

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СКОЛЬЖЕНИЯ И ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРОФИЛИРОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ В РАБОЧЕМ ЗАЗОРЕ ГАЗОВОЙ ОПОРЫ С НАКЛОННЫМИ КАНАВКАМИ

Г. А. ЗАВЬЯЛОВ, А. М. КУРИЛОВ

(Челябинск)

Рассматривается плоская опора с газовой смазкой, одна из поверхностей которой профилирована наклонными канавками и колеблется по заданному гармоническому закону с большой частотой. Реакция тонкого слоя вязкого сжимаемого газа образуется за счет взаимодействия эффектов скольжения и высокочастотных колебаний.

При исследовании реакций газового слоя применены асимптотические методы, термодинамический процесс в смазочном слое принимается изотермическим, в уравнениях движения газа не учитывается влияние инерционных и массовых сил.

**1. Постановка задачи.** Известно, что к основным недостаткам газодинамических опор относятся малая величина реакции газового слоя при работе опоры в установившемся режиме и отсутствие ее в момент запуска, приводящее к сухому трению поверхностей опоры.

Одним из путей устранения этих недостатков является создание гибридных опор, избыточное давление в смазочном слое которых возникает за счет совместного действия различных эффектов. В частности, представляет интерес исследование опор, совмещающих в себе положительные качества опор со сдавливанием смазочного слоя при высокочастотном колебании одной из рабочих поверхностей (обладающих реакцией при отсутствии скольжения поверхностей опоры одна относительно другой) и газодинамических опор со спиральными канавками.

Здесь исследуется наиболее простая схема опоры такого вида [4]: плоская опора неограниченной длины, неподвижная пластина которой профилирована шевронными канавками и совершает высокочастотные колебания в направлении, перпендикулярном движению. В первой рассматриваемой схеме (фиг. 1) зазор является непрерывной функцией координат (представлен рядом Фурье с удержанием для упрощения анализа двух членов разложения). Безразмерная толщина газового слоя в I и II зонах опоры, отличающихся между собой тем, что углы наклона канавок в каждой из них равны по величине, но противоположны по знаку, равна

$$(1.1) \quad H_{I,II} = 1 + \varepsilon \cos \left[ m \left( \varphi \mp \frac{\text{tg } \theta}{\lambda} \eta \right) \right] + H_1 \cos \tau$$

$$H = \frac{h}{h_0}, \quad \eta = \frac{y}{a}, \quad \varphi = \frac{x}{R}, \quad \lambda = \frac{R}{a}, \quad \varepsilon = \frac{\delta}{2h_0}, \quad H_1 = \frac{h_1}{h_0}, \quad \tau = vt$$

Здесь  $h$  — толщина слоя смазки,  $h_0$  — средняя толщина газового слоя,  $x, y$  — прямоугольные координаты,  $2a$  — ширина полосы,  $2\pi R$  — длина выбранного участка полосы,  $\delta$  — глубина канавки,  $m$  — число канавок,  $\theta$  — угол наклона канавки,  $h_1$  — амплитуда колебаний,  $v$  — частота колебаний,  $t$  — время.

Полагая частоту колебаний  $\nu$  достаточно большой, запишем в безразмерном виде асимптотическое уравнение [5]

$$(1.2) \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{H_0}{2} \frac{\partial \psi_{\infty}^2}{\partial \varphi} - \psi_{\infty}^2 \frac{\partial H_0}{\partial \varphi} \right) + \\ + \lambda^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{H_0}{2} \frac{\partial \psi_{\infty}^2}{\partial \eta} - \psi_{\infty}^2 \frac{\partial H_0}{\partial \eta} \right) = \Lambda \frac{\partial \psi_{\infty}}{\partial \varphi} \\ \psi_{\infty}(\eta, \varphi) = P_{\infty}(\eta, \varphi, \tau) H(\eta, \varphi, \tau), \quad P = \frac{p}{p_a}, \quad \Lambda = \frac{6\mu VR}{\rho_a h_0^2}$$

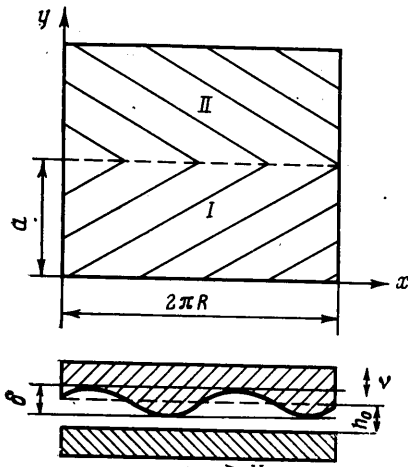
$$H_{0I, II} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_{I, II} d\tau = 1 + \varepsilon \cos \left[ m \left( \varphi \mp \frac{\text{tg } \theta}{\lambda} \eta \right) \right]$$

Здесь  $\psi$  — искомая функция,  $p_a$  — давление окружающей среды,  $\mu$  — вязкость,  $V$  — скорость,  $p$  — давление в слое смазки. Пренебрегая корректирующими функциями [4] вблизи границ  $\eta=0$  и  $\eta=2$ , запишем граничные условия уравнения (1.2)

$$(1.3)$$

$$\psi_{\infty I}^2(0, \varphi) = \frac{1}{2\pi H_{0I}(0, \varphi)} \int_0^{2\pi} H_I^3(0, \varphi, \tau) d\tau$$

$$\psi_{\infty II}^2(0, \varphi) = \frac{1}{2\pi H_{0II}(0, \varphi)} \int_0^{2\pi} H_{II}^3(0, \varphi, \tau) d\tau$$



Фиг. 1

Можно показать, что из условий симметрии в распределении давления относительно прямой  $y=a$  ( $\eta=1$ ) и неразрывности течения смазки на стыке между I и II зонами при  $\eta=1$  следует:

$$(1.4)$$

$$\psi_{\infty I} = \psi_{\infty II}, \quad \frac{\partial \psi_{\infty I}}{\partial \eta} = \frac{\partial \psi_{\infty II}}{\partial \eta} = 0$$

Таким образом, граничные условия для I и II зон разделились, и ниже отыскивается решение только для I зоны подшипника.

Окончательно граничные условия для уравнения (1.2) запишутся

$$(1.5) \quad \psi_{\infty}^2(0, \varphi) = 1 + \frac{3}{2} H_1^2 + 2\varepsilon \cos(m\varphi) + \varepsilon^2 \cos^2(m\varphi), \quad \left( \frac{\partial \psi_{\infty}}{\partial \eta} \right)_{\eta=1} = 0$$

$$\psi_{\infty}(\varphi, \eta) = \psi_{\infty}(\varphi + 2\pi/m, \eta)$$

**2. Квазистационарный процесс.** Считая относительную глубину канавки  $\varepsilon$  малой и используя ее в качестве параметра разложения, представим функцию  $\psi_{\infty}$  в виде

$$(2.1) \quad \psi_{\infty} = \psi_0 + \varepsilon \psi_1 + \varepsilon^2 \psi_2 + O(\varepsilon^3), \quad \psi_0 = \sqrt{1 + 3/2 H_1^2}$$

$\psi_0$  соответствует решению при  $\varepsilon=0$  (т. е. колебанию гладких параллельных пластин [5]). Подставляя разложение (2.1) в уравнение (1.2) и собирая члены, содержащие одинаковые степени  $\varepsilon$ , получим следующие диф-

Дифференциальные уравнения:

$$(2.2) \quad \psi_0 \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \varphi^2} + \lambda^2 \psi_0 \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \eta^2} + \psi_0^2 m^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \theta) \cos \omega = \Lambda \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi}$$

$$(2.3) \quad \psi_0 \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial \varphi^2} + \lambda^2 \psi_0 \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial \eta^2} + 2m^2 \psi_0 \psi_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \theta) \cos \omega + \\ + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \psi_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} \right) + \lambda^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \psi_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial \eta} \right) + \psi_0 \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \cos \omega \frac{\partial \psi_2}{\partial \varphi} \right) + \\ + \lambda^2 \psi_0 \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \cos \omega \frac{\partial \psi_1}{\partial \eta} \right) + 2m \psi_0 \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} \sin \omega - \\ - 2m \lambda \operatorname{tg} \theta \psi_0 \frac{\partial \psi_1}{\partial \eta} \sin \omega = \Lambda \frac{\partial \psi_2}{\partial \varphi}, \quad \omega = m \left( \varphi - \frac{\operatorname{tg} \theta}{\lambda} \eta \right)$$

Вследствие условия периодичности функции  $\psi_1$  и  $\psi_2$  разложим в гармонический ряд. Можно показать, что после разложения функции  $\psi_1$  и  $\psi_2$  имеют вид

$$(2.4) \quad \psi_1 = f_1(\eta) \cos \omega + f(\eta) \sin \omega, \quad \psi_2 = f_3(\eta) \cos 2\omega + f_4(\eta) \sin 2\omega + f_5(\eta)$$

и все остальные члены разложения тождественно равны нулю. Средняя за период колебания реакция газового слоя равна

$$(2.5) \quad W = 2\pi R a p_a w, \quad w = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 (P_\infty - 1) d\eta$$

Здесь  $w$  — безразмерная реакция газового слоя. Относительное давление в газовом слое, разложенное по степеням  $\varepsilon$ , равно

$$(2.6) \quad P_\infty = \frac{\psi_\infty}{H} = \frac{\psi_0 + \varepsilon \psi_1 + \varepsilon^2 \psi_2 + 0(\varepsilon^3)}{1 + \varepsilon \cos \omega + H_1 \cos \tau} = \\ = \frac{1}{1 + H_1 \cos \tau} \left[ \psi_0 - \varepsilon \left( \psi_1 - \psi_0 \frac{\cos \omega}{1 + H_1 \cos \tau} \right) + \right. \\ \left. + \varepsilon^2 \left( \psi_2 + \psi_0 \frac{\cos^2 \omega}{(1 + H_1 \cos \tau)^2} - \psi_1 \frac{\cos \omega}{(1 + H_1 \cos \tau)} \right) + 0(\varepsilon^3) \right]$$

Подставляя (2.4), (2.6) в (2.5) и производя интегрирование, получим

$$(2.7) \quad w = \frac{\psi_0}{\sqrt{1 - H_1^2}} - 1 + \varepsilon^2 \left[ \frac{\psi_0 (2 + H_1^2)}{4(1 - H_1^2)^{3/2}} + \frac{1}{\sqrt{1 - H_1^2}} \int_0^1 f_5(\eta) d\eta - \right. \\ \left. - \frac{1}{2(1 - H_1)^{3/2}} \int_0^1 f_1(\eta) d\eta \right]$$

Итак, для определения несущей способности подшипника необходимо найти функции  $f_1(\eta)$  и  $f_2(\eta)$ .

Подставляя разложение (2.4) в уравнение (2.2), собирая члены при

$\sin \omega$  и  $\cos \omega$  и введя комплексную функцию  $u=f_1+if_2$ , получим уравнение

$$(2.8) \quad \begin{aligned} u_{\eta\eta}'' a_1 + u_{\eta}' a_2 + u a_3 + a_4 &= 0 \\ a_1 &= \lambda^2 \psi_0, \quad a_2 = i2\lambda m \psi_0 \operatorname{tg} \theta \\ a_3 &= -m^2 \psi_0 (1 + \operatorname{tg}^2 \theta) + i\lambda m, \quad a_4 = m^2 \psi_0^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \theta). \end{aligned}$$

Решение уравнения (2.8) имеет вид

$$(2.9) \quad \begin{aligned} f_1(\eta) &= e^{\alpha\eta} \{A \cos[(\gamma+\beta)\eta] + B \sin[(\gamma+\beta)\eta]\} + \\ &+ e^{-\alpha\eta} \{E \cos[(\gamma-\beta)\eta] - F \sin[(\gamma-\beta)\eta]\} + a_5 \\ f_2(\eta) &= e^{\alpha\eta} \{-A \sin[(\gamma+\beta)\eta] + B \cos[(\gamma+\beta)\eta]\} + \\ &+ e^{-\alpha\eta} \{E \sin[(\gamma-\beta)\eta] + F \cos[(\gamma-\beta)\eta]\} + a_6 \end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{1}{\lambda\sqrt{2}} \left[ m \left( \sqrt{m^2 + \frac{\Lambda^2}{\psi_0^2}} + m \right) \right]^{1/2}, \quad \gamma = \frac{1}{\lambda\sqrt{2}} \left[ m \left( \sqrt{m^2 + \frac{\Lambda^2}{\psi_0^2}} - m \right) \right]^{1/2}$$

$$\beta = \frac{m \operatorname{tg} \theta}{\lambda}$$

$$a_5 = \frac{[m\psi_0(1+\operatorname{tg}^2\theta)]^2\psi_0}{\Lambda^2 + [m\psi_0(1+\operatorname{tg}^2\theta)]^2}, \quad a_6 = \frac{\Lambda m \psi_0^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \theta)}{\Lambda^2 + [m\psi_0(1 + \operatorname{tg}^2 \theta)]^2}$$

где  $A, B, E, F$  — постоянные интегрирования, которые с учетом условий (1.6) запишутся

$$A = \frac{a_7 + a_9}{2}, \quad B = \frac{a_8 + a_{10}}{2}, \quad E = \frac{a_7 - a_9}{2}, \quad F = \frac{a_8 - a_{10}}{2}$$

$$a_7 = \frac{1}{\psi_0} - a_5, \quad a_8 = -a_6$$

$$a_9 = \frac{a_7 [(\alpha^2 + \gamma^2 + \beta^2) \operatorname{sh} 2\alpha + 2\gamma\beta \operatorname{ch} 2\alpha] + a_8 [(\alpha^2 + \gamma^2 - \beta^2) \sin 2\gamma + 2\alpha\beta \cos 2\gamma]}{2[(\alpha^2 + \gamma^2) (\operatorname{ch}^2 \alpha + \cos^2 \gamma) + \beta^2 (\operatorname{sh}^2 \alpha + \sin^2 \gamma) + \gamma\beta \operatorname{sh} 2\alpha - \alpha\beta \sin 2\gamma]}$$

$$a_{10} = \frac{a_7 [(\alpha^2 + \gamma^2 - \beta^2) \sin 2\gamma + 2\alpha\beta \cos 2\gamma] - a_8 [(\alpha^2 + \gamma^2 + \beta^2) \operatorname{sh} 2\alpha + 2\gamma\beta \operatorname{ch} 2\alpha]}{2[(\alpha^2 + \gamma^2) (\operatorname{ch}^2 \alpha + \cos^2 \gamma) + \beta^2 (\operatorname{sh}^2 \alpha + \sin^2 \gamma) + \gamma\beta \operatorname{sh} 2\alpha - \alpha\beta \sin 2\gamma]}$$

Функцию  $f_5(\eta)$  найдем из условия равенства нулю интегрального расхода смазки в направлении координаты  $\eta$ , которое имеет место для данной схемы опоры

$$\int_0^{2\pi} \left( \frac{H}{2} \frac{\partial \psi_{\infty}^2}{\partial \eta} - \psi_{\infty}^2 \frac{\partial H}{\partial \eta} \right) d\varphi = 0$$

Подставляя в это выражение значения входящих в него функций (1.1), (2.1), (2.4), производя интегрирование с учетом условий (1.6) и прене-

брегая членами порядка  $\varepsilon^3$  и выше, найдем

$$(2.10) \quad f_5(\eta) = \frac{3}{2} \frac{m}{\lambda} \operatorname{tg} \theta \int_0^{\eta} f_2(\eta) d\eta - \frac{1}{4\psi_0} [f_1^2(\eta) + f_2^2(\eta)] - \\ - \frac{1}{2} f_1(\eta) + \frac{3}{4} \frac{1}{\psi_0}$$

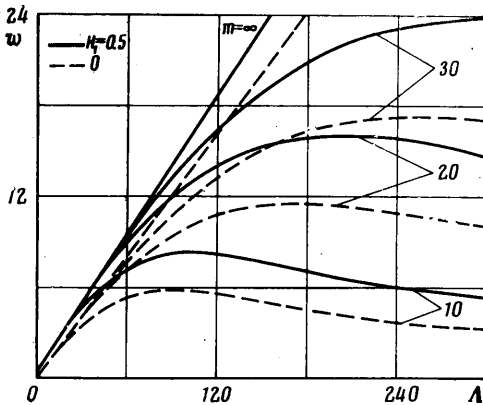
Подставляя в (2.7) функции  $f_1(\eta)$  и  $f_2(\eta)$ , производя интегрирование и выполняя преобразования, получим аналитическое выражение безразмерной реакции опоры

$$(2.11) \quad w = \frac{\psi_0}{\sqrt{1-H_1^2}} - 1 + \varepsilon^2 \left\{ \frac{\psi_0(2+H_1^2)}{4(1-H_1^2)^{3/2}} + \frac{3}{4\psi_0\sqrt{1-H_1^2}} + \right. \\ + \frac{3m \operatorname{tg} \theta}{2\lambda\sqrt{1-H_1^2}} \left[ \frac{1}{C_{22}^2} (A[C_5(2C_{19}-C_{14})+C_3C_{18}]+B[C_5(C_{15}+eC_{18})- \right. \\ - C_3C_{19}]+C_1[B(C_3^2-C_5^2)-2AC_3C_5]) + \frac{1}{C_{23}^2} (C_1\{E[C_5(C_{16}+2C_{21})- \\ - C_4C_{20}]+F[C_5(C_{17}-2C_{20})-C_4C_{21}]\} + F(C_4^2-C_5^2)-2EC_4C_5) - \\ - \frac{C_1}{C_{22}} (AC_3+BC_5) + \frac{1}{C_{23}} (EC_4+FC_5) + \frac{a_6}{2} \left. \right] - \\ - \frac{1}{4\psi_0\sqrt{1-H_1^2}} \left( \frac{1-C_2}{2C_5} (A^2+B^2+E^2+F^2) + a_5^2 + a_6^2 + \right. \\ + \frac{2}{C_{22}} \{ (Aa_5+Ba_6)(C_{15}+C_{18}) + (Ba_5-Aa_6)(C_{14}-C_{19}) + \\ + C_1[(Ba_5-Aa_6)C_3 - (Aa_5+Ba_6)C_5] \} + \frac{2}{C_{23}} \{ C_1[(Ea_5+Fa_6)(C_{20}-C_{17}) + \\ + (Fa_5-Ea_6)(C_{16}+C_{21})] + (Ea_5+Fa_6)C_5 - (Fa_5-Ea_6)C_4 \} + \\ + \frac{C_1}{\gamma} [(AE+BF) \sin 2\gamma + (AF-BF) \cos 2\gamma + BE - AF] \left. \right) - \\ - \frac{2-H_1^2}{2(1-H_1^2)^{3/2}} \left( \frac{1}{C_{22}} \{ [A(C_{15}+C_{18})+B(C_{14}-C_{19})+C_1(BC_3-AC_7)] \} + \right. \\ + \left. \frac{1}{C_{23}} \{ EC_5 - FC_4 + C_1[E(C_{20}-C_{17})+F(C_{16}+C_{21})] \} + a_5 \right) \left. \right\} \\ C_1 = \exp(-\alpha), \quad C_2 = C_1^2, \quad C_3 = \gamma + \beta, \quad C_4 = \gamma - \beta, \quad C_5 = \alpha \\ C_6 = \sin C_3, \quad C_7 = \sin(2C_3), \quad C_8 = \cos C_3, \quad C_9 = \cos(2C_3) \\ C_{10} = \sin C_4, \quad C_{11} = \sin(2C_4), \quad C_{12} = \cos C_4, \quad C_{13} = \cos(2C_4) \\ C_{14} = C_5C_6, \quad C_{15} = C_5C_8, \quad C_{16} = C_5C_{10}, \quad C_{17} = C_{15}C_{12} \\ C_{18} = C_3C_6, \quad C_{19} = C_3C_8, \quad C_{20} = C_4C_{10}, \quad C_{21} = C_4C_{12} \\ C_{22} = C_3^2 + C_5^2, \quad C_{23} = C_4^2 + C_5^2$$

Выражение (2.11) включает в себя два предельных случая

$$(2.12) \quad w_{\infty} = \frac{\psi_0}{\sqrt{1-H_1^2}} - 1 + \varepsilon^2 \left\{ \frac{\psi_0(2+H_1^2)}{4(1-H_1^2)^{3/2}} + \frac{3}{4} \frac{1}{\psi_0 \sqrt{1-H_1^2}} \right\} \quad (\Lambda \rightarrow \infty)$$

Формула (2.13) описывает начальный линейный участок функции  $w(\Lambda)$ , когда  $\Lambda$  мало (пренебрегается  $\Lambda^2$ )



Фиг. 2

$$(2.13) \quad w_0 = \frac{\psi_0}{\sqrt{1-H_1^2}} - 1 + \varepsilon^2 \frac{3}{8} \left\{ \frac{H_1^2(9H_1^2-3H_1^4+1)}{(1-H_1^2)^{3/2}\psi_0} + \Lambda \frac{\sin(2\theta)}{\lambda \sqrt{1-H_1^2}} \right\}$$

Этот же результат имеет место при любом конечном  $\Lambda$  и  $m \rightarrow \infty$ .

На фиг. 2 приведены графики  $w(\Lambda)$  при  $\theta=70^\circ$ ,  $\varepsilon=0.3$ ,  $H_1=0$  и  $0.5$  и при различных  $m$ .

Видно, что наличие высокочастотных колебаний существенно увеличивает реакцию опоры, причем прибавка, получаемая за счет колебаний, изменяется в соответствии с кривой  $w(\Lambda)$  при  $H_1=0$ . Это можно объяснить тем, что изменение реакции опоры при  $H_1=0$  соответствует изменению среднего давления в слое газа, вследствие чего увеличивается или уменьшается эффект от высокочастотного сдавливания смазочного слоя.

Видно, что наличие высокочастотных колебаний существенно увеличивает реакцию опоры, причем прибавка, получаемая за счет колебаний, изменяется в соответствии с кривой  $w(\Lambda)$  при  $H_1=0$ . Это можно объяснить тем, что изменение реакции опоры при  $H_1=0$  соответствует изменению среднего давления в слое газа, вследствие чего увеличивается или уменьшается эффект от высокочастотного сдавливания смазочного слоя.

**3. Квазистационарный процесс с допущениями теории узких канавок.** В настоящее время при расчете газодинамических опор со спиральными канавками обычно используется теория узких канавок, позволяющая исследовать опоры с более глубокими канавками, чем в случае, рассмотренном выше.

Рассмотрим опору с прямоугольным профилем канавок (фиг. 3), который является оптимальным в подшипниках со спиральными канавками [8]. Нестационарное уравнение для распределения давления в смазочном слое этой опоры в безразмерном виде записывается [2, 7]

$$(3.1) \quad \lambda^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ e \langle P \rangle \frac{\partial \langle P \rangle}{\partial \eta} - \frac{1}{\lambda} f \langle P \rangle \right] = \Lambda_v \frac{\partial}{\partial \tau} [\langle P \rangle (H_- + \alpha \varepsilon_1)]$$

$$e = \frac{(H_+ H_-)^3 + \alpha(1-\alpha)(H_+^3 - H_-^3) \cos^2 \theta}{\alpha H_-^3 + (1-\alpha) H_+^3}$$

$$f = \Lambda_1 \varepsilon_1 \frac{\alpha(1-\alpha)}{2} \frac{H_+^3 - H_-^3}{\alpha H_-^3 + (1-\alpha) H_+^3} \sin(2\theta)$$

$$\langle P \rangle = \frac{\langle p \rangle}{p_a}, \quad H_- = \frac{h_-}{\langle h \rangle} = 1 + H_{11} \cos \theta$$

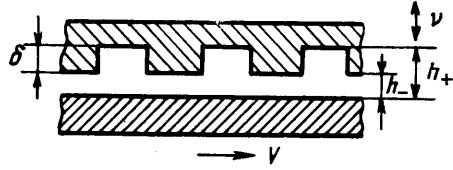
$$H_+ = \frac{h_+}{\langle h \rangle} = H_- + \varepsilon_1, \quad H_{11} = \frac{h_1}{\langle h \rangle}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\delta}{\langle h \rangle}, \quad \Lambda_v = \frac{12\mu\nu R^2}{p_a \langle h \rangle^2}, \quad \Lambda_1 = \frac{6\mu VR}{p_a \langle h \rangle^2}$$

Здесь  $\langle h \rangle$  — средняя величина зазора в зоне выступов,  $h_-$  — зазор в области выступов,  $h_+$  — зазор в области канавок,  $\alpha$  — относительная ширина канавки,  $\langle p \rangle$  — осредненное по ширине пары канавка — выступ давление.

Вследствие периодичности по  $\tau$  функции  $H_-$  и  $H_+$  относительное давление  $\langle P \rangle$  также периодически по  $\tau$  с периодом  $2\pi$ . Интегрируя уравнение (3.1) по  $\tau$  в пределах от 0 до  $2\pi$ , по координате  $\eta$ , а также введя функцию  $\langle \psi \rangle = \langle P \rangle (H_- + \alpha \varepsilon_1)$ , получим

$$(3.2) \quad \int_0^{2\pi} \left[ \frac{e}{(H_- + \alpha \varepsilon_1)^2} \langle \psi \rangle \frac{\partial \langle \psi \rangle}{\partial \eta} - \frac{f}{(H_- + \alpha \varepsilon_1)} \langle \psi \rangle \right] d\tau = q$$



Фиг. 3

где  $q$  — безразмерный массовый расход смазки в направлении координаты  $\eta$  за период безразмерного времени  $\tau$ , равный  $2\pi$ . Для рассматриваемой схемы опоры  $q=0$ .

При  $\Lambda \rightarrow \infty$  уравнение (3.1) вырождается в

$$\frac{\partial}{\partial \tau} [\langle P \rangle_\infty (H_- + \alpha \varepsilon_1)] = \frac{\partial \langle \psi \rangle_\infty}{\partial \tau} = 0, \quad \langle \psi \rangle_\infty = \langle \psi \rangle_\infty(\eta)$$

и уравнение (3.2) запишется так:

$$\frac{\partial \langle \psi \rangle_\infty}{\partial \eta} \int_0^{2\pi} \frac{e}{(H_- + \alpha \varepsilon_1)^2} d\tau - \frac{1}{\lambda} \int_0^{2\pi} \frac{f}{H_- + \alpha \varepsilon_1} d\tau = 0$$

откуда

$$(3.3) \quad \langle \psi \rangle_\infty = \frac{1}{\lambda} \int_0^{2\pi} \frac{f}{H_- + \alpha \varepsilon_1} d\tau \left( \int_0^{2\pi} \frac{e}{(H_- + \alpha \varepsilon_1)^2} d\tau \right)^{-1} \eta + C$$

Известно [3], что ширина пограничной области между входом ( $\eta=0$ ) в смазочный слой опоры с колеблющейся с большой частотой поверхностью и внутренней зоной подшипника с давлением, близким к асимптотическому ( $\Lambda \rightarrow \infty$ )  $\Delta \sim 1/\sqrt{\Lambda}$ ,

| $\varepsilon_1$ |        | 0.857  |        |        | 2.0    |        |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $H_{11}$        | 0 \    | 0.5    | 0.7    | 0      | 0.5    | 0.7    |
| $K_1$           | 0      | 0.2000 | 0.4061 | 0      | 0.1071 | 0.2060 |
| $K_2$           | 0.3286 | 0.3910 | 0.4654 | 1.1224 | 1.1500 | 1.1804 |

и является малой величиной. Интегрируя расход  $q$  в направлении  $\eta$  (3.2) по координате  $\eta$  в пределах от 0 до  $\Delta$  и пренебрегая членами порядка  $\Delta$ , получим

$$\int_0^{2\pi} e [\langle P \rangle(\Delta)]^2 d\tau = \int_0^{2\pi} e [\langle P \rangle(0)]^2 d\tau$$

Здесь  $\langle P \rangle(\Delta)$  соответствует асимптотическому давлению при  $\eta=\Delta$ ,  $\langle P \rangle(0)$  ( $\Delta$ ) — давлению на входе в смазочный слой при  $\eta=0$ .

Введя функцию  $\langle \psi \rangle_\infty$ , запишем

$$[\langle \psi \rangle_\infty(\Delta)]^2 \int_0^{2\pi} \frac{e}{(H_- + \alpha \varepsilon_1)^2} d\tau = \int_0^{2\pi} e d\tau$$

откуда, пренебрегая пограничной областью, получим граничное условие

$$(3.4) \quad \langle \psi \rangle_{\infty} (0) = \left[ \int_0^{2\pi} e \, d\tau \left( \int_0^{2\pi} \frac{e}{(H_- + \alpha \varepsilon_1)^2} \, d\tau \right)^{-1} \right]^{1/2}$$

Определив с использованием этого условия постоянную интегрирования  $C$  в решении (3.3), получим

$$(3.5) \quad \langle \psi_{\infty} \rangle = b\eta + C$$

$$b = \frac{1}{\lambda} \int_0^{2\pi} \frac{f}{H_- + \alpha \varepsilon_1} \, d\tau \left( \int_0^{2\pi} \frac{e}{(H_- + \alpha \varepsilon_1)^2} \, d\tau \right)^{-1}$$

$$C = \left[ \int_0^{2\pi} e \, d\tau \left( \int_0^{2\pi} \frac{e}{(H_- + \alpha \varepsilon_1)^2} \, d\tau \right)^{-1} \right]^{1/2}$$

Средняя за период колебания реакция газового слоя равна

$$(3.6) \quad W = 2\pi R a p a w$$

$$w = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} d\tau \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 \langle (P)_{\infty} - 1 \rangle d\eta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\tau \int_0^1 \left[ \frac{\langle \psi \rangle_{\infty}}{H_- + \alpha \varepsilon_1} - 1 \right] d\eta =$$

$$= \left( \frac{b}{2} + C \right) \frac{1}{\sqrt{(1 + \alpha \varepsilon_1)^2 - H_{11}^2}} - 1$$

Зависимость  $w(\Lambda)$  (где  $\Lambda = \Lambda_1 / (1 + 0.5\varepsilon_1)^2$ ) является линейной  $w(\Lambda) = K_1 + \Lambda K_2$ .

Для примера в таблице приведены значения коэффициентов  $K_1$  и  $K_2$  при  $\lambda = 1/2\pi$ ,  $\theta = 70^\circ$ ,  $\alpha = 0.5$  и различных  $\varepsilon_1$  и  $H_{11}$ .

Поступила 17 II 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Pan C. H. T. On asymptotic analysis of Gaseous squeeze-film bearings. Trans. ASME, Ser. F, J. Lubricat. Technol., 1967, vol. 89, No. 3.
2. Wildmann M. Grooved-plate, gas-lubricated thrust bearings, with special reference to the spiral groove bearing. Paper Amer. Soc. Mech. Engrs 1964 NLub-25 presented at the ASME-ASLE Internat. Lubrication Conf. October B-16, 1964, Washington.
3. Рабинович Е. Б., Снопов А. И. Вибрирование пластины под слоем вязкого теплопроводного газа. Машиноведение, 1970, № 3.
4. Wildmann M. On the behavior of grooved plate thrust bearings with compressible lubricat. Trans. ASME, Ser. F, J. Lubrication Technol., 1968, vol. 90, No. 4 (Рус. перев.: О поведении плоских упорных подшипников с канавками, работающих на сжимаемой смазке. Проблемы трения и смазки, 1968, № 4.)
5. Биушкин В. А., Дадаев С. Г., Загьялов Г. А. Неустановившееся течение вязкого газа между двумя твердыми стенками, одна из которых свободна и колеблется с большой частотой. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 2.
6. Емельянов А. В., Емельянова Л. С. Оптимальные параметры и сравнительные характеристики упорных газовых подшипников со спиральными канавками различного поперечного профиля. В сб. «Газовая смазка подшипников». М., 1968.
7. Vohr J. H., Chow S. Y. Characteristics of the Herringbone-Grooved, gas-lubricated journal bearings, Trans ASME, Ser. D, J. Basic Enging, 1965, vol. 87, No. 3 (Рус. перев.: Характеристики газовых радиальных подшипников с шевронными канавками. Тр. Америк. о-ва инж.-механ. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов, 1967, № 4.)