

$$(7) \quad I_m^i = \int_0^{\infty} (V_z + p_i V_z^3) \varphi_m \exp(-V_z^2) dV_z$$

$$\varphi_m = \frac{\beta_m}{1 + \beta_m} \left[\cos \frac{1}{V_z} \left(\frac{\xi_1^2 m^2}{4\eta\beta_m} + m\xi_0 \right) + \cos \frac{1}{V_z} \left(\frac{\xi_1^2 m^2}{4\eta\beta_m} - m\xi_0 \right) \right]$$

$$\beta_m = \frac{1}{4\eta} \frac{m^2 \xi_1^2}{\sqrt{\eta^2 + 1/2} \xi_1^2 m_2}, \quad \eta = \frac{\omega}{\Omega}, \quad -l_2 \leq m \leq l_2$$

где n_0 — число молекул в единице объема, μ — параметр, характеризующий отклонение закона испарения молекул со стенки от изотропного. Из (5)–(7) видно, что $\Delta q_{\perp} = 0$ и $\Delta q_{\parallel} = 0$ при $\xi_1 \rightarrow 0$.

Зависимость величины J_1 от параметра $\xi_0 \sim H_0 L$ для азота представлена на фигуре. В условиях, типичных для измерений теплопередачи, $p = 5 \cdot 10^{-3}$ мм рт. ст и $L = 0.2$ см (число $K_n = 11$ [5], при $H_1 = 15$ э и $f = 60$ кГц значения ξ_1 и η для азота равны 0.86 и 1.69, соответственно ($\gamma_1 = 1.86 \cdot 10^5$ сек $^{-1}$, $\Omega = 2.16 \cdot 10^5$ сек $^{-1}$, $\omega = 2\pi f = 3.66 \cdot 10^5$ сек $^{-1}$). Из фигуры видно, что в зависимости $J_1(\xi_0)$, построенной для модели взаимодействия молекулы со стенкой, которая описывается тензором поляризации $Y_{2m_2}(\mathbf{M})$ и тензором первого ранга по направлению вектора $\mathbf{V}(Y_{1m_1}(\mathbf{V}))$ (модель (122)), имеют место два максимума при $\xi_{01} = 4$ и $\xi_{02} = 8$, т. е. число максимумов в этой зависимости определяется рангом тензора $Y_{2m_2}(\mathbf{M})$.

Вычисления показали, что для модели $(l_1 l_2 l_3)$ при $l_1 < l_2$ число максимумов в зависимости $\Delta q_{\parallel}(\xi_0)$ определяется рангом тензора $Y_{12m_2}(\mathbf{M})$ и при $l_1 \geq l_2$ — рангом тензора $Y_{1l_1 m_1}(\mathbf{V})$. В случае модели $(0ll)$ при $h \perp k$ четным (нечетным) значениям l соответствует четное (нечетное) число максимумов в зависимости $\Delta q_{\perp}(\xi_0)$, а при $h \parallel k$ для таких моделей $\Delta q_{\parallel}(\xi_0) = 0$ (см. (6), (7)). Из вышесказанного следует, что для изучения коэффициента аккомодации молекул, взаимодействующих с поверхностью твердого тела, необходимо исследовать зависимости $\Delta q_{\perp}(H_0)$ и $\Delta q_{\parallel}(H_0)$ — число максимумов в зависимости $\Delta q_{\perp}(H_0)$ позволяет определить ранг тензора $Y_{12m_2}(\mathbf{M})$, а кратность гармоник в зависимости $\Delta q_{\parallel}(H_0)$ — ранг тензора $Y_{1l_1 m_1}(\mathbf{V})$.

Поступила 3 VI 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Конюхов В. К., Прохоров А. М. О возможности создания адсорбционно-газодинамического квантового генератора. Письма в ЖЭТФ, 1971, т. 13, № 4.
2. Борман В. Д., Максимов Л. А., Николаев Б. И., Троян В. И. О влиянии внешнего поля на явления переноса в кнудсеновском молекулярном газе. Докл. АН СССР, 1972, т. 207, № 5.
3. Борман В. Д., Лазько В. С., Николаев Б. И. Эффект периодического изменения теплопередачи в кнудсеновском молекулярном газе в магнитном поле. ЖЭТФ, 1972, т. 63, № 3.
4. Борман В. Д., Максимов Л. А., Николаев Б. И., Троян В. И. О кинетических явлениях в кнудсеновском газе с вращательными степенями свободы. ЖЭТФ, 1973, т. 64, № 2.
5. Борман В. Д., Лазько В. С., Николаев Б. И. Исследование влияния магнитного поля на тепловой поток в разреженных молекулярных газах. ЖЭТФ, 1974, т. 66, № 4.

УДК 534.26

ДИФРАКЦИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ НА КОНУСЕ

В. Б. ПОРУЧИКОВ

(Москва)

Точное аналитическое решение задачи о дифракции плоской акустической волны на конусе произвольного угла раствора получено и исследовано в [1]. В случае дифракции сферической волны на конусе была известна формула из [2], связывающая решения задач дифракции сферической и плоской волн.

В данной работе с помощью результатов [1, 2] приводится и исследуется точное аналитическое решение задачи о дифракции сферической акустической волны на конусе произвольного угла раствора. Даются результаты численных расчетов, которые сравниваются с аналогичными для случая плоской волны.

1. Пусть сферическая акустическая волна давления $P_0 = (4\pi R)^{-1} f(at+r_0-R)$ ($f(x) \equiv 0$ при $x < 0$) набегает на жесткий бесконечный круговой конус с углом раствора $2\theta_0$ ($0 < 2\theta_0 < \pi$). Здесь r, θ – сферические координаты с центром системы в вершине конуса (фиг. 1), t – время, a – скорость звука, r_0 – расстояние от вершины конуса до источника сферической волны, расположенного на оси конуса в точке E и начинающего действовать в момент $t = -r_0/a$, $R = (r_0^2 + r^2 + 2rr_0 \cos \theta)^{1/2}$.

В момент $t=0$, когда фронт падающей волны достигает вершины конуса, начинается процесс дифракции. Рассматриваемая задача осесимметрична, и давление P в акустической среде удовлетворяет волновому уравнению со следующими граничными и начальными условиями:

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) = r^2 \frac{\partial^2 P}{\partial \tau^2}$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \quad (\theta = \theta_0), \quad P = P_0 \quad (\tau < 0)$$

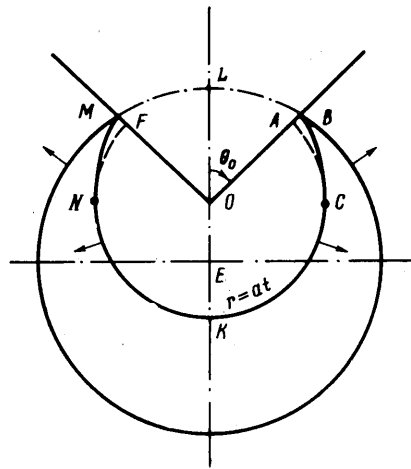
(В (1.1), (1.2) и всюду в дальнейшем обозначено: $\tau = at$.) Кроме того, для единственности решения задачи потребуем, чтобы в окрестности вершины конуса величина $\partial P / \partial r$ была интегрируема по r .

Для получения решения поставленной задачи нет необходимости непосредственно решать систему (1.1), (1.2), а гораздо проще для этой цели использовать точное аналитическое решение задачи дифракции плоской акустической волны на конусе [1] и формулу, связывающую решения задач дифракции плоской и сферических волн на конусе [2]. Тогда если известно решение $v(\tau, r, \theta)$ задачи о дифракции на конусе плоской волны $v_0(\tau, r, \theta) = \delta(\tau - r \cos \theta) / (4\pi r_0)$, то решение $V(\tau, r, \theta)$ задачи о дифракции на том же конусе сферической волны $V_0(\tau, r, \theta) = \delta(\tau + r_0 - R) / (4\pi R)$ имеет вид

$$(1.3) \quad V(\tau, r, \theta) = v \left(\tau + \frac{\tau^2 - r^2}{2r_0}, r, \theta \right)$$

(при $\tau < 0$ имеем $v = v_0$, $V = V_0$). Здесь $\delta(x)$ – δ -функция Дирака.

Поскольку равенство (1.3) сохраняется и для возмущений v' и V' падающих волн ($v = v_0 + v'$, $V = V_0 + V'$), то отсюда и из исследования [1] сразу получаем картину возмущенной области (границы которой не зависят от вида функции $f(x)$) при дифракции на конусе сферической акустической волны $P_0 = f(\tau + r_0 - R) / (4\pi R)$. Вне области меридионального сечения $BCKNMOB$, ограниченной поверхностью конуса MOB , дугой окружности CKN радиуса $r = \tau$ и дугами BC и NM , касательными к окружности $r = \tau$ в точках C и N , возмущений нет: $P = P_0$. Дуга BC (NM) является фронтом отраженной волны (BC – симметричное отображение дуги LB относительно прямой BO) и описывается уравнением $2r_0\tau + \tau^2 - r^2 = 2r_0r \cos(2\theta_0 - \theta)$, из которого следует, что угловая координата точки C равна $2\theta_0$. В область ABC возмущения от вершины не доходят, так как их границей будет дуга AC . Поскольку решение $u(\tau, r, \theta)$ известно из [1] (как производная по τ от решения v задачи дифракции ступенчатой волны $u_0 = \eta(\tau - r \cos \theta)$, где $\eta(x)$ – единичная функция Хэвисайда), а решение P для случая падения сферической волны P_0 получается из решения V с помощью свертки, то в результате для P с помощью (1.3) получаем следующее выражение:

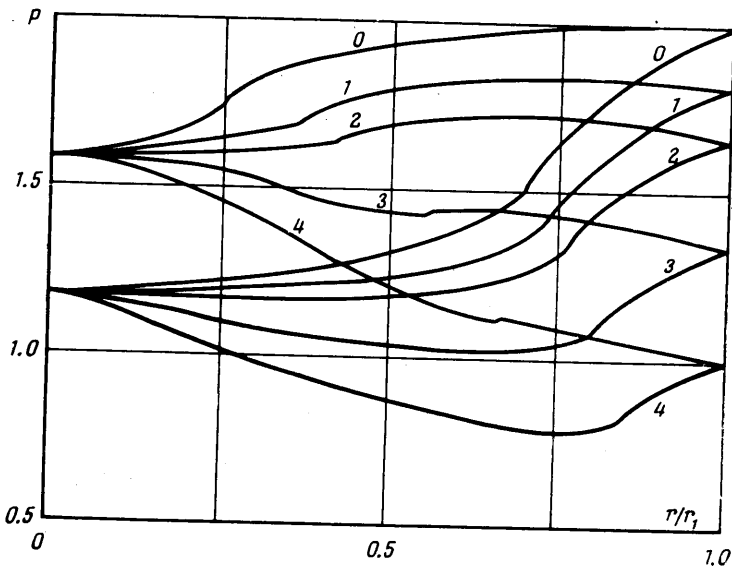


Фиг. 1

$$(1.4) \quad P = \int_{-\infty}^{\tau} f(\tau - \xi) v \left(\xi + \frac{\xi^2 - r^2}{2r_0}, r, \theta \right) d\xi =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{4\pi r_0} \int_{-\infty}^{\tau} f(\tau-\xi) \frac{\partial}{\partial \xi} u \left(\xi + \frac{\xi^2-r^2}{2r_0}, r, \theta \right) \frac{r_0}{r_0+\xi} d\xi = \\
 &= \frac{f(0)}{4\pi(r_0+\tau)} u \left(\tau + \frac{\tau^2-r^2}{2r_0}, r, \theta \right) - \\
 &\quad - \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\tau} u \left(\xi + \frac{\xi^2-r^2}{2r_0}, r, \theta \right) \frac{d}{d\xi} \left[\frac{f(\tau-\xi)}{r_0+\xi} \right] d\xi
 \end{aligned}$$

Здесь $f(0) = \lim_{\tau \rightarrow 0} f(\tau)$, причем нижний предел в (1.4) оказывается конечным, так как $v[\tau + (\tau^2 - r^2)/(2r_0), r, \theta] \equiv 0$ при $\tau + (\tau^2 - r^2)/(2r_0) < r \cos \theta$, т. е. пока падающая волна не достигает точки наблюдения (r, θ) . Учитывая этот факт и принимая во внима-



Фиг. 2

ние, что $u(\tau, r, \theta)$ — однородная функция нулевого измерения относительно переменных τ, r , явное выражение которой дается формулами (3.2) из [1] при $v=0$ (пусть $u(\tau, r, \theta) \equiv u(\tau/r, \theta)$), и вводя замену переменной $y = \xi/r + (\xi^2 - r^2)/(2r_0r)$, окончательно приводим (1.4) к виду

$$(1.5) \quad P(\tau, r, \theta) = \frac{f(0)u(\alpha, \theta)}{4\pi(r_0+\tau)} - \frac{1}{4\pi} \int_{\cos \theta}^{\alpha} u(y, \theta) \frac{d}{dy} \left[\frac{f(\tau+r_0-\sqrt{r^2+r_0^2+2r_0ry})}{\sqrt{r^2+r_0^2+2r_0ry}} \right] dy$$

где $\alpha = \tau/r + (\tau^2 - r^2)/(2r_0r)$. При $\tau < 0$ формула (1.5) дает $P \equiv P_0$ (так как тогда $\alpha < 0$ и $u \equiv u_0$).

Из (1.5) и результатов исследования для u из [1] получаем при $r \rightarrow 0$

$$(1.6) \quad P(\tau, 0, \theta) = \frac{f(\tau)}{4\pi r_0 \cos^2(\theta_0/2)}, \quad \frac{\partial P}{\partial r} = O(r^{\mu_0-1})$$

где $\mu_0 > 1$ (μ_0 — наименьший положительный нуль присоединенной функции Лежандра первого рода $P_{\mu}^{-1}(-\cos \theta_0)$). Из оценки (1.6) для $\partial P/\partial r$ видно, что решение (1.5) удовлетворяет условию единственности.

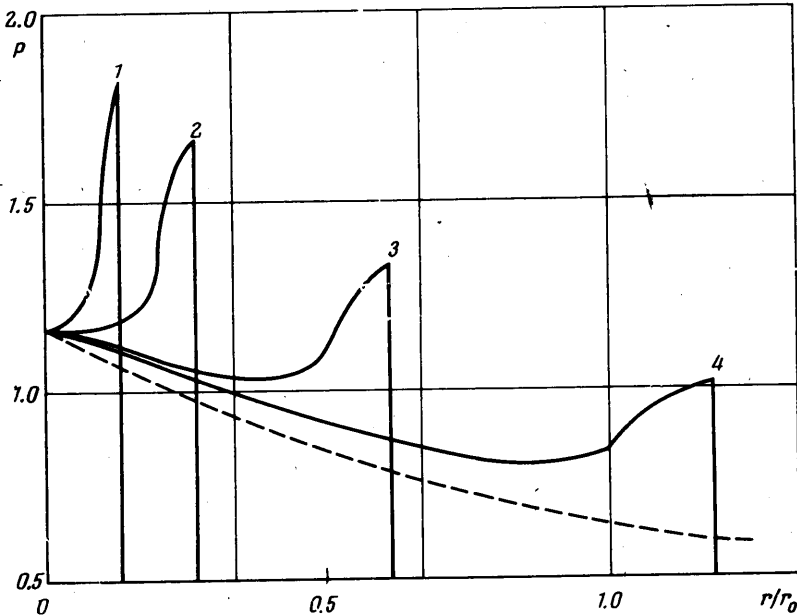
2. Исследуем частный случай дифракции, когда $f(x) = \eta(x)$. В этом случае с помощью формулы (1.5) и исследования [1] для u получаем следующие результаты. Функция P терпит разрыв на фронтах отраженных волн BC и MN и величина скач-

ка $[P]$ равна

$$[P] = P_+ - P_- = \frac{1}{4\pi(r_0 + \tau)} \left[\frac{\sin(2\theta_0 - \theta)}{\sin \theta} \right]^{1/2}$$

где знаки плюс и минус относятся соответственно к областям позади и впереди фронта отраженной волны. На окружности $r = \tau$ терпит разрыв нормальная производная $\partial P / \partial r$, причем при подходе к дуге $AC(NF)$ как слева, так и справа функция $\partial P / \partial r$ имеет особенность логарифмического типа, а при переходе через дугу CKN эта функция терпит разрыв первого рода.

Если $\theta_0 \rightarrow \pi/2$, то из (1.5) (поскольку $u(y, \theta) \rightarrow 2$ в области возмущенного движения) получаем известное решение для случая отражения сферической волны от



Фиг. 3

плоской стенки. Если θ_0 мал (тонкое тело) то получаем результат, который можно найти, используя метод запаздывающего потенциала.

В заключение на фиг. 2 и 3 приведены результаты численных расчетов по формуле (1.5) для давления P на конусе (с использованием расчетов для функции u из [1]) в случае, когда $f(x) = 4\pi r_0 \eta(x)$.

На фиг. 2 даны кривые распределения давлений P как функций r/r_1 (r_1 — координата точки B) вдоль образующей конуса OB для углов полураствора $5\pi/12$ и $\pi/4$. Кривые $P = P(r/r_1)$ для случая $\theta_0 = 5\pi/12$ выходят из точки $r/r_1 = 0, P = 1.59$, а для случая $\theta_0 = \pi/4$ — из точки $r/r_1 = 0, P = 1.17$. Цифрами 1–4 в каждом случае обозначены кривые, полученные соответственно для значений параметра $\tau/r_0 = 0.1, 0.2, 0.5, 1$. Цифрой 0 в обоих случаях обозначены соответствующие автомодельные решения задачи дифракции плоской ступенчатой волны, взятые из [1]. Из полученных результатов видно, что с течением времени растет влияние сферичности фронта набегающей волны и при $\tau/r_0 = 1$ (кривые 4) давление на фронте сферической волны в два раза меньше давления на фронте плоской волны.

На фиг. 3 приведены распределения давлений P на конусе с углом полураствора $\theta_0 = \pi/4$ в зависимости от величины r/r_0 (цифры 1–4 соответствуют прежним обозначениям). Штрихом нанесена кривая предельного распределения давления ($\tau = \infty$), для которой асимптотой при $r/r_0 \rightarrow \infty$ является прямая $P = 0$. Из этого графика можно судить о характере установления распределения давления на конусе при воздействии сферической волны $P_0 = r_0 \eta(\tau + r_0 - R) / R$.

Автор признателен С. В. Кочуре за выполненные численные расчеты.

Поступила 7 IV 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Поручиков В. Б. Решение задачи о дифракции акустической волны на конусе. ПММ, 1968, т. 32, вып. 2.
2. Филиппов А. Ф. Дифракция произвольной акустической волны на клине. ПММ, 1964, т. 28, вып. 2.

УДК 539.196

ДЕЗАКТИВАЦИЯ КОЛЕБАНИЙ МОЛЕКУЛ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА В ОХЛАЖДАЮЩЕМСЯ ПОТОКЕ

А. Б. БРИТАН, С. А. ЛОСЕВ, В. Н. МАКАРОВ, В. А. ПАВЛОВ,
О. П. ШАТАЛОВ

(Москва)

В настоящее время можно считать установленным, что по крайней мере для двухатомных молекул время колебательной дезактивации τ_g при охлаждении газа практически совпадает с временем колебательного возбуждения τ_b при нагреве газа [1, 2]. Решение этого вопроса для трехатомных молекул, в частности для молекул углекислого газа, представляет значительный интерес.

В данной работе исследована дезактивация колебаний молекулы CO_2 при охлаждении в плоском 30-градусном сопле, установленном в торце ударной трубы; газ предварительно нагревался в ударной волне. Работа велась на ударной трубе с внутренним диаметром 500 мм, исследовалось поглощение в сопле излучения 10.6 мкм, генерируемого электроразрядным лазером на CO_2 . Высота критического сечения сопла 0.35 или 1.8 мм, и измерение поглощения проводилось на расстоянии 56 мм от критического сечения. Начальное давление газа перед входом в сопло от 3 до 10.5 атм и температура от 870 до 2470° К. Описание экспериментальной установки и методики измерений дано в [3].

В результате эксперимента получали осциллограммы распределения поглощения излучения в полосах перехода (100) → (001) углекислого газа и отсюда величину коэффициента поглощения k в квазистационарном периоде течения газа через сопло (см. [3]). Для конкретных начальных условий каждого эксперимента проводился расчет течения релаксирующего углекислого газа в сопле при заданных значениях времени релаксаций τ_b [4, 5] и вероятностей энергообмена Q° [6], а затем вычислялся коэффициент поглощения k [7], который и сопоставлялся с экспериментальным значением для этой величины. Варьируя значения времени релаксации, добивались наилучшего согласования измеренного и рассчитанного значений коэффициента поглощения. Аналогичная процедура была использована ранее при исследовании дезактивации колебаний охлаждающегося молекулярного кислорода [1].

Расчет течения релаксирующего газа в сопле проводился исходя из начальных значений параметров газа за отраженной ударной волной (перед входом в сопло), полученных на основании измерения скорости распространения ударной волны и начального давления газа в трубе. Задача решалась численно в квазидономерной постановке. Подробности расчета даны в [3, 8]. Учет пограничного слоя, возникающего на стенках сопла, проводился в рамках модели вытеснения по методике, аналогичной описанной в работе [9].

Отметим, что в работе не проводился модовый анализ структуры генерации зондирующего лазера и расчет поглощения проводился для центра наиболее сильной линии перехода ($p=20$). Как показал проведенный в работе [10] анализ, возможная ошибка в расчете коэффициента поглощения при этом не превышала 20–30%, что лежит в пределах разброса полученных экспериментальных результатов. При расчете значений коэффициента поглощения значения вероятности обмена Q_{23} и времени дезактивации колебаний τ_g записывались в виде $Q_{23} = \alpha Q^\circ$ и $\tau_g = \beta \tau_b$, а параметры α и β варьировались в широком диапазоне значений с целью получения совпадения рассчитанных и измеренных значений коэффициента поглощения.

Результаты расчета показали, что в исследованном диапазоне температур и давлений значения коэффициента поглощения CO_2 очень слабо чувствительны к изменению вероятности Q_{23} колебательного энергообмена между вторым и третьим типами колебаний молекулы CO_2 . Действительно, изменение величины Q_{23} в 50 раз (при сохранении неизменными остальных параметров и начальных условий) влияет на из-