УДК 533.6.011.72:538.4

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКОЙ ИОНИЗУЮЩЕЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. М. ЗУБЦОВ, О. А. СИНКЕВИЧ

(Москва)

Влияние постоянного поперечного магнитного поля на устойчивость плоской ионизующей ударной волны относительно малых смещений ее фронта от положения равновесия рассматривалось в [1, 2]. В данной работе при тех же упрощающих предположениях исследована устойчивость ударной волны в продольном магнитном поле (вектор индукции направлен по нормали к разрыву). Определены границы области устойчивости. Показано, что вся область нейтральных колебаний, существующих в газодинамическом случае, переходит при наличии продольного поля в область устойчивости. Границы области устойчивости не зависят от параметра взаимодействия в отличие от случая движения ударной волны в поперечном поле [2].

1. Пусть ударная волна движется в продольном магнитном поле. Задачу рассмотрим в системе координат, плоскость yz которой совпадает с невозмущенной поверхностью разрыва. Коэффициент электропроводности изменяется скачком от значения $\sigma_1=0$ в области $x<0$ (перед фронтом ударной волны) до значения $\infty<\sigma_2<0$ в области $x>0$ (за фронтом). Смещение фронта ударной волны от положения равновесия $\xi'(y,t)$ в начальный момент времени $t=0$ задается в виде

$$\xi'(y,0)=\xi_0\exp(iky). \tag{1.1}$$

Движение в области перед фронтом волны стационарно, поскольку ударная волна движется со сверхзвуковой скоростью по отношению к среде перед фронтом и возмущения газодинамических параметров туда не проникают. Движение за фронтом ударной волны описывается следующей системой уравнений (пренебрегается эффектом Холла, влиянием вязкости и теплопроводности, магнитное число Рейнольдса считается малым)

$$\begin{gathered}\frac{dR}{dt}+R\operatorname{div}U=0,\qquad R\frac{d\mathbf{U}}{dt}=-\nabla P+\mathbf{J}\times\mathbf{B},\qquad RT\frac{dS}{dt}=\frac{J^2}{\sigma}\\ P=P(R,S)\qquad\left(\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+U_x\frac{\partial}{\partial x}+U_y\frac{\partial}{\partial y}\right)\\ \operatorname{rot}\mathbf{E}=0,\qquad \operatorname{div}\mathbf{J}=0,\qquad \mathbf{J}=\sigma(\mathbf{E}+\mathbf{U}\times\mathbf{B})\end{gathered} \tag{1.2}$$

где $\mathbf{U}=(U_x,U_y,U_z)$ – скорость, R – плотность, P – давление, T – температура, $\mathbf{J}=(J_x,J_y,J_z)$ – ток, $\mathbf{B}=(B,0,0)$ – индукция магнитного поля, S – энтропия, $\mathbf{E}=(E_x,E_y,E_z)$ – напряженность электрического поля.

Считая возмущения малыми, представим эти величины в виде

$$\begin{gathered}R=\rho_2+\rho',\quad P=p_2+p',\quad S=s_2+s',\quad T=t_2+t',\quad \mathbf{U}=(u_2+u',v',w')\\ \mathbf{J}=(j_x',j_y',j_z'),\qquad \mathbf{B}=(B_2,0,0),\ \mathbf{E}=(E_x',E_y',E_z'),\qquad \sigma=\sigma_2\end{gathered} \tag{1.3}$$

где нижним индексом 2 обозначены невозмущенные величины однородного стационарного течения, а штрихом – их возмущения. Линеаризуя систему (1.2) с учетом (1.3) после исключения возмущений напряженности электрического поля, плотности и энтропии получим

$$\begin{gathered}\rho_2\left(\frac{\partial w'}{\partial t}+u_2\frac{\partial w'}{\partial x}\right)+j_y'B_2=0\\ \frac{\partial j_y'}{\partial x}-\frac{\partial j_x'}{\partial y}=\sigma_2B_2\frac{\partial w'}{\partial x},\qquad \frac{\partial j_x'}{\partial x}+\frac{\partial j_y'}{\partial y}=0\\ \frac{\partial p'}{\partial t}+u_2\frac{\partial p'}{\partial x}+\rho_2a_2^2\left(\frac{\partial u'}{\partial x}+\frac{\partial v'}{\partial y}\right)=0\end{gathered} \tag{1.4}$$

$$\rho_2\left(\frac{\partial u'}{\partial t}+u_2\frac{\partial u'}{\partial x}\right)+\frac{\partial p'}{\partial x}=0$$

$$\rho_2\left(\frac{\partial v'}{\partial t}+u_2\frac{\partial v'}{\partial x}\right)+\frac{\partial p'}{\partial y}-j_z'B_2=0,\qquad \frac{\partial j_z'}{\partial y}=-\sigma_2B_2\frac{\partial v'}{\partial y}$$

где a_2 – невозмущенная скорость звука.

Первые три уравнения (1.4) составляют замкнутую систему относительно неизвестных w', j_x', j_y', которая имеет лишь тривиальное решение при начальном возмущении, заданном соотношением (1.1). Решение второй части системы (1.4) будем искать в виде

$$p'(x,y,t)=p(x,t)\exp(iky) \tag{1.5}$$

что позволяет исключить j_z' и получить систему уравнений относительно газодинамических параметров

$$\frac{\partial p}{\partial t}+u^2\frac{\partial p}{\partial x}+\rho_2a_2^2\left(\frac{\partial u}{\partial x}+ikv\right)=0$$

$$\rho_2\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u_2\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial p}{\partial x}=0 \tag{1.6}$$

$$\rho_2\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u_2\frac{\partial v}{\partial x}\right)+ikp+\sigma_2B_2^2v=0$$

Линеаризованные соотношения на поверхности разрыва [3], вытекающие из непрерывности потоков массы, составляющих импульса и энергии, с учетом (1.5) можно записать следующим образом:

$$p(0,t)=-\frac{2m}{1+m^+}\frac{u_1-u_2}{u_1}\frac{\partial\xi}{\partial t} \tag{1.7}$$

$$u(0,t)=\frac{1-m^+}{1+m^+}\frac{u_1-u_2}{u_1}\frac{\partial\xi}{\partial t}$$

$$v(0,t)=ik(u_1-u_2)\xi\qquad\left(m^+=m^2\frac{\partial g_2}{\partial p_2}\right)$$

Производная в определении m^+ берется вдоль ударной адиабаты.

2. Решение системы (1.6) с граничными условиями (1.8) ищем в экспоненциальном виде

$$p=p_0\exp(\Lambda x+\Omega t) \tag{2.1}$$

Подставляя (2.1) в (1.6), получим систему уравнений относительно амплитуд возмущений p_0, u_0, v_0, условие нетривиальной совместности которой имеет вид

$$F_1(\omega,\lambda)=(\omega+\lambda)[M^2(\omega+\lambda)^2-(\lambda^2-1)]+R_\sigma[M^2(\omega+\lambda)^2-\lambda^2]=0 \tag{2.2}$$

$$M=\frac{u_2}{a_2},\qquad \omega=\frac{\Omega}{u_2k},\qquad \lambda=\frac{\Lambda}{k},\qquad R_\sigma=\frac{\sigma_2B_2^2}{\rho_2u_2k}$$

Здесь R_σ параметр взаимодействия, построенный по длине волны возмущения. Общее решение системы представляет собой суперпозицию трех линейно-независимых решений, соответствующих трем корням (λ_1, λ_2, λ_3) уравнения (2.2)

$$p=-\rho_2\sum_{i=1}^{3}C_i(\Omega+\Lambda_iu_2)\exp(\Lambda_ix+\Omega t),\qquad u=\sum_{i=1}^{3}C_i\Lambda_i\exp(\Lambda_ix+\Omega t) \tag{2.3}$$

$$v=\frac{i}{ka_2}\sum_{i=1}^{3}C_i[(\Omega+\Lambda_iu_2)-\Lambda_i^2a_2^2]\exp(\Lambda_ix+\Omega t)$$

В газодинамическом случае $R_\sigma=0$ и (2.2) имеет простой вид. Из этого соотношения следует существование двух типов решений [3]. Решению первого типа соответствует $\lambda=-\omega$ и представляет перенос возмущений энтропии и ротора скорости со скоростью среды. Решение второго типа представляет собой акустические возмущения (в этом решении возмущение энтропии равно нулю). В общем случае $R_\sigma\neq0$ согласно (2.2) не существует простого деления возмущений на энтропийно-вихревые и акустические. Непрерывный переход решений (2.2) при $R_\sigma\to0$ в газодинамическое решение позволяет считать, что один из корней (2.2) (λ_3) соответствует возмущениям, распространяющимся по направлению к разрыву, а два других (λ_1 и λ_2) – возмущениям, распространяющимся от разрыва. Отсюда следует: $C_3=0$.

Применяя граничные условия (1.7) с учетом (2.1) к (2.3), получим систему трех уравнений относительно C_1, C_2. Совместность этой системы обеспечивается выполнением соотношения

$$F_2(\omega,\lambda_1,\lambda_2)=\omega^2M^2(3-m^+)+\lambda_1\lambda_2(1+m^+)(1-M^2)-\\-\omega(\lambda_1+\lambda_2)(1-m^+)(1-M^2)+(1+m^+)\delta=0 \tag{2.4}$$

позволяющего определить ω.

При $R_\sigma=0$

$$\lambda_1=-\omega,\qquad \lambda_2=\frac{M^2\omega-l}{1-M^2},\qquad l=\sqrt{M^2\omega^2+(1-M^2)} \tag{2.5}$$

где под знаком радикала понимается ветвь этой функции, принимающая положительные значения при положительных значениях подкоренного выражения. При таких значениях λ_1 и λ_2 (2.4) имеет вид, соответствующий газодинамическому случаю [4, 5].

3. В газодинамическом случае при $-1<m^+<1+2M$ корни (2.4) лежат в области $\omega_r\leqslant0$ (в левой полуплоскости или на мнимой оси), причем существует область нейтральных колебаний

$$\Gamma<m^+<1+2M,\qquad \Gamma=[1-M^2(1+\delta)][1-M^2(1-\delta)]^{-1} \tag{3.1}$$

в которой $\omega_r=0$ и поверхность фронта колеблется по гармоническому закону [4]. Область $-1<m^+<\Gamma$ является областью устойчивости со степенным законом затухания [5]. Неустойчивость при $m^+<-1$ обусловлена переходом одного из корней (2.7) в правую полуплоскость через точку $\omega=0$, а при $m^+>1+2M$ – переходом корня в правую полуплоскость с мнимой оси через бесконечность.

Из (2.4) следует, что при наличии продольного поля левая граница области устойчивости не изменяется, т. е. $\omega=0$ при $m^+=-1$, а при $m^+<-1$ этот корень находится в правой полуплоскости. Для нахождения правого значения m^+, при котором наступает неустойчивость, предположим, что при этом, как и в газодинамическом случае, ω и λ велики, причем $\omega\sim\lambda$. Тогда из уравнения (2.2) получаем

$$\lambda_1=-\omega,\qquad \lambda_{2,3}=-\omega\frac{M}{M\pm1} \tag{3.2}$$

Подставляя λ_1 и λ_2 в (2.4) и пренебрегая членом $(1+m^+)\delta$ по сравнению с членами порядка ω^2. получаем $m^+=1+2M$. Можно показать, что при $m^+>1+2M$ имеется корень в правой полуплоскости, что обеспечивает неустойчивость.

Представляет интерес вопрос о возможности существования области нейтральных колебаний при наличии продольного поля. Для исследования этого вопроса система уравнений (2.2) и (2.4)

$$F_1(\omega_1,\lambda_1)=0,\qquad F_2(\omega,\lambda_2)=0,\qquad F_3(\omega,\lambda_1,\lambda_2)=0 \tag{3.3}$$

решалась численно методом градиента, начальные значения λ и ω при $R_\sigma=0$ (ω является решением (2.7), λ определяется соотношениями (2.5)) брались из области нейтральных колебаний (3.1). При $R_\sigma\neq0$ соответствующие значениям смещаются с мнимой оси в левую полуплоскость, т. е. область нейтральных колебаний переходит при наличии продольного поля в область устойчивости. Физически этот факт объясняется взаимодействием тока, индуцированного компонентой возмущения скорости, ортогональной вектору **B**, с магнитным полем. Это взаимодействие (пондеромоторная сила) приводит к ослаблению возмущений.

Надо заметить, что экспоненциальное решение (2.3) существует не при всех m^+ как в газодинамическом случае, так и для ударной волны в магнитном поле. Однако стабилизирующее влияние магнитного поля позволяет сделать вывод что вся область

$$-1<m^+<1+2M \tag{3.4}$$

является областью устойчивости. При $m^+<-1$ и $m^+>1+2M$ ударная волна экспоненциально неустойчива.

Поступила 14 IV 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. *Синкевич О. А.* Устойчивость плоской ионизирующей ударной волны в магнитном поле. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 1.
2. *Синкевич О. А., Зубцов В. М.* Границы устойчивости ионизующей ударной волны в поперечном магнитном поле. Теплофизика высоких температур, 1975, т. 13, № 6.
3. *Дьяков С. П.* Об устойчивости ударных волн. ЖЭТФ, 1954, т. 27, вып. 3.
4. *Зайдель Р. М.* Развитие возмущений в плоских ударных волнах. ПМТФ, 1967, № 4.
5. *Иорданский С. В.* Об устойчивости плоской стационарной ударной волны. ПММ, 1957, т. 21, вып. 4.

УДК 533.6.011.8

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ КОЭФФИЦИЕНТА АККОМОДАЦИИ С ПОМОЩЬЮ ТЕРМОМАГНИТНОГО ЭФФЕКТА

В. Д. БОРМАН, Л. А. МАКСИМОВ, Б. И. НИКОЛАЕВ, В. И. ТРОЯН

(Москва)

В работе на основе теоретического рассмотрения задачи о переносе тепла в свободномолекулярном газе в параллельных постоянном и переменном магнитных полях предлагается новый метод исследования коэффициента аккомодации молекул, взаимодействующих с поверхностью твердого тела, и обсуждается постановка соответствующего эксперимента.

Поляризация молекул, взаимодействующих с поверхностью твердого тела, возникает, если указанное взаимодействие зависит от ориентации молекул. Впервые на необходимость учета ориентационного взаимодействия молекул с поверхностью при объяснении явлений, происходящих в газодинамическом лазере, было указано в [1].

Для получения информации о коэффициенте аккомодации молекул и о распределении по направлениям их вылета со стенки предлагается исследовать поведение теплового потока в свободномолекулярном газе, помещенном в зазор между двумя поверхностями L, в присутствии параллельных друг другу постоянного $\mathbf{H}_0$ и переменного $\mathbf{H}_1 \cos \omega t$ магнитных полей. Как показано ниже, в условиях, когда поля параллельны или перпендикулярны поверхности, соответствующие зависимости тепловых потоков от напряженности постоянного поля должны иметь максимумы, число и положение которых связаны с рангами тензора поляризации по направлениям момента вращения молекул, характеризующего их ориентацию, и сферического тензора, описывающего распределение молекул по направлениям скорости.

Влияние постоянного магнитного поля на тепловой поток в свободномолекулярном газе было предсказано и обнаружено соответственно в [2, 3]. Это явление связано с тем, что функция распределения свободномолекулярного газа, находящегося в зазоре между двумя плоскопараллельными поверхностями с различными температурами, зависит от направлений вектора скорости $\mathbf{V}$ и вектора момента вращения $\mathbf{M}$ молекул. Прецессия молекул в магнитном поле приводит к изменению распределения молекул по направлениям вектора $\mathbf{M}$ и, следовательно, к изменению величины теплового потока в поле.

Кинетическое уравнение для функции распределения $f(\mathbf{V}, \mathbf{M}, z, t)$ в рассматриваемом случае можно записать в безразмерном виде (z — ось совпадает с направлением нормали k)

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + V_z\frac{\partial}{\partial z} + (\xi_0+\xi_1\cos\omega t)\,[\mathbf{M}\mathbf{h}]\frac{\partial}{\partial \mathbf{M}}\right] f(\mathbf{V}, \mathbf{M}, z, t)=0 \tag{1}$$