

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ
ТРАНСЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ В ПЛОСКИХ ТУРБИННЫХ
РЕШЕТКАХ**

А. Б. БОГОД, А. В. ГРАНОВСКИЙ, М. Я. ИВАНОВ

(Москва)

Представлены результаты расчета дозвуковых и трансзвуковых стационарных режимов течения вязкого и нетеплопроводного газа в плоских турбинных решетках с бесконечным числом профилей. Численное решение задачи получено с помощью процесса установления по известной разностной схеме сквозного счета, предложенной С. К. Годуновым [1, 2]. Проанализировано влияние угла атаки и величины давления за решеткой на распределение локальных и интегральных характеристик потока. Сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными показывает их хорошее соответствие.

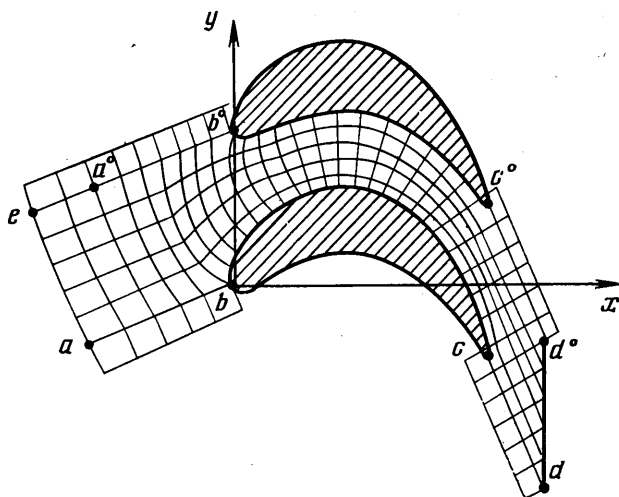
Весьма важна для приложений задача определения поля течения в решетке профилей на сверхкритических режимах. Последние характеризуются образованием местных сверхзвуковых зон и скачков уплотнения, что даже в приближении двумерного потока идеального газа существенно усложняет получение численного решения указанной задачи. Естественным путем преодоления возникающих трудностей представляется использование процесса установления по времени и конечно-разностных схем сквозного счета для интегрирования нестационарных уравнений газодинамики. Подобный подход был применен в ряде опубликованных ранее исследований [3-11]. Не останавливаясь подробно на указанных работах, отметим, что в них содержатся первые численные результаты по определению смешанных (до- и сверхзвуковых) потоков в решетках турбомашин. Так, течение идеального газа рассчитывалось в плоских турбинных (в [3-6]) и компрессорных (в [7]) решетках. Некоторые примеры расчета течения вязкого газа (на основе численного интегрирования полной системы двумерных уравнений Навье — Стокса) в плоской турбинной решетке представлены в [8]. Однако результаты, полученные в [8] для реального газа, показывают в основном только качественное влияние вязкости и теплопроводности. Исследование прохождения неравномерного (по высоте лопатки) околосреднего потока через двумерную решетку симметричных профилей под нулевым углом атаки проведено в [9]. В работе [10] рассмотрены трансзвуковые неэнтальпические режимы течения в плоской решетке симметричных лопаток. В последней из цитированных выше работ ([11]) решена прямая задача определения осредненного осесимметричного потока в межлопаточном канале с учетом вращения венцов.

Применение метода установления и конечно-разностных схем при интегрировании нестационарных уравнений движения вязкого и нетеплопроводного газа позволяет получить стационарную картину течения со сходом потока с задней кромки профилей без использования в процессе решения условия Чаплыгина — Жуковского. Подробно данный вопрос специально проанализирован в [5], где показано, что в процессе установления автоматически вырабатывается стационарное решение, удовлетворяющее условию схода с задней кромки. Для отбора требуемого решения, по-видимому, важен не конкретный вид «диссипативных» членов, появляющихся в разностных уравнениях и зависящих от выбранной разностной схемы, а само наличие «механизма диссипации». Таким образом, в дополнение к упрощениям, связанным с переходом от эллиптического-гиперболической системы стационарных уравнений газодинамики к нестационарной (гиперболической) системе, метод установления снимает необходимость привлечения условия Чаплыгина — Жуковского для получения требуемого решения рассматриваемой задачи.

Результаты настоящей работы получены методом установления по схеме [1, 2], которая была использована также в исследованиях [5, 6, 10, 11]. Разностная схема [1, 2] в последнее время получила широкое распространение при решении различных задач внешней и внутренней аэродинамики, и в частности успешно применялась для расчета трансзвукового обтекания единичного профиля в работе [12].

1. Пусть плоская решетка, составленная из бесконечного числа одинаковых профилей, обтекается равномерным потоком невязкого и нетеплопроводного газа. Ось x направим по нормали к фронту решетки, с которым совместим ось y , а за характерную длину выберем хорду решетки. Достаточно полное представление о расположении профилей решетки и осей, а также о форме рассчитываемой области и о структуре использованной разностной сетки дает фиг. 1. Так как подробности построения разностной сетки, описание схемы расчета и другие детали метода можно найти в работах [5, 13, 14], остановимся кратко только на отличительных моментах в постановке задачи и важных для дальнейшего изложения вопросах.

Опишем кратко постановку граничных условий. На верхней и нижней образующих профилей (отрезках bc и $b^{\circ}c^{\circ}$ на фиг. 1) задаются условия



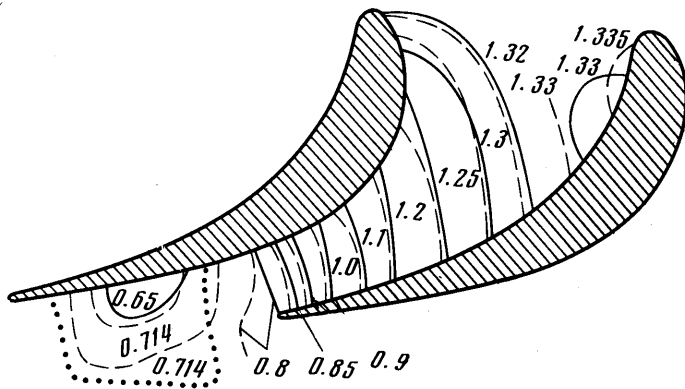
Фиг. 1

непротекания. На прямолинейных отрезках границ рассчитываемой области, приходящих в передние и в выходные кромки профилей (на отрезках ab , $a^{\circ}b^{\circ}$, cd и $c^{\circ}d^{\circ}$), выставляются условия периодичности. На левой границе области (на отрезках ae и ea°) задаются полные параметры потока (например, полная энтальпия I_0 и энтропия S_0) и угол наклона вектора θ_0 скорости к оси x . В выходном сечении (на отрезке dd°) считается заданной величина статического давления $p=p_+$. Значения I_0 , S_0 , θ_0 и p_+ — заданные константы, независящие от y . Левую ae и правую dd° границы рассчитываемой области достаточно выбрать от переднего и заднего фронтов решетки на расстоянии шага решетки.

С целью получения более точной картины течения в окрестности входных и выходных кромок профилей разностная сетка выстраивалась следующим образом. Прямолинейные отрезки границ рассматриваемой области, на которых выставляются условия периодичности, проводятся по направлениям касательных к средней линии в начальной и конечной точках профиля. Рассчитываемая область в окрестности передних кромок разбивается в продольном направлении на разностные ячейки с помощью дуг окружностей (фиг. 1). Радиусы дуг окружностей при удалении вверх и вниз по потоку от переднего фронта решетки увеличиваются до бесконечности. При этом соответствующие дуги переходят в отрезки прямых линий. Примерно с середины межлопаточного канала и вплоть до правой границы области разбиение в поперечном направлении проводится с по-

мощью отрезков прямых (см. фиг. 1). Каждый отрезок разбиения области в продольном направлении делится на одинаковое число равных по длине частей, и полученные точки разбиения соединяются прямолинейными отрезками, как показано на фиг. 1. Построенная таким образом разностная сетка имеет треугольные ячейки, примыкающие к линии dd° .

Конечно-разностные уравнения в схеме [1, 2] выводятся из интегральных законов сохранения и могут быть записаны для ячеек произвольной формы (как четырехугольных, так и треугольных). Отметим также, что размеры разностных ячеек около входных кромок лопаток могут быть существенно меньше, чем в остальной рассчитываемой области. При этом для



Фиг. 2

расчета газодинамических величин по формулам распада произвольного разрыва [1] на границах, отделяющих ячейки разных размеров, используется (с целью повышения точности) дополнительная линейная интерполяция параметров газа на одинаковые расстояния от данной границы.

Как показали результаты проведенных расчетов, описанная разностная сетка позволяет существенно уменьшить ошибки вычислений в окрестности передних и задних кромок для достаточно толстых и изогнутых профилей по сравнению с расчетами на разностной сетке, использованной в работах [5, 6, 10]. Анализ численных результатов, полученных по схеме [1, 2], показал также, что наиболее точно во всей рассчитываемой области определяются величина давления и угол наклона вектора скорости. Это позволяет при известных полных параметрах потока уточнять величину рассчитываемой плотности и компонент скорости в области безударного течения. Такое уточнение проводилось в настоящей работе, в частности, при нахождении числа Маха потока и расхода газа сквозь решетку (когда подобное уточнение возможно).

Ниже наряду с исследованием ряда особенностей течения в турбинных решетках приводятся также результаты расчетов, иллюстрирующие получаемую точность.

2. Результаты расчета околосзвукового течения газа с показателем адиабаты $\kappa=1.4$ в плоской решетке соплового аппарата представлены на фиг. 2. Шаг решетки T и максимальная толщина профиля s , отнесенные к его хорде, соответственно 0.6 и 0.16. Каждому режиму течения можно поставить в соответствие величину модуля скорости q_a , которая определяется по известным соотношениям для изэнтропического потока по заданным значениям p_+ и полных параметров газа перед решеткой. На рассмотренных в работе режимах течения в данной решетке поток газа изэнтропический и изэнергетический. Однако в расчетах условия изэнтро-

пичности и изэнергетичности в явном виде не используются, так как численно интегрируется полная система уравнений газодинамики. Это приводит к ошибкам в определении полной энтальпии и энтропии (или ее однозначной функции, например функции $f = p\rho^{-\gamma}$).

О точности получаемых результатов на режиме $q_a = 1$ во всей рассчитываемой области для данной решетки можно судить по распределению величины δf относительной ошибки определения функции f в процентах. Отметим, что почти во всей области указанная ошибка не превышает 1.5%. Наибольшие ошибки возникают на передних кромках, локализуются вниз по потоку в окрестности образующих профилей и достигают максимального значения (~3.5%) около выходных кромок.

В рассмотренном случае отличие полной энтальпии от постоянной величины не превышает нескольких десятых процента и доходит до наибольшей величины 0.5% в окрестности выходной кромки со стороны спинки профиля.

Достаточно полное представление о совпадении результатов расчета с данными эксперимента по распределению параметров внутри межлопаточного канала и вдоль обводов профилей для рассматриваемой решетки можно получить из фиг. 2.

Сплошными кривыми приведены расчетные линии постоянства давления, отнесенного к критическому скоростному напору набегающего потока, на режиме $q_a = 1$. Штриховыми линиями показаны изолинии давления, полученные экспериментальным путем. Наибольшее отличие данных наблюдается в области кромочного следа, где влияние вязкости наиболее существенно. Отметим, что в этом случае на спинке лопатки в области косого среза имеется местная сверхзвуковая зона (звуковая линия соответствует значению $p = 0.714$ и показана пунктирной линией). Выходные кромки при этом обтекаются дозвуковым потоком.

Приведенные на фиг. 2 данные иллюстрируют вполне удовлетворительную точность численных результатов. При этом число расчетных ячеек ~1200 (~80 слоев разбиения в продольном и 15 слоев в поперечном направлениях). Результаты расчетов с большим числом разностных ячеек с точностью до графического представления совпадают с результатами, приведенными на фиг. 2, во всей рассматриваемой области, за исключением достаточно малой окрестности кромок профилей.

Величины ошибок, характеризующих на стационарном режиме точность выполнения законов сохранения массы и импульса, по всей длине межлопаточного канала не превышали 0.5%. Расход и импульс в текущем сечении относились к значениям на входе.

Отметим, что использование в исходной системе уравнений вместо уравнения энергии интеграла Бернулли, который справедлив на стационарном режиме течения в изэнергетическом случае, или закона сохранения энтропии (для изэнтропического течения) не приводит к ощутимому дополнительному уточнению численных результатов.

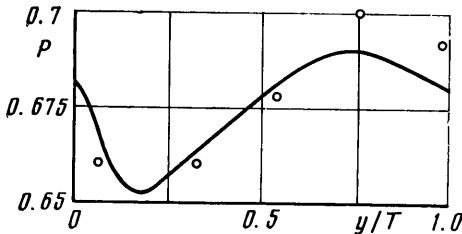
3. Ниже исследуются некоторые особенности сверхкритического течения в решетке профилей (фиг. 5), имеющей достаточно толстые лопатки и выходные кромки, при различных значениях давления за решеткой. Относительный шаг рассматриваемой решетки $T = 0.61$, максимальная толщина профиля $s = 0.33$ и диаметр скругленной выходной кромки $d = 0.26$. Здесь величина d в отличие от T и s отнесена к размеру горла межлопаточного канала.

При аппроксимации контура лопатки прямолинейными отрезками скругленная выходная кромка лопатки заменяется либо заострением (на расстоянии одного-двух шагов расчетной сетки), либо торцом. Однако, как показали дополнительные расчеты, модель замены выходной кромки

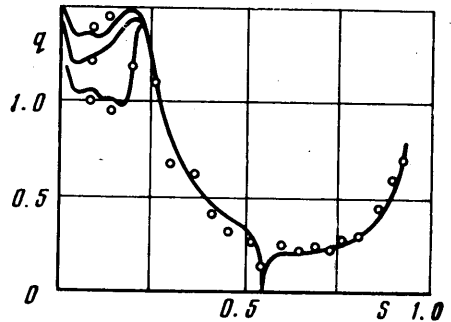
профиля не оказывает заметного влияния на картину течения в окрестности заднего фронта решетки (например, на форму, интенсивность и место падения на спинку соседней лопатки кромочного скачка). В связи с этим во всех последующих примерах расчета скругленная выходная кромка лопатки заменялась заостренной кромкой.

Еще одним вопросом, важным с точки зрения надежности и правильности получаемых результатов, является выбор расстояний от решетки до граничных линий ae и dd° рассчитываемой области (фиг. 1).

В случае дозвукового набегающего или выходящего из решетки потока границы области aea° и dd° достаточно выбрать, как было отмечено ра-



Фиг. 3



Фиг. 4

нее (а также в [5, 6]), на расстоянии порядка шага (от $0.5 T$ и больше) от соответствующего фронта решетки. На сверхкритических режимах в турбинной решетке выходящий поток может быть сверхзвуковым. При этом имеющаяся в межлопаточном канале неравномерность параметров потока сохраняется на больших расстояниях от заднего фронта решетки. Расчеты настоящей работы показали, что и на указанных режимах (при дозвуковой осевой составляющей скорости) расстояние от решетки до линии dd° также может быть порядка шага T . На таком расстоянии условие $p_+ = \text{const}$ по y , выставляемое на линии dd° , не нарушает двумерности течения в рассчитываемой области, за исключением небольшой окрестности границы dd° .

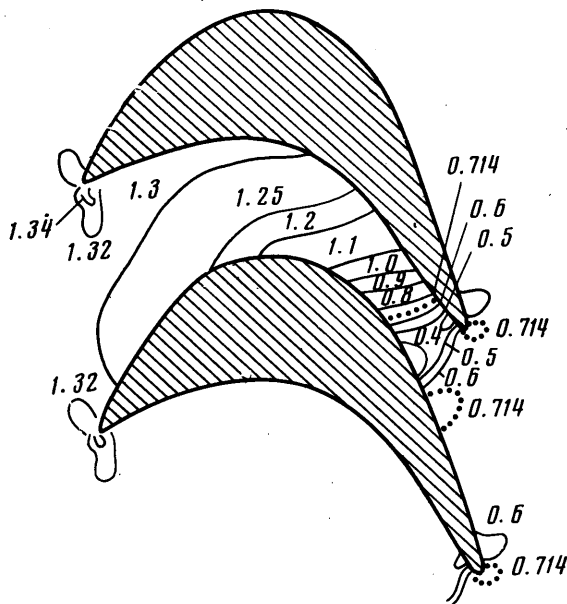
Подтверждением сказанного могут служить результаты, представленные на фиг. 3, где показано изменение давления, отнесенного к критическому скоростному напору набегающего потока, в поперечном сечении за решеткой на расстоянии $0.43T$ от ее заднего фронта. Наряду с численным результатом (сплошная линия) приведены экспериментальные точки. Резкое падение давления при малых y/T соответствует переходу через «размазанный» на несколько ячеек расчетной сетки кромочный скачок, распространяющийся вниз по потоку.

Картина течения в окрестности заднего фронта решетки (например, форма и интенсивность кромочного скачка) существенно зависит от величины давления p_+ на dd° за решеткой. Область влияния p_+ на сверхкритическом режиме ограничена слева кромочным скачком. Увеличение p_+ приводит к росту интенсивности кромочного скачка и увеличению угла выхода потока (по отношению к оси x) из решетки. Так, результаты расчета смешанного (до- и сверхзвукового) течения в данной решетке в виде распределения коэффициента скорости q по обводам лопатки представлены на фиг. 4 для трех режимов, соответствующих $q_a = 1.04, 1.24$ и 1.33 . Точками на фиг. 4 нанесены экспериментальные данные. При $q_a = 1.04$ на спинку

лопатки падает интенсивный скачок, чему соответствует резкое изменение q при $S \approx 0.2$.

Линии $p = \text{const}$ в межлопаточном канале для режима $q_a = 1.04$ показаны на фиг. 5. Звуковой скорости, как и ранее отвечает пунктирная линия. Отметим, что существенно двумерный поток на начальном участке канала выравнивается в окрестности горла. Течение в районе критического сечения близко к одномерному, вследствие чего рассчитанный коэффициент расхода для данной решетки равен 0.997.

4. Проследим теперь влияние угла атаки набегающего потока на локальные и интегральные характеристики турбинной решетки, показанной



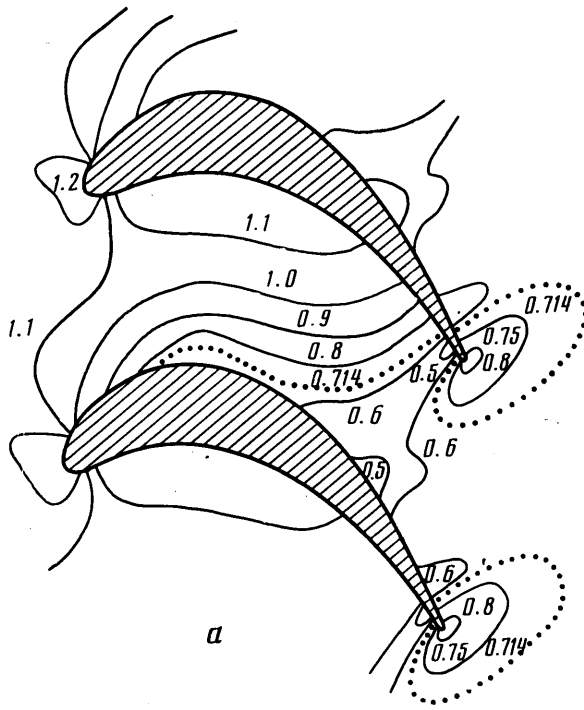
Фиг. 5

на фиг. 6. Геометрические параметры данной решетки, определенные как и в предыдущем случае, были следующими: $T=0.66$, $c=0.2$ и $d=0.146$. Ограничимся опять только случаем сверхкритических режимов работы решетки, $q_a=1.02$. Указанное значение q_a реализуется при $p_+=0.7$.

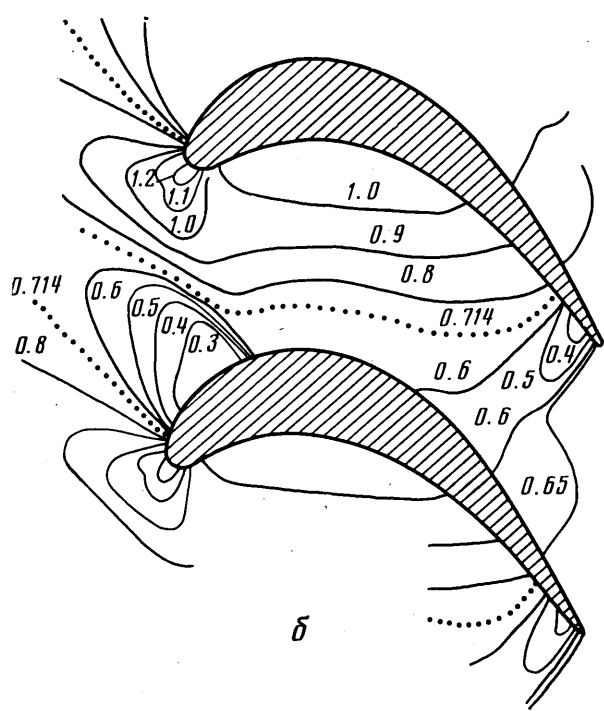
Касательная к средней линии профиля лопатки в сечении входа наклонена к оси x под углом в $52^\circ 30'$. Когда вектор скорости набегающего потока составляет с осью x угол $\theta_\infty = 52^\circ 30'$, реализуется режим обтекания с нулевым углом атаки $i=0$. Далее будут приведены результаты расчетов для двух углов атаки $i = \pm 10^\circ$, т. е. $\theta_\infty = 42^\circ 30'$ и $62^\circ 30'$.

Характер течения в данной решетке для режима с нулевым углом атаки отличается от рассмотренного в предыдущем примере.

Толстая входная кромка профиля со значительно изогнутым начальным участком спинки приводит к тому, что уже в ближайшей окрестности входной кромки скорость потока становится сверхзвуковой. Быстрый разгон потока наступает значительно раньше геометрического горла канала и заканчивается в месте падения на спинку лопатки кромочного скачка от соседнего профиля. На вогнутой поверхности лопатки переход через скорость звука происходит в сечении геометрического горла. Коэффициент расхода такой решетки при $i=0$ равен 0.99.



a



b

Фиг. 6

На фиг. 6, а и б представлены линии постоянства давления в плоскости течения для $i = -10$ и 10° . На звуковой линии, показанной пунктиром, $p = 0.714$. Режимы течения при $i = 0$ и -10° близки между собой и заметно отличаются только на начальном участке спинки лопатки. Коэффициент расхода при $i = -10^\circ$ с точностью до результатов расчета совпадает с коэффициентом расхода, вычисленным для режима с нулевым углом атаки.

Для положительного угла атаки $i = 10^\circ$ течение во всем межлопаточном канале отличается от двух предыдущих случаев. На начальном участке выпуклой поверхности лопатки наблюдается более интенсивное ускорение потока. Область сверхзвуковых скоростей на начальном участке спинки замыкается скачком уплотнения. В реальном случае вязкого газа такая картина течения не может реализоваться. В месте резкого торможения потока на спинке лопатки должен возникнуть отрыв, вызывающий изменение всей картины течения в межлопаточном канале. В рассчитываемом случае безотрывного обтекания коэффициент расхода при $i = 10^\circ$ равен 0.98.

Результаты расчетов, представленные в последних двух пунктах работы, получены при числе разностных ячеек 1400. Один вариант расчета требовал не более 1.5 час на ЭВМ БЭСМ-6. При этом, однако, установление на каждом расчетном слое проводилось с переменным шагом по времени (своим для каждой ячейки, определяемым из условия устойчивости).

Авторы признательны А. Н. Крайко, В. Д. Венедиктову и В. В. Гольцеву за полезные обсуждения и внимание к работе.

Поступила 24 VII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С. К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. Матем. сб., 1959, т. 47, № 3.
2. Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отошедшей ударной волной. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 6.
3. Gopalakrishnan S., Bozzola R. A numerical technique for the calculation of transonic flows in turbomachinery cascades. Paper ASME, 1971 No. GT-42.
4. McDonald P. W. The computation of transonic flow through twodimensional gas turbine cascades. Paper ASME, 1971, No. GT - 89.
5. Богод А. Б., Замтфорт Б. С., Иванов М. Я., Крайко А. Н. Об использовании процесса установления по времени при решении задач стационарного обтекания газом решеток профилей. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 4.
6. Богод А. Б. Применение метода установления к расчету трансзвукового течения в решетке. М., Центр. науч.-исслед. автомоб. и автомобилор. ин-т, 1973. (Рукопись деп. в НИИавтопроме, апрель 1974, № Д740098.)
7. Gopalakrishnan S., Bozzola R. Computation of schocked flows in compressor cascades. Paper ASME, 1972, No. GT-31.
8. Bowley W. W., Prince J. F. Finite element analysis of general fluid flow problems. AIAA Paper, 1971, No. 602.
9. Oliver D. A., Sparis P. A computational study of three-dimensional transonic shear flow in turbomachine cascades. AIAA Paper, 1971, No. 83.
10. Замтфорт Б. С., Иванов М. Я. Обтекание решетки симметричных профилей околосзвуковым неизэнтропическим потоком. Уч. зап. ЦАГИ, 1972, т. 3, № 6.
11. Иванов М. Я., Кимасов Ю. П. Численное решение прямой задачи определения осредненного осесимметричного потока идеального газа в ступени турбомашины. Уч. зап. ЦАГИ, 1975, т. 6, № 4.
12. Фонарев А. С. Расчет обтекания осесимметричных тел и несущих крыловых профилей трансзвуковым потоком газа. Уч. зап. ЦАГИ, 1973, т. 4, № 3.
13. Иванов М. Я., Крайко А. Н. Численное решение прямой задачи о смешанном течении в соплах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 5.
14. Иванов М. Я., Крайко А. Н. Расчет смешанного течения газа в соплах. Тр. Секции по численным методам в газовой динамике 2-го Междунар. коллоквиума по газодинамике взрыва и реагирующих систем, 1969, т. 2, М., ВЦ АН СССР, 1971.