

УДК 532.517.4

О СТРОЕНИИ ТУРБУЛЕНТНОЙ ВЯЗКОСТИ ПРИ ТЕЧЕНИИ ВБЛИЗИ ШЕРОХОВАТОЙ СТЕНКИ

В. Н. ПИЛИПЕНКО

(Москва)

Предлагаются формулы для турбулентной вязкости, позволяющие получить простые аналитические выражения распределений осредненной скорости турбулентного течения жидкости у шероховатой поверхности.

Известно, что при течении вблизи шероховатой стенки на расстояниях $\eta \gg \xi$ справедлив логарифмический закон [1]

$$(1) \quad u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln \eta + B(\xi), \quad \eta = \frac{y v_*}{\nu}, \quad \xi = \frac{h v_*}{\nu}, \quad u^+ = \frac{u}{v_*},$$

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_\omega}{\rho}}, \quad \kappa \approx 0.4$$

где $B \approx 5.5$ при $\xi < \xi_1$; y — расстояние от стенки, $u(y)$ — скорость осредненного движения жидкости, τ_ω — касательное напряжение на стенке, h — средняя высота выступов шероховатости, ρ — плотность жидкости, ξ_1 и ξ_2 — константы, определяющие границы области переходного режима проявления шероховатости [2].

Функция $B(\xi)$ в (1) зависит от типа шероховатости стенки и, вообще говоря, может иметь сложное строение [3]. Для частного вида однородной «песочной» шероховатости, исследованной в [4], при $\xi > \xi_2$, функция $B(\xi)$ принимает вид

$$(2) \quad B(\xi) = B^0 - \frac{1}{\kappa} \ln \xi, \quad B^0 \approx 8.5$$

В режиме полного проявления шероховатости, для которого справедлива зависимость (2), сопротивление трения не зависит от молекулярной вязкости ν и подчиняется квадратичному закону сопротивления. Для переходного режима, когда $\xi_1 < \xi < \xi_2$, зависимость $B(\xi)$ имеет более сложный вид даже для шероховатости песочного типа. Аппроксимация функции $B(\xi)$ в этом режиме дана в [2].

Для профилей осредненной скорости турбулентного течения вблизи стенки при $\eta \sim \xi$ предлагались различные выражения, получаемые либо с использованием согласующихся с опытом представлений о длине пути смещения [5, 6], либо путем построения явных выражений для турбулентной вязкости ν_T [7, 8].

Рассмотрим вначале формулы для турбулентной вязкости, предложенные для описания турбулентных течений у гладкой стенки в [7, 9]

$$(3) \quad \frac{\nu_T}{\nu} = \begin{cases} 0, & \eta < \eta_0 \\ \kappa(\eta - \eta_0), & \eta \geq \eta_0, \quad \eta_0 \approx 7.8 \end{cases}$$

Связь между касательным напряжением τ и продольной составляющей скорости осредненного движения жидкости в пограничном слое имеет вид

$$(4) \quad \left(1 + \frac{\nu_T}{\nu}\right) \frac{du^+}{d\eta} = \tau^+, \quad \tau^+ = \frac{\tau}{\tau_\omega}$$

В предположении, что $\tau = \text{const} = \tau_\omega$ с учетом условия $u^+(0) = 0$, из (3) следует:

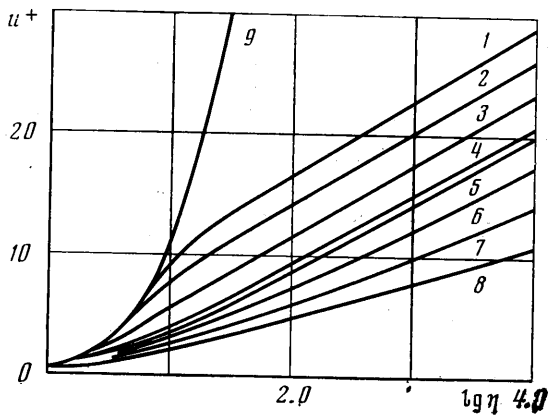
$$(5) \quad u^+ = \begin{cases} \eta, & \eta < \eta_0 \\ \frac{1}{\kappa} \ln[1 + \kappa(\eta - \eta_0)], & \eta \geq \eta_0 \end{cases}$$

При $\eta \gg \eta_0$ выражение (5) хорошо аппроксимируется логарифмическим законом (1), причем связь между η_0 и B имеет вид

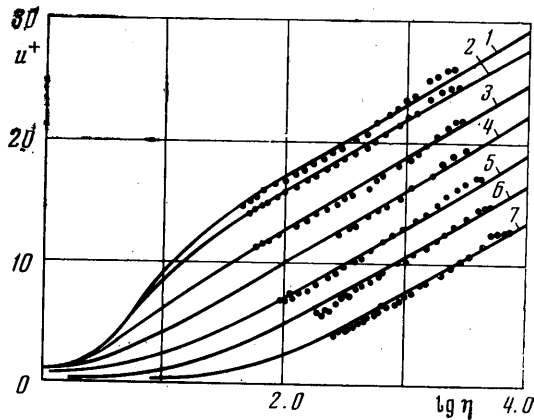
$$(6) \quad \frac{1}{\kappa} \ln \kappa + \eta_0 = B$$

В работах [2, 10] формулы (3) для турбулентной вязкости использовались при описании турбулентных течений слабых растворов полимеров. При этом величина η_0 считалась переменной ($\eta_0 > 7.8$).

Применим теперь формулы (3) для описания турбулентных течений ньютоновских жидкостей вблизи шероховатой стенки. В этом случае зависимость $\eta_0 = \eta_0(\xi)$ находится из (6), где функция $B = B(\xi)$ определяется из обработки экспериментальных данных. Для течений у шероховатых стенок $\eta_0 < 7.8$. Соответствующие профили



Фиг. 1



Фиг. 2

осредненной скорости, отвечающие различным значениям параметра η_0 , приведены на фиг. 1 (кривая 1 — $\eta_0 = 7.8$, 2 — $\eta_0 = 5.3$, 3 — $\eta_0 = 2.8$, 4 — $\eta_0 = 0$) и фиг. 2 (кривая 1 — $\eta_0 = 8.0$, 2 — $\eta_0 = 6.8$, 3 — $\eta_0 = 3.5$, 4 — $\eta_0 = 1.0$).

Значению $\eta_0 = 0$ соответствует минимально возможная величина B , которая равна $\kappa^{-1} \ln \kappa \approx -2.29$ (при $\kappa = 0.4$). Для песочной шероховатости это значение B достигается при $\xi \approx \xi_2 \approx 80$, откуда следует, что такой подход применим только для описания профиля скорости в переходном режиме проявления шероховатости.

Чтобы описать распределение осредненной скорости жидкости вблизи стенки при более высоких значениях ξ , когда параметр B в (1) меньше величины $\kappa^{-1} \ln \kappa$, предлагается следующая конструкция формул для турбулентной вязкости:

$$(7) \quad \frac{\nu_T}{\nu} = \begin{cases} \chi \eta, & \eta < \eta_0, & \eta_1 = \kappa^{-1} \eta_0 (\kappa - \chi) \\ \kappa (\eta - \eta_1), & \eta \geq \eta_0, & \chi > \kappa, & \eta_1 < 0 \end{cases}$$

В соответствии с (7) турбулентная вязкость на стенке обращается в нуль. Безразмерный профиль осредненной скорости жидкости, получаемый при интегрировании (4) с учетом условия $u^+(0) = 0$ и дополнительного предположения $\tau = \tau_0$,

имеет вид

$$(8) \quad u^+ = \begin{cases} \frac{1}{\chi} \ln(1+\chi\eta), & \eta < \eta_0 \\ \frac{1}{\chi} \ln[1+\chi(\eta-\eta_1)] + \frac{1}{\chi} \ln(1+\chi\eta_0) - \frac{1}{\chi} \ln[1+\chi(\eta_0-\eta_1)], & \eta \geq \eta_0 \end{cases}$$

При $\eta \gg |\eta_1|$ вторая формула (8) допускает логарифмическую аппроксимацию вида (1). В этом случае для параметра B имеем выражение

$$(9) \quad B = \frac{1}{\chi} \ln \chi + \frac{1}{\chi} \ln(1+\chi\eta_0) - \frac{1}{\chi} \ln[1+\chi(\eta_0-\eta_1)]$$

Вид функции $\eta_0 = \eta_0(\xi)$ в (7) зависит от типа шероховатости обтекаемой поверхности; а ее конкретизация должна производиться с учетом данных измерений профиля скорости вблизи стенки. Если предположить, что $\eta_0 = \xi$, то из (9) при известной (например, из опытов) функции $B(\xi)$ с учетом (7) можно найти зависимость $\chi = \chi(\xi)$. Для песочной шероховатости из (2) и (9) следует трансцендентное уравнение для определения $\chi(\xi)$

$$(10) \quad \frac{(\chi-\chi)\xi}{\chi} = \xi + \frac{1}{\chi} - \frac{\xi(1-\chi\xi)^{\chi/\chi}}{\exp 8.5\chi}$$

При $\xi > 10^2$ решение уравнения (10) хорошо аппроксимируется зависимостью $\chi(\xi) = 0.185 \lg \xi + 0.080$.

Построенные для различных значений ξ профили осредненной скорости жидкости (8) показаны на фиг. 1 (кривая 5 - $\xi = 10^2$, 6 - $\xi = 3 \cdot 10^2$, 7 - $\xi = 10^3$, 8 - $\xi = 10^4$, кривая 9 - $u^+ = \eta$).

Существенные упрощения формул для профиля скорости можно получить, если предположить, что в (7) $\eta_0 = 0$. Тогда (7) удобно представить в виде

$$(11) \quad \frac{v_T}{v} = \chi\eta + \alpha\xi$$

где $\alpha = \alpha(\xi)$. Из (11) следует, что при таком допущении турбулентная вязкость на стенке не обращается в нуль. Соответствующий профиль осредненной скорости имеет вид

$$(12) \quad u^+ = \frac{1}{\chi} \ln \left(\frac{1+\chi\eta+\alpha\xi}{1+\alpha\xi} \right)$$

При $\chi\eta \gg \alpha\xi$ выражение (12) также хорошо аппроксимируется логарифмической зависимостью вида (1), причем для параметра α в (12) имеет место формула

$$(13) \quad B(\xi) = \frac{1}{\chi} \ln \chi - \frac{1}{\chi} \ln(1+\alpha\xi)$$

Для однородной песочной шероховатости из соотношения (13) следует явная зависимость α от параметра ξ

$$(14) \quad \alpha(\xi) = \frac{\chi}{\exp 8.5\chi} - \frac{1}{\xi}$$

Подставляя (14) в (12), получим простую формулу

$$(15) \quad u^+ = \frac{1}{\chi} \ln \left[\frac{\xi + \eta(\exp 8.5\chi)}{\xi} \right]$$

На фиг. 2 приведены построенные по формуле (15) профили осредненной скорости жидкости для различных значений ξ (кривая 5 - $\xi = 165$, 6 - $\xi = 450$, 7 - $\xi = 1350$). На фиг. 2 приведены также данные измерений скорости в трубах с искусственной шероховатостью поверхности [3]. Вблизи выступов шероховатости образуются замкнутые вихревые зоны течения, которые приводят к тому, что условие $u^+(0) = 0$ выполняется на некотором расстоянии от поверхности, проведенной по основанию выступов шероховатости. На фиг. 2 начало отсчета выбрано согласно

рекомендациям [8], при этом получено удовлетворительное согласие теоретических зависимостей (5) и (15) с экспериментальными данными для исследованных в [3] образцов шероховатых поверхностей.

Введение функции $\eta_0 = \eta_0(\xi)$ в (7) позволяет в широких пределах влиять на распределение осредненной скорости течения вблизи стенки. Полученные в предположении $\eta_0 = 0$ профили скорости находятся в хорошем количественном соответствии с результатами расчетов по формулам работы [5]. Предположение $\eta_0 = \xi$ приводит к распределениям скорости $u^+ = u^+(\eta, \xi)$, близким к полученным численным методом в [6]. Следует отметить, что формулы для профилей осредненной скорости (5), (8) и (15) значительно проще зависимостей, предложенных в [5, 6].

Поступила 29 X 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1974.
2. Исоселевич В. А., Пилипенко В. Н. Логарифмический профиль скорости при течении слабого полимерного раствора у шероховатой поверхности. Докл. АН СССР, 1973, т. 213, № 6.
3. Миллионщиков М. Д., Субботин В. И., Ибрагимов М. Х., Таранов Г. С., Кобзарь Л. Л. Гидравлическое сопротивление и поля скорости в трубах с искусственной шероховатостью стенок. Атомная энергия, 1973, т. 34, вып. 4.
4. Nikuradse J. Strömungsgesetze in rauhen Röhren. Forschung a. d. Geb. d. Ingenieurw., 1933, Forschungsheft Nr 361.
5. Rotta J. Das in Wandnähe gültige Geschwindigkeitsgesetz turbulenter Strömungen. Inger Arch. 1950, Bd 18, H. 4.
6. Van Driest E. R. On turbulent flow near a wall, J. Aeronaut. Sci. 1956, vol. 23, No. 11.
7. Миллионщиков М. Д. Турбулентные течения в пристеночном слое и в трубах. Атомная энергия, 1970, т. 28, вып. 3.
8. Миллионщиков М. Д., Субботин В. М., Ибрагимов М. Х., Таранов Г. С., Кобзарь Л. Л. Профили скорости в гладких и шероховатых трубах. (Препринт Физ.-энерг. ин-та, 417), Обнинск, 1973.
9. Squire H. B. Reconsideration of the theory of free turbulence. Phyl. Mag., 1948, vol. 39, No. 1.
10. Granville P. S. Frictional - Resistance and velocity similarity laws of drag - reducing dilute polymer solutions. J. Ship Res., 1968, vol. 12, No. 3.

УДК 532.526.4:536.24

К ТЕОРИИ ТЕПЛООБМЕНА В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ С ОТРЫВОМ

В. К. МИГАЙ

(Ленинград)

На базе решения одномерного уравнения турбулентной пульсационной энергии, предполагая линейное распределение касательного напряжения поперек потока при нулевом касательном напряжении на стенке, получены характеристики теплообмена.

Проблема теплообмена при отрывном обтекании имеет практическое значение для расчета интенсификаторов теплообмена, элементов теплообменников и плохо обтекаемых тел. Имеются в виду области, где $du/dy|_w = 0$, т. е. как области отрыва потока, так и области его присоединения.

В действительности в указанных областях поток нестационарен и трехмерен. Будем рассматривать течение, осредненное как во времени, так и по координате z (z — координата, нормальная к потоку и параллельная обтекаемой поверхности). При таком осреднении можно полагать, что в критических точках $du/dy = 0$.

Аналогия Рейнольдса, утверждающая пропорциональность трения на стенке тепловому потоку, не справедлива для областей отрыва потока, так как в этом случае $du/dy = 0$, а величина теплового потока в ряде случаев достигает значений, даже больших, чем в присоединенном потоке. Целесообразно использовать для расчета