu_2 / \mu_1} \\ m = \frac{\rho_{01} u_{01}}{\rho_{02} u_{02}}, \quad l = \frac{u_{01}}{u_{02}} \\ Q = \frac{(\gamma_2 - 1) q \lambda_2 \rho_{02}}{\gamma_2 p_{02} l (1 + m \mu_2 / \mu_1) (\text{ctg}^2 \theta_2 - \mu_2^2)}, \quad R = \frac{2 \mu_2 (1 - \Delta_2 \text{ctg } \theta_2)}{1 - \Delta_2 \mu_2} \\ \Delta_i = \frac{M_{\infty i}^2 \sin 2(\theta_i + \beta_i) \sin(\theta_i + \beta_i) \sin \theta_i}{M_{\infty i}^2 \sin^2(\theta_i + \beta_i) \cos(2\theta_i + \beta_i) + \cos \beta_i}$$



Фиг. 1

$$B_0(x, y) = \begin{cases} [1 - (m-1)(y \operatorname{ctg} \theta_2 - x)]^{1/(1-m)}, & y \operatorname{ctg} \theta_2 - x \leq \frac{1}{m-1} \\ 0, & y \operatorname{ctg} \theta_2 - x \geq \frac{1}{m-1} \end{cases}$$

Параметры λ_i — коэффициенты отражения малых возмущений от скачков уплотнения. Коэффициенты λ_i, k_i, ν удовлетворяют соотношениям

$$(5) \quad |\lambda_i| \leq 1, \quad 0 < k_i < 1, \quad |\nu| < 1$$

Уравнение (4) или более общее

$$(6) \quad F(x) + \sum_{i=1}^n \lambda_i^0 F(k_i^0 x) = f(x), \quad 0 < x < +\infty$$

можно решить операционным методом, применив к (6) преобразование Меллина либо свдя (6) к уравнению со сдвиговым аргументом, применив преобразование Фурье [3].

Можно поступить иначе, разыскивая решение (6) в виде действительного степенного ряда. Окончательно решение получаем в виде

$$(7) \quad F(x) = f(x) + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \left[\sum_{i_1=1}^n \dots \sum_{i_m=1}^n \lambda_{i_1}^0 \dots \lambda_{i_m}^0 f(k_{i_1}^0 \dots k_{i_m}^0) \right] = \\ = \sum_{m=1}^{\infty} \left[\sum_{i=1}^n (-\lambda_i^0) f(k_i^0(x)) \right]^{[m]}$$

где для компактности введена обобщенная степень $[m]$.

Решение (7), справедливое при выполнении неравенства

$$(8) \quad \sum_{i=1}^n |\lambda_i^0| < 1$$

является обобщением известного решения Г. Г. Черного [1] для слабозмущенного течения около клина. Частным случаем этого решения служит также линеаризованное течение горючей смеси газов около жесткого клина [2].

Доказательство того, что ряд (7) представляет собой единственное, ограниченное на отрезке $[0, X]$ решение уравнения (6), проводится аналогично частному случаю $i=1$ [1].

Если правая часть (6) — аналитическая функция, то решение (7) приобретает вид

$$(9) \quad F(x) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j x^j \left[1 + \sum_{i=1}^n \lambda_i^0 k_i^{0j} \right]^{-1}, \quad f(x) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j x^j$$

Степенной ряд (9) удовлетворяет функциональному уравнению (6) при выполнении менее жестких ограничений на коэффициенты λ_i^0 , чем (8). Нетрудно показать выполнение неравенства.

$$(10) \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i^0 k_i^{0j} < 1, \quad j=0, 1, 2, \dots$$

Неравенство (8) в общем случае несправедливо, однако в практически интересном диапазоне изменения коэффициентов отражения возмущений от скачков уплотнения оно выполняется.

Для краткости рассмотрим случай, когда взаимодействующие потоки гиперзвуковые, а угол их встречи мал: $M_{\infty i} \gg 1, \theta \ll 1, M_{\infty i} \theta \ll 1$.

С учетом этих неравенств определим предельные значения характерных параметров течения

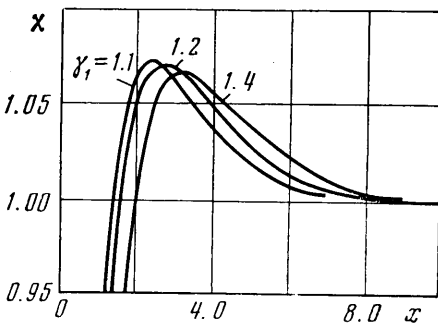
$$s_i = \sqrt{\frac{\gamma_i - 1}{2\gamma_i}}, \quad \lambda_i = -\frac{1 - 2s_i}{1 + 2s_i}, \quad k_i = \frac{1 - s_i}{1 + s_i}$$

$$\begin{aligned} \mu_i \theta_i &= s_i, & \Delta_i &= 2\theta_i, & \beta_i &= \frac{\gamma_i + 1}{2} \alpha_i, & \theta_i &= \frac{\gamma_i - 1}{2} \alpha_i \\ M &= \sqrt{\frac{\gamma_2 + 1}{\gamma_1 + 1}} \Lambda, & \alpha_i &= \frac{M\theta}{1 + M}, & \alpha_2 &= \frac{\theta}{1 + M} \\ \kappa &= \frac{V_{\infty 1}}{V_{\infty 2}} M, & \nu &= \frac{(1 - \kappa)}{(1 + \kappa)} \end{aligned}$$

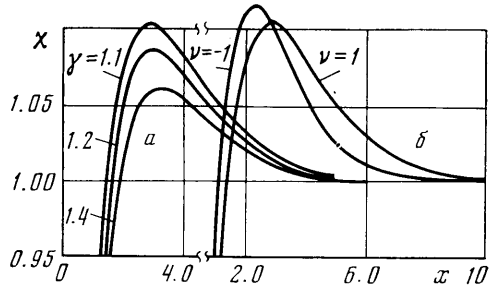
Для случая $m \geq 1$ функция $B_0(x)$ аналитическая. Разлагая ее в степенной ряд в окрестности нуля, получаем для безразмерной величины отношения давления вдоль контактной поверхности к его равновесному значению следующее выражение:

$$(11) \quad \chi(s_1, s_2, \kappa, x) = \frac{p(x, 0)}{p_e} = \frac{(1 - s_2)(s_2 + \kappa s_1)}{s_1 s_2 (1 + \kappa)(1 + 2s_2)} \times \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^{j+1} x^j [(1 + 2s_2) - (1 - 2s_2)k_2^{j-1}](1 + \lambda_1 k_1^j)}{j! [1 - \nu(\lambda_1 k_1^j - \lambda_2 k_2^j) - \lambda_1 \lambda_2 k_1^j k_2^j]}$$

Результаты вычисления функции $\chi(x)$ для некоторых значений параметров представлены на фиг. 2, 3; они характеризуют зависимость распределения давления



Фиг. 2



Фиг. 3

вдоль контактного разрыва от величин γ_1 (фиг. 2, $\gamma_2=1.4$), γ_2 (Фиг. 3, а, $\gamma_1=1.4$) и ν (фиг. 3, б, $\gamma_1=1.4$, $\gamma_2=1.1$). Сумма ряда (11) вычислялась приближенно на ЭВМ БЭСМ-4. Решение (11) имеет характер быстро затухающих колебаний с ярко выраженным максимумом на начальном участке.

Такой же характер распределения давления наблюдается и для тонкого жесткого клина при экспоненциальном подводе тепла в зоне реакции. Сравнение показывает, что при эквивалентных условиях в набегающем потоке колебания давления на контактной поверхности затухают быстрее, чем на жестком клине.

При $\gamma \rightarrow 1$ амплитуда первого максимума заметно растет; частота колебаний изменяется незначительно. Следует указать, что амплитуда второго максимума во всех просчитанных вариантах оказывается очень маленькой величиной.

Как и для жесткого клина, ряд (7) может быть просуммирован точно, если порядок реакции m равен $(r-1)/r$ ($r=1, 2, \dots$). В этом случае ширина зоны горения конечна и распределение концентрации в этой зоне представляется в виде многочлена степени r ; функция $\chi(x)$ в точках $x=r/k_1^i k_2^j$ ($i=0, 1, 2, \dots, j=0, 1, 2, \dots$) в зависимости от r имеет либо излом, либо разрыв кривизны, либо старших производных. Так, если порядок реакции $m=0$, то $\chi(x)$ представляет собой ломанную линию, состоящую из прямых отрезков, наклон которых изменяется в точках разрыва.

Для определения $\chi(x)$ в интервале между разрывами $r/k_1^i k_2^j \leq x \leq r/k_1^{i+1} k_2^j$ нужно первые i слагаемых в ряде вида (11) положить равными нулю. Довольно громоздкие алгебраические выкладки, аналогичные [2], показывают, что функция $\chi(x)$ колеблется около единичного значения, амплитуда колебаний всегда затухает и декремент затухания здесь больше, чем в задаче для жесткого клина. Здесь наблюдается демпфирующий эффект гибкой поверхности на приходящие возмущения такой же, как на упругом клине.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
2. Гилинский С. М. Линеаризованное сверхзвуковое неравновесное течение горючей смеси газов около клина. Научн. тр. Ин-та механ. МГУ, 1971, № 11.
3. Диткин В. А., Прудников А. П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. М., Физматгиз, 1974.

УДК 533.6.011.55:541.124

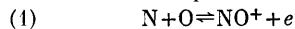
О МЕХАНИЗМЕ ИОНИЗАЦИИ В ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКЕ НИЗКОЙ ПЛОТНОСТИ

Г. Н. ЗАЛОГИН

(Москва)

Показано, что при обтекании затупленного тела гиперзвуковым потоком воздуха с уменьшением плотности на смену механизму ассоциативной ионизации приходит механизм ионизации за счет непосредственного соударения молекул. Найденно значение числа Рейнольдса, при котором этот переход происходит. Проводится сравнение результатов расчетов вязкого неравновесного ударного слоя с экспериментальными данными американских исследователей. Получено хорошее согласие результатов по распределению электронных концентраций в ударном слое. Показано, что при малых числах Рейнольдса большое влияние на распределение концентрации электронов в ударном слое оказывает процесс бародиффузии.

Механизм ионизации за ударными волнами в воздухе неоднократно обсуждался в литературе (см., например, библиографию в [1]). Известно, что при скоростях ударной волны $V_{\infty} \approx 8-9$ км/сек основным механизмом, приводящим к образованию свободных электронов в воздухе, являются реакции ассоциативной ионизации, основная из которых

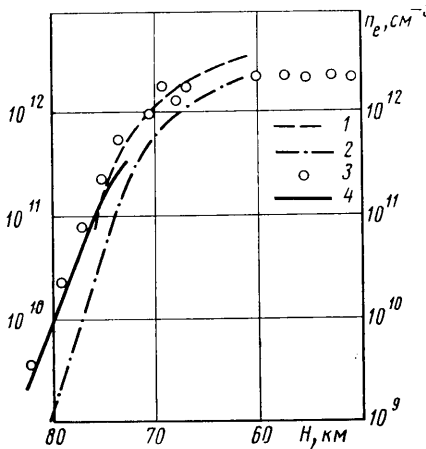


имеющая минимальную энергию активации $E = 2.3$ эв.

При больших плотностях, когда числа столкновений в ударном слое достаточно для достижения термохимического равновесия, а эффекты переноса не играют существенной роли, результаты теоретических расчетов дают удовлетворительное согласие с данными натуральных экспериментов по распределению концентрации электронов в ударном слое [2]. С уменьшением плотности происходит постепенное замораживание диссоциации сначала азота, а затем и кислорода, а вместе с этим уменьшается скорость ассоциативной ионизации.

Процесс колебательно-диссоциационного взаимодействия, за счет которого уменьшается константа скорости реакций диссоциации при отсутствии равновесия по колебательным степеням свободы, сдвигает момент замораживания в сторону больших плотностей.

В случае обтекания тел разреженным газом (большие высоты), результаты летных экспериментов трудно сопоставить с теоретическими расчетами из-за различных побочных явлений, таких как ионизация продуктов теплозащиты и пр. В [3] приводятся данные зондовых и СВЧ измерений плотности электронов, полученные при входе в плотные слои атмосферы конуса с полусферическим носком радиусом $R = 16.1$ см. Конструкция носовой части аппарата обеспечивала поглощение тепла, а не его экранирование, так что эффекты, связанные с уносом массы, отсутствовали. Один из электростатических зондов был расположен в передней критической точке. Результаты экспериментов сравнивались с расчетами, проведенными для вязкого ударного слоя (использовалась двухслойная модель Ченга), с



Фиг. 1