

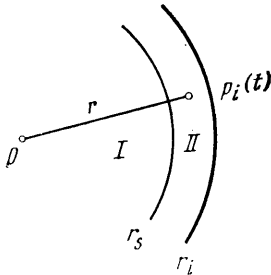
О ДВИЖЕНИИ УДАРНОГО СЛОЯ ГАЗА СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ В НЕАДИАБАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

С. Ф. ЧЕКМАРЕВ

(Новосибирск)

Исследуется влияние подвода (отвода) тепла на характеристики ударного слоя, образующегося вследствие натекания газа с большой сверхзвуковой скоростью на подвижную границу, которая для общности предполагается свободной. Используется метод Г. Г. Черного, которым ранее задача об ударном слое была решена для адиабатического течения [1, 2]. Результаты работы могут быть полезны при анализе влияния излучения (поглощения) энергии, а также процессов релаксации внутренних степеней свободы молекул, конденсации, химической реакции и т. д., воздействие которых на газодинамику течения в ударном слое может быть упрощено подводу или отводу тепла [3-5].

1. Будем рассматривать одномерное нестационарное течение газа, представляющего собой идеальную жидкость. Схема течения дана на фигуре. Здесь i — поверхность контактного разрыва, являющаяся свободной границей с заданным давлением $p_i(t)$; s — ударная волна; параметры потока в области I предполагаются известными.



Поведение газа внутри ударного слоя (II) описывается системой уравнений неразрывности, движения и энергии [1, 2].

$$(1.1) \quad \rho r^{\nu-1} \frac{\partial r}{\partial \tau} = -\rho_{s-} (u_{s-} - \dot{r}_s) r_s^{\nu-1}$$

$$(1.2) \quad r^{\nu-1} \frac{\partial p}{\partial \tau} = \rho_{s-} (u_{s-} - \dot{r}_s) r_s^{\nu-1} \frac{\partial^2 r}{\partial t^2}$$

$$(1.3) \quad \frac{\partial}{\partial t} \frac{p}{\rho^\kappa} = (\kappa-1) \rho^{1-\kappa} Q$$

Независимыми переменными здесь служат время t и лагранжева координата τ , определяемая как момент совпадения частицы газа с поверхностью ударной волны s . Искомыми функциями являются радиус частицы r , давление p и плотность газа ρ ; скорость газа $u = \partial r / \partial t$. Индексом s помечены значения параметров потока перед ударной волной; $\nu=1, 2, 3$ соответствуют случаям плоской, цилиндрической и сферической симметрии; Q — скорость подвода (отвода) тепла к единичной массе газа.

Граничными условиями на свободной границе и на ударной волне (со стороны ударного слоя) соответственно будут

$$p = p_i, \quad u = \dot{r}_i; \quad u = u_{s+}, \quad \rho = \rho_{s+}, \quad p = p_{s+}$$

где величины u_{s+} , ρ_{s+} , p_{s+} связаны с параметрами перед волной соотношениями

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \rho_{s+} (u_{s+} - \dot{r}_s) &= \rho_{s-} (u_{s-} - \dot{r}_s) \\ \rho_{s+} (u_{s+} - \dot{r}_s)^2 + p_{s+} &= \rho_{s-} (u_{s-} - \dot{r}_s)^2 + p_{s-} \\ \frac{(u_{s+} - \dot{r}_s)^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p_{s+}}{\rho_{s+}} &= \frac{(u_{s-} - \dot{r}_s)^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p_{s-}}{\rho_{s-}} + S \end{aligned}$$

Здесь S — энергия, которая подводится (отводится) к единичной массе газа в ударной волне. Законы движения свободной границы $r_i = r_i(t)$ и ударной волны $r_s = r_s(t)$ подлежат определению.

2. Для эффективности метода Г. Г. Черного необходимо выполнение условий: $\epsilon = (\kappa-1)/(\kappa+1) = o(1)$, $\rho_{s-}/\rho_{s+} = O(\epsilon)$ и $\rho = O(\rho_{s+})$, где ρ — текущая плотность газа в ударном слое.

Ограничимся для простоты случаем

$$\delta = \frac{2(\kappa^2-1)}{\kappa(M_{s-}^2-1)^2} \frac{\rho_{s-}}{p_{s-}} |S| \ll 1, \quad M_{s-} = \frac{u_{s-} - \dot{r}_s}{a_{s-}}$$

Из (1.4) с сохранением линейных членов по δ имеем

$$(2.1) \quad \frac{\rho_{s+}}{\rho_{s-}} = \frac{\kappa+1}{\kappa-1} A_{s-}, \quad A_{s-}^{-1} = 1 + \frac{1}{M_{s-}^2} \left[\frac{2}{\kappa-1} + \frac{\kappa+1}{\kappa(M_{s-}^2-1)} \frac{\rho_{s-}}{p_{s-}} S \right]$$

При адиабатическом течении газа в волне ($S=0$) второе из упомянутых выше условий выполняется при $M_{s-}^{-2} \leq O(\varepsilon)$. При неадиабатическом течении необходимо еще дополнительное ограничение на величину S . Не выписывая его, заметим, что в случае $\delta \leq O(1)$ $(M_{s-}^2-1)^{-1} \leq O(\varepsilon) \ll 1$ это условие выполнено. Ограничение на величину Q , следующее из третьего условия, легко найти, пользуясь приведенным ниже решением для плотности.

Решение системы (1.1)–(1.3) ищется в виде

$$r = r_0 + \varepsilon r_1 + \dots, \quad p = p_0 + \varepsilon p_1 + \dots, \quad \rho = \varepsilon^{-1} \rho_0 + \rho_1 + \dots$$

В нулевом приближении из (1.1), (1.2) после интегрирования и учета граничных условий получим

$$r_0 = \varphi(t), \quad p_0 = \rho_{s-} (u_{s-} - \dot{\varphi})^2 + \frac{\ddot{\varphi}}{\varphi^{\nu-1}} \int_t^{\tau} \rho_{s-} (u_{s-} - \dot{\varphi}) \varphi^{\nu-1} d\tau$$

где $\varphi(t)$ удовлетворяют уравнению

$$p_i(t) = \rho_{s-} (u_{s-} - \dot{\varphi})^2 + \frac{\ddot{\varphi}}{\varphi^{\nu-1}} \int_t^{\tau_0} \rho_{s-} (u_{s-} - \dot{\varphi}) \varphi^{\nu-1} dt$$

τ_0 – лагранжева координата свободной границы.

Отсюда следует, что в нулевом приближении, когда ударных слой является бесконечно тонким (r_0 не зависит от τ), закон движения ударного слоя и давление в ударном слое не зависят от характера и наличия подвода (отвода) тепла и определяются теми же выражениями, что и при адиабатическом течении [2].

Необходимо заметить, что независимость движения ударного слоя от передачи тепла для $\nu=2,3$ в определенной мере является следствием бесконечно малой толщины ударного слоя; это связано с тем, что изменение внутренней энергии слоя может влиять на изменение его импульса только через уширение трубок тока в слое [6], которое в данном случае становится пренебрежимо малым.

Плотность газа в нулевом приближении зависит как от наличия, так и от характера подвода (отвода) тепла. Поэтому в общем случае анализ поведения плотности провести трудно. Для примера рассмотрим случай $Q = \alpha \rho^{\kappa-1}$ ($\alpha = \text{const}$), когда решение для ρ_0 можно получить в аналитическом виде.

Из (1.3) в нулевом приближении

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{p_0}{\rho_0^\kappa} = (\kappa+1)\alpha$$

После интегрирования с учетом граничных условий имеем

$$\rho_0 = p_0^{1/\kappa} [\rho_{s-}^{1-\kappa} (u_{s-} - \dot{\varphi})^2 A_{s-}^{-\kappa} + (\kappa+1)\alpha(t-\tau)]^{-1/\kappa}$$

Найдем еще величину $r_1 = r_1(\tau_0, t)$, определяющую главный член в разложении для толщины ударного слоя $r_i - r_s = r(\tau_0, t) - r(t) = \varepsilon r_1(\tau_0, t) + \dots$ Из (1.1)

$$\frac{\partial r_1}{\partial \tau} = - \frac{1}{r_0^{\nu-1}} \frac{\rho_{s-}}{\rho_0} (u_{s-} - \dot{r}_s) r_s^{\nu-1}$$

и после интегрирования в пределах $\tau_0 \leq \tau \leq t$

$$r_1(\tau_0, t) = \frac{1}{\varphi^{\nu-1}} \int_{\tau_0}^t \frac{\rho_{s-}}{\rho_0} (u_{s-} - \dot{\varphi}) \varphi^{\nu-1} d\tau$$

Из полученных выражений видно, что подвод тепла в ударной волне ($S > 0$) и в ударном слое ($\alpha > 0$) приводит к уменьшению плотности газа в ударном слое и его расширению, а отвод тепла ($S < 0$, $\alpha < 0$) – к увеличению плотности и сужению ударного слоя.

В заключение заметим, что так же может быть рассмотрена задача о совместном движении двух ударных слоев [2, 6], разделенных контактной поверхностью. Выводы о влиянии неадиабатичности течения будут аналогичны.

Автор благодарит А. К. Реброва за обсуждение результатов работы.

Поступила 23 IX 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
2. Зак Л. И. Гиперзвуковая струя, истекающая в покоящуюся среду или в слутный сверхзвуковой поток. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 5.
3. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
4. Бай Ши-и. Введение в теорию течения сжимаемой жидкости. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
5. Ба Хань-линь, Лунькин Ю. П. О колебательной релаксации за ударной волной. Ж. техн. физ., 1963, т. 33, вып. 2.
6. Чекмарев С. Ф. Неустановившееся радиальное расширение газа в затопленное пространство от внезапно включенного стационарного источника. ПМТФ, 1975, № 2.

УДК 533.6.011.5

К АНАЛИЗУ НЕКОТОРЫХ СВЕРХЗВУКОВЫХ НЕСИММЕТРИЧНЫХ СОПЛ

А. И. РЫЛОВ

(Новосибирск)

Ранее в [1] были построены сверхзвуковые несимметричные плоские сопла, которые характеризуются в основном центрированными волнами сжатия и разрежения. В ряде случаев интенсивная волна сжатия нежелательна, например, из-за возможности отрыва пограничного слоя на стенках сопла. Поэтому в постановку задачи необходимо включать некоторые ограничения на градиент давления, например условие невозрастания давления на стенках сопла. Наличие последнего условия отличает результаты [1] лишь тем, что центрированные волны сжатия в соплах заменяются участками постоянных параметров. Ниже при одинаковых условиях рассматриваются несимметричные сопла с волнами сжатия, с участками постоянных параметров, а также для сравнения известные сопла с прямой нижней стенкой.

Исследуются некоторые параметры трех сверхзвуковых несимметричных плоских сопел. У этих сопел потоки на входе и выходе равномерные и горизонтальные с числами Маха M_1 и M_2 ($1 < M_1 < M_2$) соответственно. Ординаты начальной и конечной точек нижних контуров лежат на оси x , т. е. $y_a = y_b = 0$ (фигура). Течение в соплах изэнтропическое, газ совершенный с показателем адиабаты κ . Характеристика $a^{\circ}b$ второго семейства, соответствующая развороту потока в точке a° , приходит в конечную точку нижнего контура. В силу этого в областях, примыкающих к входным и выходным потокам реализуются течения типа простых волн, а в $a^{\circ}cd$ параметры постоянны и определяются из

$$(1) \quad \theta_c = 1/2(h(M_2) - h(M_1)), \quad h(M_c) = 1/2(h(M_2) + h(M_1))$$

Здесь θ – угол наклона вектора скорости

$$h(M) \equiv \sqrt{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} \arctg \sqrt{\frac{\kappa-1}{\kappa+1}} (M^2-1) - \arctg \sqrt{M^2-1}$$

Сопло I (фигура, а) характеризуется центрированными волнами сжатия cdg и разрежения $dghb^{\circ}$. Как было показано в [1], это сопло – одно из возможных решений задачи о профилировании сопла наименьшей длины при наличии приведенных