

О ВЛИЯНИИ НЕРАВНОМЕРНОСТЕЙ ПОЛЕЙ ПОЛНОЙ
ЭНТАЛЬПИИ И ЭНТРОПИИ НА ИНТЕГРАЛЬНЫЕ
ХАРАКТЕРИСТИКИ СОПЛА ЛАВАЛЯ

А. Н. КРАЙКО, А. Н. ЛАНЮК

(Москва)

Исследуется влияние неравномерности полей полной энтальпии и энтропии на входе в сопло на его интегральные характеристики. При исследовании используются точный подход и приближение «слоистой гидравлики».

1. Рассмотрим стационарное незакрученное течение идеального газа в осесимметричном сопле Лавалья заданной формы. На режиме запираания, который будет исследоваться далее, течение в сужающейся части сопла и по крайней мере в начале его расширяющегося участка не зависит от давления окружающей среды и полностью определяется заданием распределений полной энтальпии $H(\psi)$ и энтропийной функции $S(\psi)$, где ψ — функция тока. Постоянство H и S отвечает однородному (изоэнергетическому и изоэнтропическому) потоку. Интегральные характеристики сопла (расход газа G , импульс I , удельный импульс $i=I/G$ и т. д.) зависят от указанных распределений. Интересно знать, во-первых, как замена однородного потока неоднородным сказывается на величине различных интегральных характеристик, и, во-вторых, какие распределения H и S реализуют максимум данной характеристики сопла. Ниже для ответа на эти вопросы используется два подхода. Сначала для совершенного газа исследуется осесимметричное течение в сопле, что для некоторого частного класса функций $S(\psi)$ позволяет выявить влияние неизоэнергетичности потока на I и на i . Сделанные при этом выводы обобщают результат, который ранее был получен в [1]. Дальнейший анализ выполнен на основе подхода, который назовем «слоистой гидравликой». От обычного гидравлического приближения он отличается тем, что здесь все параметры, кроме давления p , которое считается постоянным в каждом сечении сопла, зависят не только от продольной координаты, но и от ψ . В этом приближении анализируется влияние неоднородностей общего вида и рассмотрена вариационная задача об оптимальном выборе $H(\psi)$ и $S(\psi)$, реализующих, например, максимум удельного импульса при некоторых дополнительных ограничениях. Эта часть работы развивает исследования, выполненные в [2, 3].

2. Для совершенного газа с показателем адиабаты κ исследуемое течение описывается такими уравнениями и граничными условиями:

$$(2.1) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial x} \rho u + \frac{\partial y}{\partial y} \rho v = 0$$
$$\frac{\kappa p}{(\kappa-1)\rho} + \frac{w^2}{2} = H(\psi) \equiv \frac{(\kappa+1)c_a^2(\psi)}{2(\kappa-1)}, \quad \frac{p}{\rho^\kappa} = S(\psi)$$

$$d\psi = \frac{y_0}{G}(u dy - v dx), \quad G = \int_0^{y_w} y \rho u dy$$

$$v[x, y_w(x)] = u[x, y_w(x)] y_w'(x), \quad v(x, 0) = 0, \quad \psi(x, 0) = 0$$

Здесь u и v — проекции вектора скорости \mathbf{V} на оси цилиндрической системы координат x, y ; $w = |\mathbf{V}|$; ρ — плотность; $c_k(\psi)$ — критическая скорость, а $y = y_w(x)$ — уравнение контура сопла. В согласии с последним условием из (2.1) на стенке сопла $\psi = 1$.

Пусть p_0 — константа с размерностью давления. Введем новые переменные

$$\psi_e = \int_0^\psi c_k(\psi) d\psi / \int_0^1 c_k(\psi) d\psi, \quad \mathbf{V}_e = \frac{\mathbf{V}}{c_k}, \quad p_e = \frac{p}{p_0}, \quad \rho_e = \frac{\rho c_k^2}{p_0} \quad (2.2)$$

$$H_e = (\kappa + 1)/2(\kappa - 1), \quad S_e(\psi_e) = p_0^{\kappa-1} S[\psi(\psi_e)] \{c_k[\psi(\psi_e)]\}^{-2\kappa}$$

Можно показать, что эти переменные также удовлетворяют (2.1). Данный результат, будучи близким к результатам [4, 5], ставит в соответствие неоднородному потоку некоторое «эквивалентное» изоэнергетическое (хотя в общем случае неизэнтропическое) течение. Зависимости параметров исходного потока от x и y или от x и ψ получаются из полей эквивалентного потока простым пересчетом по (2.2).

Выбор константы p_0 определяется соображениями удобства и некоторыми дополнительными деталями постановки задачи. Если, например, сопло примакает к полубесконечной цилиндрической трубе, то за p_0 можно взять давление при $x \rightarrow -\infty$. Так как указанная величина заранее неизвестна, то это не позволяет по заданным $H(\psi)$ и $S(\psi)$, не решая задачи, построить $S_e(\psi_e)$. Особый интерес представляют течения с постоянным полным давлением, которое в таких случаях удобно взять за p_0 . При этом $S_e = \kappa^{-\kappa}$, т. е. эквивалентный поток однороден. Однородные потоки, имеющие одинаковые κ и текущие в фиксированном сопле отличаются лишь абсолютным уровнем параметров, которые полностью определяются значениями давления и температуры торможения. Сказанное позволяет проследить влияние на величину I неравномерностей полной энтальпии и энтропии в том частном случае, когда полное давление не зависит от ψ . Последнее в согласии с (2.2) и с выбором p_0 означает, что

$$(2.3) \quad S(\psi) = [2(\kappa - 1)/\kappa(\kappa + 1)]^{\kappa} p_0^{1-\kappa} [H(\psi)]^{\kappa}$$

Пусть I° — импульс потока в фиксированном сечении данного сопла при однородном течении с критической скоростью c_k° и полным давлением p_0° , а I — импульс неоднородного потока в том же сечении этого сопла при полной энтальпии $H(\psi)$, полном давлении p_0 и, как следствие этого, — при распределении $S(\psi)$, которое дается (2.3). Кроме того, потребуем, чтобы величина p_0 и функция $H(\psi) \neq \text{const}$ обеспечивали равенство расходов и потоков полной энтальпии в обоих случаях. Покажем, что при такой замене однородного потока неоднородным его импульс может только уменьшиться, т. е. что $I \leq I^\circ$.

Уравнения и условия (2.1) описывают любое течение, в том числе однородное. Переход от V, p и ρ к V°, p° и ρ° , согласно формулам $V = c_k^\circ V^\circ$, $p = p_0^\circ p^\circ$ и $\rho = p_0^\circ \rho^\circ / c_k^{\circ 2}$, ведет к системе, которая совпадает с системой для

определения параметров эквивалентного потока (последний в этом случае также однороден). Поэтому $u^\circ(x, y) = u_e(x, y)$ и т. д., а условия равенства расходов и потоков полной энтальпии дают

$$p_0 \int_0^{F_w} \frac{\rho^\circ u^\circ}{c_k} dF = \frac{p_0^\circ}{c_k^\circ} \int_0^{F_w} \rho^\circ u^\circ dF$$

$$p_0 \int_0^{F_w} \rho^\circ u^\circ c_k dF = p_0^\circ c_k^\circ \int_0^{F_w} \rho^\circ u^\circ dF$$

Здесь $F = y^2/2$, а интегралы вычисляются при $x = \text{const}$. Перемножая эти равенства, найдем

$$(2.4) \quad \left(\frac{p_0}{p_0^\circ} \right)^2 = \left(\int_0^{F_w} \rho^\circ u^\circ dF \right)^2 / \int_0^{F_w} \frac{\rho^\circ u^\circ}{c_k} dF \int_0^{F_w} \rho^\circ u^\circ c_k dF$$

Комбинации параметров $\rho^\circ u^\circ / c_k$ и $\rho^\circ u^\circ c_k$ в данном случае положительны. Обозначая их через f^2 и g^2 и применяя к правой части (2.4) неравенство Коши — Буяковского, получим, что $p_0/p_0^\circ \leq 1$. Так как

$$I = p_0 \int_0^{F_w} (p_e + \rho_e u_e^2) dF, \quad I^\circ = p_0^\circ \int_0^{F_w} (p^\circ + \rho^\circ u^{\circ 2}) dF$$

то в силу совпадения подынтегральных функций имеем $I/I^\circ = p_0/p_0^\circ \leq 1$. Отметим, что в приближении «слоистой гидравлики» данное неравенство было доказано в [1].

3. Дальнейшее исследование проводится в приближении «слоистой гидравлики», которое, как уже указывалось, отличается от обычного гидравлического приближения, используемого главным образом при анализе изэнергетических и изэнтропических течений в каналах. Известно, что уравнения гидравлического приближения получаются в результате применения процедуры осреднения по площади поперечного сечения канала. Затем среднее от любой функции принимается равным функции от средних значений аргументов, а w^2 в уравнении энергии заменяется на u^2 . Это предполагает малость v^2 по сравнению с u^2 . При вычислении тяги сопла давление, действующее на стенку, в каждом сечении принимается равным его средней величине.

При выводе уравнений слоистой гидравлики процедура осреднения не применяется, хотя уравнение неразрывности записывается в интегральной форме с учетом условий для v из (2.1). Кроме того, делается предположение о постоянстве давлений по y в каждом сечении канала, а w^2 в уравнении энергий, как и в гидравлическом приближении заменяется на u^2 . В итоге результирующая система уравнений слоистой гидравлики принимает вид

$$(3.1) \quad \begin{aligned} L^1(p, \rho, u, H) &= 2H(\psi) - 2h(p, \rho) - u^2 = 0 \\ L^2(p, \rho, S) &= S(\psi) - s(p, \rho) = 0 \\ G' &= 0, \quad G = F_j, \quad j = 1 \quad \Big/ \quad \int_0^F \frac{d\psi}{\rho u} \end{aligned}$$

Здесь и далее индекс w у F опущен, h и s — удельная энтальпия и энтропийная функция, интегрирование по ψ осуществляется при $x = \text{const}$, штрихом обозначена производная по x , а h и s , как и H и S , — известные функции своих аргументов. При постоянных H и S (3.1) сводится к уравнениям обычной гидравлики. В этом случае ρu не зависит от ψ и $j = \rho u$.

Формула для G в (3.1) получена в результате интегрирования при $x = \text{const}$ уравнения для ψ из (2.1), переписанного в форме $dF/G = d\psi/\rho u$. Преимущество формулы для G из (3.1) перед соответствующей формулой из (2.1) обусловлено следующим. В силу первых двух уравнений (3.1) ρ и u суть известные функции p и ψ .

Поэтому $j=G/F$, играющая роль плотности тока, — известная функция только p . Анализ ее поведения, как и в обычном одномерном приближении, позволяет сформулировать условие «запирания», выполняющееся на «запертом» режиме в минимальном сечении сопла. Для получения последнего рассмотрим уравнение, определяющее $p(x)$ для сопла заданной формы, т. е. для известной функции $F(x)$. Это уравнение получается из третьего уравнения (3.1), которое с учетом выражения для G можно переписать в виде

$$p' = -F'j/Fj_p \quad (j_p = dj(p)/dp)$$

При переходе через минимальное сечение, где $F'=0$, комбинация $F'j/F$ меняет знак. Поэтому, если $j_p \neq 0$, то p' здесь также меняет знак, что, как легко видеть, отвечает незапертым режимам. Непрерывный разгон газа в сопле Лавала возможен лишь в случае, если при $F'=0$ одновременно $j_p=0$, что и дает искомое условие запирания. Заметим, что равенство $j_p=0$ в согласии со смыслом j есть условие экстремума (максимума) плотности тока как функции p . Проводя необходимые выкладки с использованием первых двух уравнений (3.1), можно показать, что условие запирания сводится к равенству

$$(3.2) \quad j_p(p_*) \equiv \int_0^1 \Phi(p_*, \rho_*, u_*) d\psi = 0$$

$$(\Phi(p, \rho, u) = (1-M^2)/\rho^2 u^3, \quad M=u/a, \quad a^2 = -s_\rho/s_p)$$

Здесь $a=a(p, \rho)$ — скорость звука, звездочка приписана параметрам в минимальном сечении, а индексы p и ρ — соответствующим частным производным. В согласии с первыми двумя равенствами из (3.1) ρ , a и u — функции p и ψ и поэтому интеграл в (3.2) — функция только p_* . Таким образом, данное условие, выполняющееся на режимах запирания в минимальном сечении сопла, позволяет определить «критическое» давление p_* . Зная p_* , можно по второму уравнению из (3.1) найти $\rho_* = \rho_*(\psi)$, по первому — $u_* = u_*(\psi)$, а затем и расход газа G . В силу постоянства давления по y , или по ψ , для неоднородного потока в минимальном сечении сопла на режиме запирания $M_* \neq 1$. Более того, для выполнения (3.2) необходимо, чтобы наряду с участками по ψ , на которых $M > 1$, были участки, где $M < 1$. Заметим, что условие (3.2) есть обобщение условий, сформулированных в [8-9].

Примем площадь минимального сечения сопла за единицу. Тогда условие равенства расходов, протекающих через данное и минимальное сечения можно переписать в форме

$$(3.3) \quad \int_0^1 \Phi(\rho, u, \rho_*, u_*, F) d\psi = 0$$

$$\left(\Phi(\rho, u, \rho_*, u_*, F) = \frac{1}{\rho u} - \frac{F}{\rho_* u_*} \right)$$

Здесь и далее величины без индексов — параметры в рассматриваемом сечении. Для любого фиксированного сечения сопла, т. е. для заданного $F > 1$, (3.3) вместе с (3.1) и найденными распределениями ρ_* и u_* позволяет определить давление p , а затем по (3.1) — распределения $\rho = \rho(\psi)$ и $u = u(\psi)$. При этом, как и для однородного потока, (3.3) имеет два решения: «дозвуковое», отвечающее течению в сужающейся части сопла ($p > p_*$), и «сверхзвуковое», соответствующее течению в его расширяющейся части ($p < p_*$). Как и в обычном одномерном приближении, параметры газа в фиксированном сечении расширяющейся (или сужающейся) части сопла определяются величиной F , т. е. отношением площади данного сечения к площади минимального сечения и не зависят от формы его стенок. При этом здесь и далее рассматривается режим запертого «сверхзвукового» истечения, для которого внешнее давление p^+ не влияет на течение внутри сопла и на его срезе.

4. Пусть фиксированы сопло (в частности, степень его расширения по площади F) и газ, т. е. функции $h(p, \rho)$ и $s(p, \rho)$. В силу приведенных выше соотношений на исследуемом режиме любая интегральная характеристика сопла (или потока на его срезе), например удельный импульс

$$(4.1) \quad i \equiv \frac{1}{G} \int_0^F (p + \rho u^2) dF = \int_0^1 f(p, \rho, u) d\psi \quad \left(f = u + \frac{p}{\rho u} \right)$$

определяется распределениями $H(\psi)$ и $S(\psi)$. Оптимальные распределения H и S , реализующие максимум i или какой-либо другой интегральной характеристики, могут быть найдены из решения соответствующей вариационной задачи. В ее формулировку следует включить дополнительные ограничения, обусловленные, например, тем, что при их отсутствии оптимизируемый функционал может неограниченно возрастать. Естественно, что подобная возможность — всегда следствие неучета тех или иных ограничений физического характера.

Сначала в качестве дополнительных условий потребуем, чтобы искомые распределения удовлетворяли интегральным равенствам

$$(4.2) \quad \int_0^1 H(\psi) d\psi = H_0, \quad \int_0^1 S(\psi) d\psi = S_0$$

с заданными положительными константами H_0 и S_0 , которые имеют смысл удельных потоков полной энтальпии и энтропийной функции. Кроме того, будем помнить, что по физическому смыслу функции H и S должны быть неотрицательными, т. е.

$$(4.3) \quad H(\psi) \geq 0, \quad S(\psi) \geq 0$$

Сформулируем вариационную задачу, в которой $H(\psi)$ и $S(\psi)$ играют роль управлений, а p, ρ, u, p_*, ρ_* и u_* — роль фазовых координат, хотя последние фигурируют в данной задаче иначе, чем в стандартных задачах оптимального управления. Требуется найти управления $H(\psi)$ и $S(\psi)$, зависящие от них функции $\rho(\psi)$, $u(\psi)$, $\rho_*(\psi)$ и $u_*(\psi)$ и константы p и p_* , которые реализуют максимум функционала (4.1), удовлетворяя изопериметрическим условиям (4.2) и неравенствам (4.3). Перечисленные выше функции и константы определяются двумя первыми уравнениями системы (3.1), которым удовлетворяют также величины со звездочкой, и интегральными условиями (3.2) и (3.3). Хотя сформулированная выше вариационная задача не является единственно возможной (в смысле выбора оптимизируемого функционала и дополнительных условий), ее рассмотрение позволит установить ряд особенностей решения, характерных для подобных задач. Кроме того, это решение укажет на целесообразность внесения дополнительных ограничений в их постановку.

Для решения составим вспомогательный функционал

$$(4.4) \quad \chi = \int_0^1 [I(p, \rho, u) + \lambda_1(H - H_0) + \lambda_2(S - S_0) + \lambda_3\varphi(p_*, \rho_*, u_*) + \\ + \lambda_4\Phi(\rho, u, \rho_*, u_*, F) + \mu_1 L^1(p, \rho, u, H) + \mu_2 L^1(p_*, \rho_*, u_*, H) + \\ + \mu_3 L^2(p, \rho, S) + \mu_4 L^2(p_*, \rho_*, S)] d\psi$$

в котором λ_i — постоянные, а $\mu_i = \mu_i(\psi)$ — переменные множители Лагранжа. В силу уравнений и условий (3.1) — (3.3) и (4.2) при любом допустимом варьировании управлений и фазовых координат вариации функционалов χ и i совпадают.

Существенной особенностью подынтегрального выражения в (4.4) является то, что в него не входят производные по ψ , а также явным образом само ψ . Поэтому оптимальные распределения $H(\psi)$ и $S(\psi)$ должны быть кусочно-постоянными функциями, причем на участках красного экстремума по H или по S , если такие имеются, управления в согласии с (4.3) равны нулю. Так как $H_0 > 0$ и $S_0 > 0$, то $H(\psi) \equiv 0$ и $S(\psi) \equiv 0$ не есть искомые оптимальные управления, удовлетворяющие изопериметрическим условиям (4.2). Следовательно, оптимальные распределения H и S должны обязательно содержать участки двустороннего экстремума, на которых $H > 0$ и $S > 0$. Из условий оптимальности следует также совпадение точек разрыва обоих управлений.

Для получения дополнительной информации о структуре оптимальных управлений выясним сначала, что дают постоянные распределения

$$(4.5) \quad H(\psi) \equiv H_0, \quad S(\psi) \equiv S_0$$

Такие управления удовлетворяют всем ограничениям задачи, т. е. условиям (4.2) и необходимым условиям экстремума (уравнениям Эйлера). Покажем, что, несмотря на это и вопреки широко распространенному мнению, распределения (4.5) неоптимальны, т. е. замена однородного потока некоторым неоднородным ведет к увеличению i . Проварьируем распределения (4.5) так, чтобы в согласии с (4.2)

$$(4.6) \quad \int_0^1 \delta H d\psi = 0, \quad \int_0^1 \delta S d\psi = 0$$

Оставляя в формуле для приращения удельного импульса Δi члены первого и второго порядков, выражая из (3.1)–(3.3) вариации фазовых координат через δH и δS и учитывая (4.6), найдем, что

$$(4.7) \quad \Delta i = \int_0^1 [a_{11}(\delta H)^2 + a_{12}\delta H \delta S + a_{22}(\delta S)^2] d\psi$$

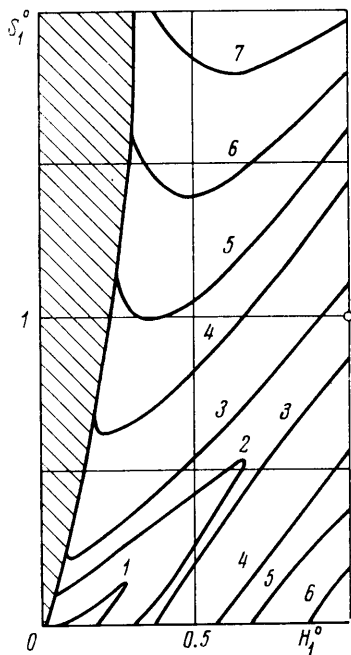
Здесь a_{ij} — константы, определяемые свойствами газа, параметрами потока в данном сечении сопла и выбором функции S . Если в качестве S взять энтропию, а не p/ρ^α , то для совершенного газа (ниже все численные результаты даются для $\kappa=1.4$) коэффициент a_{11} положителен при $1 < u^\circ < 2.36$, а a_{22} — при $1 \leq u^\circ$. Следовательно, замена однородного потока неоднородным с $\delta H \neq 0$ и $\delta S = 0$ или с $\delta S \neq 0$ и $\delta H = 0$ при малых δH и δS для указанных значений u° увеличивает удельный импульс. Коэффициент a_{12} всегда отрицателен и таков, что квадратичная форма в (4.7) знаконеопределена. Поэтому не любая замена однородного потока на близкий неоднородный увеличивает i . Квадратичные формы, аналогичные (4.7), можно выписать для ΔI , ΔG и других интегральных характеристик потока. При этом оказывается, что если S — энтропия, то малые неоднородности всегда уменьшают расход. Полный импульс малые неоднородности H и S могут увеличивать в этом случае при $1 < u^\circ < 1.65$.

Выше возмущения H и S были малыми. Введем теперь малый участок $0 < \psi < \Delta\psi \ll 1$, на котором, например, одно из управлений $S = S_+ \neq S_0$, и пусть отличие S_+ от S_0 конечно. Если при этом H оставить равномерной ($H(\psi) \equiv H_0$), то для сужающегося сопла $\Delta i = (u_+ - 1)^2 \Delta\psi / 2u_+$, где u_+ — скорость газа в слое с $S = S_+$. В согласии с условием запирания $u_+ \neq 1$ при $S_+ \neq S_0$. Следовательно, введение слоя, в котором $S \neq S_0$, увеличивает i .

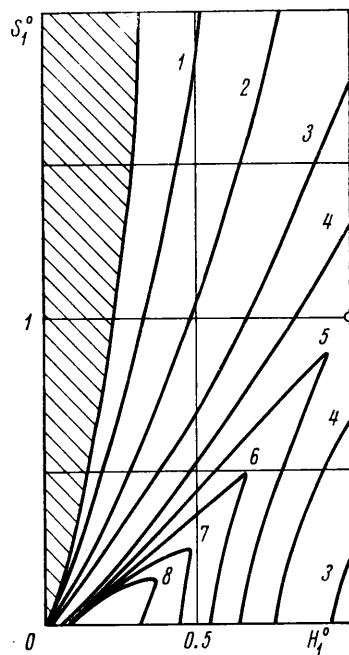
Итак, в рассматриваемой вариационной задаче однородный поток не реализует максимум i . Поэтому оптимальные распределения H и S состоят из участков краевого экстремума $H=0$ и $S=0$ и участков двустороннего экстремума. На последних H и S также постоянны. Точки разрыва обоих управлений совпадают. Благодаря столь простой структуре оптимальных управлений их построение сводится к задаче на условный экстремум функции нескольких переменных. Наличие в решении участков $H=0$ и $S=0$ указывает на необходимость сужения допустимого изменения управлений. Целесообразность такого сужения вытекает также из рассмотрения следующей задачи.

Пусть $H(\psi) \equiv H_0$ и нужно найти оптимальное распределение только S . Можно показать, что в этом случае максимум реализует $S(\psi) = S_0 \cdot \delta(\psi - \psi_+)$,

где $\delta(z)$ — дельта-функция Дирака, а $0 \leq \psi_+ \leq 1$, причем величина i не зависит от выбора ψ_+ . Здесь и везде далее $S = p/\rho^*$. Физический смысл данного результата очевиден: максимум i обеспечивает такой неизэнтропический поток, у которого всю энтропию «несет одна струйка тока», а на остальных струйках тока газ имеет минимально возможную энтропию. Если параметрам «высокоэнтропийного» газа присписать индекс плюс, а низкоэнтро-



Фиг. 1



Фиг. 2

пийного — минус, то, как показывает анализ, в рассматриваемом случае имеют место равенства: $p_* = p_+ = 0$, $u_+ = 1$, $u_- = u_{\max} = \sqrt{(\kappa+1)/(\kappa-1)}$, $G = I = 0$, а $i = z(u_{\max})$, где $z(\lambda) = (\lambda + \lambda^{-1})/2$. Высокоэнтропийный газ («струйка тока $\psi = \psi_+$ ») занимает все поперечное сечение сопла. Для сужающегося сопла $i = 1.43i^*$. Для сопла Лавала выигрыш, который дает оптимальное распределение, $S(\psi)$ уменьшается с ростом F , исчезая при $F = \infty$.

Полученное выше решение дает предельное значение удельного импульса, которое достигается только в принципе (для однородного потока аналогичную роль играет сопло с $F = \infty$). В любом реальном случае граничные значения энтропии (или энтропийной функции) и полной энтальпии конечны и не равны нулю. Это значит, что в постановке задачи неравенства (4.3) следует заменить на $H_- \leq H(\psi) \leq H_+$ и $S_- \leq S(\psi) \leq S_+$, где заданные константы H_- , H_+ , S_- и S_+ положительны и конечны.

В новой постановке управления не могут принимать нулевых и бесконечных значений, как в предыдущем случае. Если $H(\psi) \equiv H_0$, то оптимально такое распределение $S(\psi)$:

$$S(\psi) = \begin{cases} S_+ & \text{при } 0 < \psi < \psi_+ = (S_0 - S_-)/(S_+ - S_-) \\ S_- & \text{при } \psi_+ < \psi < 1 \end{cases}$$

Естественно, что это распределение S обеспечивает меньший выигрыш по i , чем дельта-функция. Так, для сужающегося сопла при $S_+ = 1.5S_0$ и $S_- = 0.5S_0$ оно дает $i = 1.1i^0$ при $G = 0.6G^0$.

В заключение приведем некоторые результаты, достаточно полно демонстрирующие влияние неоднородности потока на интегральные характеристики сопла. Так как оптимальные управления кусочно-постоянны, то именно такие распределения брались в расчетах, результаты которых представлены на фиг. 1–3, относящихся к случаю $u^0 = 1.5$ и отвечающих следующим распределениям H и S :

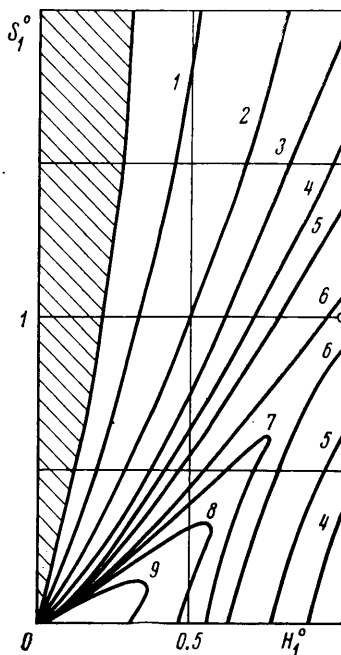
$$H(\psi) = H_1, S(\psi) = S_1 \text{ при } 0 < \psi < 0.5$$

$$H(\psi) = 2H_0 - H_1, S(\psi) = 2S_0 - S_1$$

$$\text{при } 0.5 < \psi < 1$$

где $0 \leq S_1 \leq 2S_0$, а $0 \leq H_1 \leq H_0$.

Кружочком на фигурах отмечена точка, отвечающая равномерному потоку, $H_1^0 = H_1/H_0$, $S_1^0 = S_1/S_0$, а заштрихованные области соответствуют H_1^0 и S_1^0 , при которых $p^*/\rho_k^{*0} c_k^{*0 2} < 10^{-3}$. На фиг. 1 приведены линии постоянства i . Кривые, отмеченные цифрами 1, 2, ..., отвечают значениям $i/i^0 = 0.915, 0.985, 1.012, 1.065, 1.095, 1.125$ и 1.15. Аналогичные кривые на фиг. 2 соответствуют $G/G^0 = 0.074, 0.205, 0.5, 0.795, 1.015, 1.16, 1.31$ и 1.46, а на фиг. 3 – значениям $I/I^0 = 0.08, 0.22, 0.38, 0.54, 0.7, 0.98, 1.1, 1.26$ и 1.58. Видно, что неоднородность потока при выполнении условий (4.2) может и уменьшать и увеличивать любую из рассмотренных характеристик. Возможность увеличения расхода не противоречит сделанному ранее выводу об уменьшении G при введении любой достаточно малой неоднородности. Указанный вывод справедлив, если в (4.2) в качестве S взята энтропия, а не p/ρ^* , как на фиг. 1–3. Использование p/ρ^* ведет к отличию во втором условии из (4.2) на величины второго порядка, а следовательно, и к изменению коэффициентов квадратичной формы для ΔG . Отметим, наконец, что при достаточно низком противодавлении p^+ замена однородного потока на неоднородный может увеличивать не только удельный импульс, но и удельную тягу $r = i - p^+ F/G$.



Фиг. 3

Поступила 18 VI 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Межиоров И. И. О влиянии неравномерности потока на величину подного импульса. Уч. зап. ЦАГИ, 1971, т. 2, № 2.
2. Зимонт В. Л. О величине импульса сопла при неравномерных газодинамических параметрах потока. Изв. вузов. Сер. Авиационная техника, 1970, № 2.
3. Зимонт В. Л. Некоторые неравенства, справедливые при неравномерных течениях в сверхзвуковых соплах. Уч. зап. ЦАГИ, 1972, т. 3, № 2.
4. Таганов Г. И. Выравнивающее действие сетки в потоках жидкостей и газов. Тр. ЦАГИ, 1947, вып. 604.
5. Munk M. M., Prim R. C. On the canonical form of the equations of steady motion of a perfect gas. J. Appl. Phys., 1948, vol. 19, № 10.
6. Pearson H., Holliday J. B., Smith S. F. A theory of the cylindrical ejector supersonic propelling nozzle. J. Roy. Aeronaut. Soc., 1958, vol. 62, № 574.
7. Hoge H. J., Segars R. A. Choked flow: a generalization of the concept and some experimental data. AIAA Journal, 1965, vol. 3, № 12.
8. Bernstein A., Heiser W. H., Hevenor C. Compound-compressible nozzle flow. Trans. ASME, Ser. E, J. Appl. Mech., 1967, vol. 34, № 3.
9. Pearson H. Comment on «Choked flow: a generalization of the concept and some experimental data» by H. J. Hoge and R. A. Segars, AIAA Journal, 1966, vol. 4, № 8.