

ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ В ДОННОЙ ОБЛАСТИ  
И БЛИЖНЕМ СЛЕДЕ С УЧЕТОМ ЗАВИХРЕННОСТИ  
ВНЕШНЕГО ПОТОКА

И. Н. МУРЗИНОВ, Г. П. ШИНКИН

(Москва)

В работе методом интегральных соотношений рассчитаны основные параметры потока в области за затупленными и острыми конусами. Аналогичные исследования проведены во многих работах, например [1-3]. В отличие от ранее предложенных методов расчета в данной работе учитывается завихренность потока, срывающегося с задней кромки тела и внешнее невязкое течение рассчитывается методом характеристик с выделением висячих скачков уплотнения — кромочного и хвостового. Стенка перед донным срезом в общем случае не предполагается теплоизолированной.

Представлены результаты расчетов в широком диапазоне параметров, определяющих задачу. Показано, что завихренность срывающегося с задней кромки потока оказывает существенное влияние на величину донного давления. Согласование результатов расчетов с имеющимися экспериментальными данными удовлетворительное.

1. На основании многочисленных экспериментальных и теоретических исследований установлена следующая характерная картина отрывного течения (фиг. 1). Пограничный слой и примыкающее к нему с внешней стороны невязкое (в общем случае завихренное) течение при достижении угловой точки вначале претерпевают резкое расширение до величины донного давления. При этом вязкие силы играют роль только в небольшом подслое, толщина которого мала по сравнению с начальной толщиной пограничного слоя (число Маха  $M \approx 1$  на границе этого подслоя перед разворотом [2, 3]). Вязкий подслоя далее развивается как свободный слой смешения на границе между невязким потоком и почти изобарической застойной областью, в которой существует слабое возвратное течение (область I). В окрестности угловой точки возникает так называемый кромочный скачок уплотнения. По мере подхода к оси течения слой смешения поворачивается, вызывая тем самым увеличение давления во внешнем течении и возникновение хвостового скачка уплотнения. Струйное течение переходит в течение типа следа, внутри которого находится точка, замыкающая зону возвратного течения (область II — ближний след, область III — дальний след).

На основании этой картины предлагается следующая модель течения. Пограничный слой при развороте и в дальнейшем до поглощения вязкой областью считается невязким, при этом дозвуковая часть набегающего пограничного слоя в силу ее малости не учитывается. В области I давление считается постоянным и равным донному. В этой области рассматривается свободный струйный слой смешения с покоящимся газом. Предполагается, что взаимодействие невязкого потока с вязким следом начинается от некоторого сечения  $x^0$ . Это сечение находится из интегральных условий склеивания [1].

2. Расчет течения взаимодействия вязкого следа с невязким завихренным потоком, которое начинается от  $x^0$ , проводится в рамках допущений теории пограничного слоя. Интегральные уравнения неразрывности и им-

пульса записываются в виде

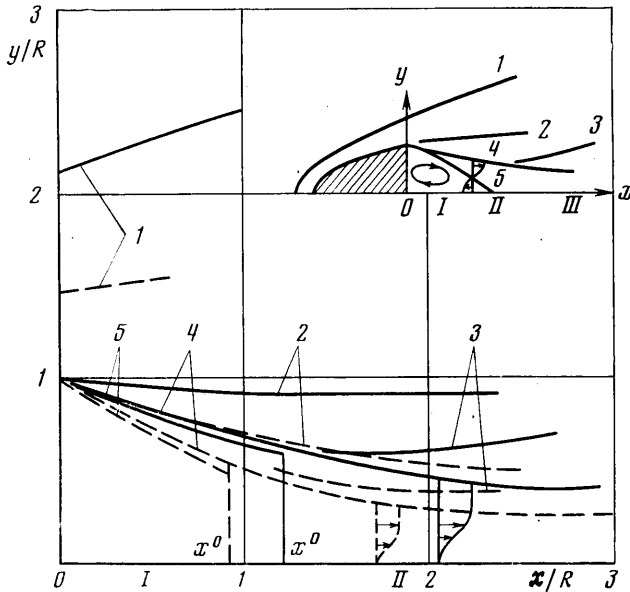
$$(2.1) \quad \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \rho u y^j dy = \rho_1 u_1 \delta^j \left( \frac{d\delta}{dx} - \operatorname{tg} \theta \right)$$

$$(2.2) \quad \frac{d}{dx} (\rho_1 u_1^2 \delta^{**}) + \rho_1 u_1 \frac{du_1}{dx} \delta^* = \delta^{1+j} \left( \frac{dp}{dx} + \rho_1 u_1 \frac{du_1}{dx} \right) + \\ + (1+j) \delta^j \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}$$

В качестве третьего уравнения, следуя [1], воспользуемся уравнением движения на оси симметрии следа

$$(2.3) \quad \rho_m u_m \frac{du_m}{dx} = - \frac{dp}{dx} + (1+j) \left( \frac{\partial \tau}{\partial y} \right)_{y=0}$$

В этих уравнениях  $x, y$  — прямоугольная система координат, ось  $x$  направлена вдоль оси симметрии и отсчитывается от донного среза обтекаемого тела,  $\delta$  — толщина турбулентного следа,  $p, \rho, u$  — давление, плотность и составляющая скорости на ось  $x$



Фиг. 1

мого тела,  $\delta$  — толщина турбулентного следа,  $p, \rho, u$  — давление, плотность и составляющая скорости на ось  $x$

$$\delta^* = (1+j) \int_0^{\delta} \left( 1 - \frac{\rho u}{\rho_1 u_1} \right) y^j dy, \quad \delta^{**} = (1+j) \int_0^{\delta} \frac{\rho u}{\rho_1 u_1} \left( 1 - \frac{u}{u_1} \right) y^j dy$$

где  $\delta^*$  и  $\delta^{**}$  — толщины вытеснения и потери импульса,  $\theta$  — угол наклона линий тока к оси на границе следа,  $\tau$  — турбулентное трение,  $j$  принимает значения 0 и 1 для плоского и осесимметричного случаев соответственно, индексы 1 и  $m$  соответствуют внешней границе и оси следа.

При интегральном подходе профиль скорости и температуры в следе характеризуются конечным числом параметров. В результате расчета

взаимодействия они должны быть определены как функции продольной координаты  $x$ . В случае потенциального внешнего потока в [1] предполагается универсальность избыточной скорости  $(u-u_1)/(u_m-u_1)=f(\eta)$  и  $H_0=\text{const}$  ( $\eta=y/\delta$ ,  $H_0$  — энтальпия торможения). В рассматриваемом завихренном случае, следуя методу среднemasсовых величин [4], предполагается, что интегральные величины  $H^*=\delta^*/\delta^{1+j}$  и  $H^{**}=\delta^{**}/\delta^{1+j}$  определяются не через истинные значения параметров на границе следа, а через среднemasсовые величины скорости и энтальпии торможения

$$u_0 = \int_0^{\psi_1} V(\psi) d\psi / \psi_1, \quad i_{00} = \int_0^{\psi_1} H_0(\psi) d\psi / \psi_1$$

где  $V(\psi)$ ,  $H_0(\psi)$  — распределения скорости и энтальпии торможения в зависимости от линий тока во внешнем невязком потоке. При этом для вычисления в следе значений  $H^*$  и  $H^{**}$  считается, что  $(u-u_0)/(u_m-u_0)=f(\eta)$  или  $u/u_0=1-mf(\eta)$ , где  $m=(u_0-u_m)/u_0$ , а  $\rho_0=(p/i_0)(\gamma-1)/\gamma$ ,  $i_0=i_{00}-u_0^2/2$ . Энтальпия торможения предполагается постоянной по сечению следа и равной среднemasсовой величине  $H_0=i_{00}(\psi_1(x))$ .

Отсюда следует, что

$$(2.4) \quad H^*(m, c_0^2) = (1+j) \int_0^1 \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_0 u_0}\right) \eta^j d\eta =$$

$$= (1+j) m \int_0^1 \frac{f(1+c_0^2(1-mf)) \eta^j d\eta}{1-(1-mf)^2 c_0^2}$$

$$(2.5) \quad H^{**}(m, c_0^2) = (1+j) \int_0^1 \frac{\rho u}{\rho_0 u_0} \left(1 - \frac{u}{u_0}\right) \eta^j d\eta =$$

$$= (1+j) (1-c_0^2) m \int_0^1 \frac{f(1-mf) \eta^j d\eta}{1-(1-mf)^2 c_0^2}$$

где  $c_0^2 = u_0^2/2i_{00}$ .

Для турбулентного трения на оси следа, используя формулу Прандтля, имеем

$$(2.6) \quad \tau = \kappa_1 \rho \delta (u_0 - u_m) \frac{\partial u}{\partial y}$$

Так же, как и в [4], можно принять

$$(2.7) \quad i_0(p, \psi) = i_{02} (p/p_2)^{(\gamma-1)/\gamma}$$

где индекс 2 соответствует параметрам в сечении перед угловой точкой.

Из (2.1) — (2.3) с учетом (2.4) — (2.7) получим<sup>1</sup>

$$(2.8) \quad \frac{d \ln \delta^{1+j}}{dx} = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{dm}{dx} = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \frac{d \ln p}{dx} = -\gamma M_1^2 \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

<sup>1</sup> Здесь опущен член, пропорциональный  $\partial u/\partial y$  на границе следа (возникающий, в частности, из-за правой части (2.2)), так как оценки показывают, что он мал по сравнению с оставшимися членами.

$$\begin{aligned}
 \text{где } \Delta_1 &= -\frac{\partial \ln H^{**}}{\partial m} \Delta_2 - \left( 2 \frac{\partial \ln H^{**}}{\partial \ln c_0^2} \frac{M_1^2}{M_0^2} + H + 2 - M_1^2 \right) \Delta_3 + f_1 \Delta \\
 \Delta_2 &= \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{H^*} + f_2 \right) \frac{c_1^2}{c_0^2} \frac{2-m}{(1-c_1^2) \kappa m} + \\
 &+ (1-f_3) \left( 2 \frac{\partial \ln H}{\partial \ln c_0^2} \frac{M_1^2}{M_0^2} - \frac{1-M_1^2}{H^*} - H - 1 \right) \\
 \Delta_3 &= -(1-f_3) \frac{\partial \ln H}{\partial m} - \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{H^*} + f_2 \right) \frac{1-m}{\kappa m^2} \\
 (2.9) \quad \Delta &= -\frac{\delta(1-m)}{(1+j) \kappa m^2} \frac{1}{1-f_3} \left( \Delta_2 + \Delta_3 \frac{c_1^2}{c_0^2} \frac{(2-m)m}{(1-c_0^2)(1-m)} \right) \\
 f_1 &= \left( \frac{d \ln v}{d\psi} - \frac{\partial \ln H^{**}}{\partial \ln c_0^2} \frac{\partial \ln c_0^2}{\partial \psi} \right)_{\psi=\psi_1} \frac{d\psi_1}{dx} \\
 f_2 &= -\frac{\delta}{(1+j)} \left( \frac{d \ln \theta}{d\psi} \frac{1}{H^*} + \frac{\partial \ln H}{\partial \ln c_0^2} \frac{\partial \ln c_0^2}{\partial \psi} \right)_{\psi=\psi_1} \frac{d\psi_1}{dx} \\
 f_3 &= \frac{\delta(1-m)^2}{2(1+j) \kappa m^2} \left( \frac{\partial \ln c_0^2}{\partial \psi} + \frac{d \ln i_{00}}{d\psi} \right)_{\psi=\psi_1} \frac{d\psi_1}{dx} \\
 M_0^2 &= \frac{2}{\gamma-1} \frac{c_0^2}{1-c_0^2}, \quad M_1^2 = \frac{2}{\gamma-1} \frac{c_1^2}{1-c_1^2}, \quad \kappa = -\kappa_1 \left( \frac{d^2 f}{d\eta^2} \right)_{\eta=0}
 \end{aligned}$$

(в дальнейшем из-за интегрального рассмотрения следа естественно именно  $\kappa$  считать постоянной турбулентности),  $c_1^2 = u_1^2 / 2H_{01}$ ,  $H = H^* / H^{**}$ ,  $\theta(\psi) = p^{1/\gamma} / \rho_1$ .

Заметим, что в случае потенциального внешнего потока  $f_1 = f_2 = f_3 = 0$ ,  $M_1 = M_0$  и система уравнений (2.8) сводится к соответствующей системе, полученной в [1, 3].

3. Будем считать, что нарастание толщины слоя смешения в области I подчиняется уравнению [3]

$$(3.1) \quad \frac{d\delta_c}{dl} = b = 0.27 \frac{1+k}{2}$$

где  $l$  — расстояние вдоль разделяющей линии тока,  $k$  — отношение плотностей газа в донной области и внешнем потоке. Тогда в зависимости от среднemasовых величин коэффициент смешения имеет следующий вид:

$$b = 0.27 [1 + (i_{00} - u_0^2/2) / i_{00}] / 2 = 0.27 (1 - c_0^2/2)$$

Систему уравнений (2.8) необходимо рассчитывать совместно с условиями во внешнем потоке. Для ее решения надо найти сечение начала взаимодействия  $x^\circ$  и начальные значения  $\delta^\circ$ ,  $m^\circ$ ,  $p^\circ$ ,  $\theta^\circ$ ,  $c_1^\circ$ ,  $c_0^\circ$ ,  $\psi_1^\circ$  в этом сечении, которые определяются условиями склеивания по абсолютной толщине пограничного слоя, толщине вытеснения и расходу газа при  $x^\circ$

$$(3.2) \quad r_0(x^\circ) + y_1 \cos \theta^\circ = \delta^\circ$$

$$(3.3) \quad (r_0(x^\circ) - y_1 \operatorname{tg} \theta^\circ \sin \theta^\circ)^{1+j} = \delta^{\circ+1} H^*(m^\circ, c_0^{\circ 2})$$

$$\begin{aligned}
 (3.4) \quad &(1-B) [2(r_0(x^\circ) + \\
 &+ y_2 \cos \theta^\circ) + \delta_c \cos \theta^\circ H_1^{**}(1, c_0^{\circ 2}) / H^{**}(1, c_0^{\circ 2})]^j \delta_c H^{**}(1, c_0^{\circ 2}) = \\
 &= \delta^{\circ+1} G(m^\circ, c_0^{\circ 2})
 \end{aligned}$$

Здесь  $f(\eta^*) = 1/m^*$ ,  $B = m_+/m_-$  — параметр слабого вдува ( $m_+$  — расход газа, вдуваемого со стороны донного среза,  $m_-$  — расход газа, подсосанного слоем смешения),  $r_0$  — расстояние от оси симметрии до разделяющей линии тока,  $\theta^\circ$  — угол ее наклона к оси  $x$

$$H^{**} = \int_0^1 \frac{\rho u}{\rho_0 u_0} \left(1 - \frac{u}{u_0}\right) d\eta, \quad H_1^{**} = 2 \int_0^1 \frac{\rho u}{\rho_0 u_0} \left(1 - \frac{u}{u_0}\right) \eta d\eta,$$

$$G = -(1+j) \int_0^{\eta^*} \frac{\rho u}{\rho_0 u_0} \eta^j d\eta$$

Здесь  $G$  — величина расхода при обратном течении газа,  $y_1$ ,  $y_2$  — расстояния от разделяющей линии тока, отсчитываемые по нормали к ней, до верхней и нижней границ слоя смешения соответственно

$$(3.5) \quad y_1 = \delta_c (1 - H^*(1, c_0^{\circ 2})) - j(r_0/\cos \theta^\circ - \sqrt{r_0^2/\cos^2 \theta^\circ - \delta_c^2 (H_1^*(1, c_0^{\circ 2}) - H^{*2}(1, c_0^{\circ 2}))})$$

$$y_2 = y_1 - \delta_c, \quad H^* = \int_0^1 \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_0 u_0}\right) d\eta, \quad H_1^* = 2 \int_0^1 \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_0 u_0}\right) \eta d\eta$$

(в (3.5) пренебрежено  $H^{**}$  и  $H_1^{**}$  по сравнению с  $H^*$  и  $H_1^*$ ).

При заданной величине донного давления  $p^\circ$  условий (3.2) — (3.4) достаточно для нахождения всех остальных начальных данных. А само донное давление подбирается из условия непрерывности решения системы (2.8) в окрестности седловой особой точки [1].

Для расчета методом характеристик невязкой области течения вниз по потоку от донного среза использовались в основном рекомендации работы [6].

Вначале определялись значения параметров на нормали к телу в угловой точке. Для этого пограничный слой на теле считался турбулентным и в нем полагалось

$$u/u_1 = (y/\delta)^{1/7}, \quad H_0 = (H_0 - H_w)u/u_1 + H_w$$

где  $H_w$  — энтальпия стенки. Толщина пограничного слоя  $\delta$  определялась по обычным зависимостям для турбулентного пограничного слоя на теле на основе метода среднemasовых величин. Дозвуковой частью пограничного слоя пренебрегалось, так что стенка отождествлялась с линией тока, где число Маха  $M = 1.1$ . Начальные параметры вне пограничного слоя определялись на основе точных численных расчетов [7]. По заданным начальным данным и донному давлению  $p^\circ$  рассчитывалась разделяющая линия тока и из формул (3.1), (3.5) определялись  $\delta_c$ ,  $y_1$ ,  $y_2$ , а по величине  $y_1$  — значение функции тока на границе слоя смешения  $\psi_1$ . Повторным пересчетом, задавая среднее значение коэффициента в (3.1), полученные значения уточнялись. В слое смешения интегральные толщины рассчитывались с использованием известного профиля [8]

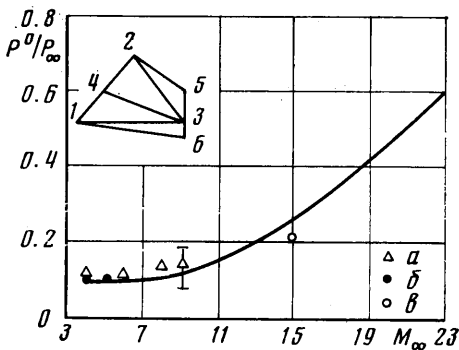
$$f(\eta) = 1 - 3\eta^2 + 2\eta^3 \quad (\eta = (y - y_2)/\delta_c)$$

Расчет разделяющей линии тока и слоя смешения ведется до сечения, где выполняются интегральные условия склеивания (3.2) — (3.4). Далее интегрируются уравнения взаимодействия. Вначале по известным параметрам в точке 1 (фиг. 2) из уравнения характеристики второго семейства (2-3) и уравнения (2.8) для границы следа (1-3) находятся координаты границы слоя в точке 3 ( $x_3$ ,  $y_3$ ). Выпускаются линии тока из точек 1 и 2, через значения линий тока в точках 5 и 6 линейной интерполяцией вычисляется функция тока в точке 3. Определяется новое значение  $d\psi_1/dx$  (в первой итерации задается  $d\psi_1/dv$  с предыдущего шага) и так далее до сходимости. Затем по уравнению (2.8) рассчитываются давление  $p_3$  и дефект скорости  $m_3$

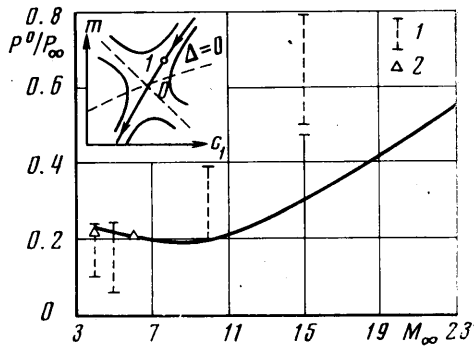
в точке 3, а из соотношения на характеристике (2-3) по величине  $p_3$  определяется угол наклона  $\theta_3$  линии тока в точке 3. Из точки 3 выпускается линия тока до пересечения с характеристикой первого семейства (1-2) в точке 4. Линейной интерполяцией через значения в точках 1 и 2 находятся энтальпия  $H_4$ ,  $p_4$  и энтальпия торможения  $H_{03}$  в точке 3, из соотношения на линии тока —  $H_3$ . Повторным пересчетом, средние значения коэффициентов в уравнениях (2.8) и в соотношениях на характеристике, полученные значения в точке 3 уточняются. При этом в следе принималось [3]

$$f(\eta) = 1 - 3(\eta^{1+j})^2 + 2(\eta^{1+j})^3$$

Взаимодействие невязкого завихренного потока с областью постоянного давления и следом приводит к возникновению висячих скачков уплотнения: кромочного и хвостового. Расчет невязкого потока построен так, что эти скачки выделяются и рассчитываются.



Фиг. 2



Фиг. 3

Интегрирование уравнений взаимодействия (2.8) проводится до окрестности особой точки, поведение решения в которой определяет значение донного давления  $p^0$ .

4. На фиг. 3 схематически изображено поле интегральных кривых в окрестности особой точки 0 в плоскости  $mc_1$ . Точка 1 представляет собой крайнюю точку выделяемой особой кривой. Анализ проведенных численных расчетов показывает, что в окрестности особой точки членами  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  можно пренебречь, так как здесь  $f_1 \ll \Delta_1/\Delta$ ,  $f_2 \ll \text{tg } \theta/H^*$ ,  $f_3 \ll 1$ . Так, например, в варианте расчета затупленного конуса с охлажденной стенкой в сечении  $x/R=2.05$  ( $R$  — радиус донного среза),  $f_1=0.005$ ,  $f_2=-0.0005$ ,  $f_3=0.003$ , а  $\Delta_1/\Delta=-0.85$ ,  $\text{tg } \theta/H^*=-0.21$ . Аналогичные соотношения между этими величинами наблюдаются и в других вариантах расчетов. В то же время среднемаховые величины еще заметно отличаются от значений переменных на границе следа. В этом же варианте расчета  $M_1^2=9.45$ ,  $M_0^2=7.85$  при  $x/R=2.05$ .

В окрестности особой точки из (2.7) приближенно следует:

$$(4.1) \quad (1-c_0^2)/(1-c_1^2) \cong \text{const}$$

Из условия  $\Delta_2=\Delta_3=0$ , исключая угол наклона линий тока, можно получить, что в точке 0

$$(4.2) \quad 2 \frac{\partial \ln H}{\partial \ln c_0^2} \frac{M_1^2}{M_0^2} - \frac{1-M_1^2}{H^*} - H - 1 - \frac{(2-m)mc_1^2}{(1-m)c_0^2(1-c_1^2)} \frac{\partial \ln H}{\partial m} = 0$$

Итерации для нахождения особой точки строятся следующим образом. Задается некоторое значение  $c_1^2$  в точке 0, из (4.2) с учетом (4.1) получается значение  $m$  в этой точке. В плоскости  $mc_1$   $c_1^2$  линейно продолжается через точки 1 и 0. В рамках

принятых допущений из уравнения сохранения импульса имеем

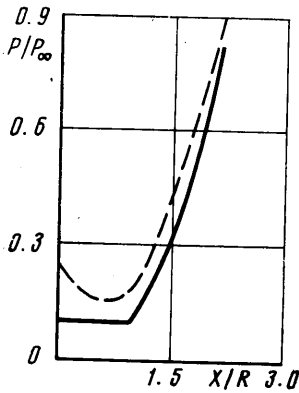
$$(4.3) \quad \delta(m) = \delta_- \left( \frac{H_-^{**}}{H^{**}} \exp \left( \int_m^{m_-} \frac{H+2-M_1^2}{2} \frac{d \ln c_1^2}{dm} \right) \right)^{1/(1+j)}$$

(Минус в индексе соответствует параметрам в точке 1.)

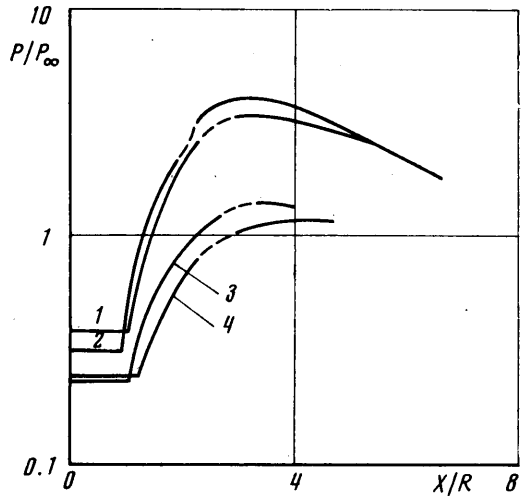
Из выражения (2.9), поделив его на  $\Delta$  и положив  $f_3=0$ , получим

$$(4.4) \quad x(m) = x_- + \int_m^{m_-} \frac{\delta(m)}{(1+j)\kappa} \left( \frac{1-m}{m^2} + \frac{2-m}{2m(1-c_1^2)} \frac{c_1^2}{c_0^2} \frac{d \ln c_1^2}{dm} \right) dm$$

Зная зависимости (4.3), (4.4), из соотношений на характеристике второго семейства находятся  $p(x)$ ,  $\psi_1(x)$ ,  $\theta(x)$  в окрестности особой точки. После того как  $\Delta$  меняет знак (вычисление  $\Delta$ ,  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ ,  $\Delta_3$  проводится при  $f_1=f_2=f_3=0$ ); расчет ведется опять по уравнениям взаимодействия (2.8). В зависимости от поведения решения за особой точкой задается новое значение  $c_1^2$  в точке, и так до сходимости.



Фиг. 4



Фиг. 5

5. В уравнения взаимодействия входит неизвестная постоянная турбулентности  $\kappa$ . Она определялась из сопоставления рассчитанного донного давления с экспериментально замеренным в работе [9]. В данном случае решалась обратная задача: задавалось замеренное в эксперименте донное давление, а значение  $\kappa$  подбиралось таким, чтобы решение было особым при этой величине  $p^0$ . Определяющие параметры в расчете задавались такими же, как и в [9]: угол полураствора острого конуса  $\theta_c=5^\circ$ ,  $M_\infty=8$ ,  $H_w/H_{0\infty}=0.32$ ,  $Re=r_{\infty}u_{\infty}R/\mu_\infty=0.71 \cdot 10^8$  (индекс  $\infty$  соответствует параметрам в невозмущенном потоке). Было получено  $\kappa=0.046$ .

С этим значением  $\kappa$  для острых и затупленных конусов проведены расчеты в широком диапазоне определяющих параметров:  $M_\infty=4 \div 23$ ,  $Re=10^6 \div 10^8$ ,  $B=0 \div 0.75$ ,  $H_w/H_{0\infty}=0.1 \div 1$ . На фиг. 1 приведена рассчитанная геометрическая картина течения за затупленным конусом с  $r/R=0.3$  ( $r$  — радиус сферического затупления),  $\theta_c=10$  при  $M_\infty=4$  (сплошная линия) и  $M_\infty=15$  (штриховая линия),  $H_w/H_{0\infty}=0.1$ ,  $Re=0.45 \cdot 10^7$ ,  $B=0$ . Здесь цифрами 1—5 обозначены соответственно головная ударная волна, кромочный и хвостовой скачки, верхняя граница слоя смешения, переходящая

в границу вязкого следа, разделяющая линия тока (профиль скорости изображен в критической точке следа). Всякие скачки уплотнения поворачиваются в направлении к оси следа при увеличении  $M_\infty$ . При этом интенсивность их растет. Так, на кромочном скачке отношение плотностей до скачка и после него достигает значений 0.93 (при  $M_\infty=4$ ) и 0.83 (при  $M_\infty=15$ ), на хвостовом — 0.62 и 0.44 соответственно. Для сравнения укажем, что на головной ударной волне в окрестности угловой точки эти отношения порядка 0.7 и 0.23 при  $M_\infty=4, 15$ .

Рассчитанная зависимость  $p^\circ/p_\infty$  от  $M_\infty$  для острого конуса с  $\theta_c=9^\circ$  при  $H_w/H_{0\infty}=0.35$ ,  $Re=0.2 \cdot 10^7$ ,  $B=0$  на фиг. 2 сравнивается с экспериментальными данными [9] для такого же конуса (а), с данными Уитфильда и Поттера, заимствованными из [10, 11] (б), а также с летными данными [10] (в). На фиг. 3 приведена рассчитанная зависимость  $p^\circ/p_\infty$  от  $M_\infty$  для затупленного конуса с  $r/R=0.3$ ,  $\theta_c=10^\circ$ ,  $H_w/H_{0\infty}=0.1$ ,  $Re=0.45 \cdot 10^7$ ,  $B=0$ . Там же для сравнения приведены (1) — летные данные из [11] и (2) — данные наземных испытаний [9]. Расхождение результатов расчета и летных испытаний при  $M_\infty=15$  можно объяснить влиянием уноса массы с поверхности конуса. В [12] путем сравнения летных данных для конусов со слабоаблирующим ( $\dot{m}/\rho_\infty u_\infty A=0.007$ ) и среднеаблирующим ( $\dot{m}/\rho_\infty u_\infty A=0.014$ ) покрытием показано, что у последних донное давление при прочих равных условиях на 30—40% выше.

Расчеты показывают, что давление достаточно резко возрастает вдоль продольной координаты (степень нарастания увеличивается с ростом  $M_\infty$ ). На фиг. 4 сравнивается полученное распределение давления для острого конуса с  $\theta_c=9^\circ$  при  $M_\infty=6$ ,  $H_w/H_{0\infty}=0.35$ ,  $Re=0.2 \cdot 10^7$  (сплошная линия) с замеренным в [13] (штриховая). Степень нарастания давления подтверждается, различие в донном давлении можно объяснить тем, что в эксперименте конус крепился на передней державке, проходящей через горло сопла. Из-за этого толщина пограничного слоя перед угловой точкой больше рассчитываемой, а это в свою очередь приводит к увеличению  $p^\circ$ . Так, при изменении числа Рейнольдса от  $0.2 \cdot 10^7$  до  $10^8$  на остром конусе ( $\theta_c=9^\circ$ ) толщина пограничного слоя уменьшается, примерно в 2 раза, что приводит и к уменьшению  $p^\circ$  примерно в 2 раза.

Вертикальные линии на фиг. 2, 3 показывают влияние энтальпийного фактора на величину  $p^\circ$ . Верхние границы соответствуют  $H_w/H_{0\infty}=1$ , нижние —  $H_w/H_{0\infty}=0.1$ . Влияние  $H_w/H_{0\infty}$  растет с увеличением  $M$ . Так, на затупленном конусе при  $H_w/H_{0\infty}=0.1 \div 1$ ,  $p^\circ/p_\infty=0.234 \div 0.238$  для  $M_\infty=4$  и  $p^\circ/p_\infty=0.31 \div 0.48$  для  $M_\infty=15$ .

В соответствии с экспериментальными данными  $p^\circ/p_\infty$  растет с увеличением параметра вдува  $B$  (на затупленном конусе от 0.31 до 0.65 при  $M=15$ , на остром — от 0.12 до 0.25 при  $M=9.2$  при изменении  $B$  от 0 до 0.75, плотность вдува  $(\rho u)_+ / (\rho u)_\infty$  изменяется при этом на затупленном конусе от 0 до  $0.48 \cdot 10^{-3}$ , на остром — от 0 до  $0.39 \cdot 10^{-3}$ ), нарастание давления вдоль продольной координаты становится более пологим, критическая точка слабо смещается от донного среза.

На фиг. 5 приведены рассчитанные распределения давления для следующих вариантов:  $r/R=0.3$ ,  $\theta_c=10^\circ$ ,  $Re=0.45 \cdot 10^7$ ,  $H_w/H_{0\infty}=0.1$ ,  $M_\infty=4$  и  $B=0$  (кривая 1, толщина пограничного слоя на теле до разворота  $\delta_T/R=0.05$ ),  $M_\infty=15$  и  $B=0, 0.25$  (кривые 2, 3,  $\delta_T/R=0.12$ ); кривая 4 —  $r/R=0$ ,  $\theta_c=9^\circ$ ,  $Re=0.2 \cdot 10^7$ ,  $H_w/H_{0\infty}=0.35$ ,  $M_\infty=9.2$ ,  $B=0.75$  ( $\delta_T/R=0.08$ ). Пунктиром обозначена окрестность особой точки.

В заключение отметим, что в предлагаемом методе определения давления в донной области и ближнем следе при вычислении интегральных толщин предполагается, что энтальпия торможения постоянна в поперечном сечении вязкой области и равна среднemasсовой энтальпии торможения.



При рассмотрении слоя смешения с покоящимся газом это предположение эквивалентно тому, что донная энтальпия  $H^\circ$  как бы переменна в области постоянного давления, что не соответствует экспериментальным данным. Для оценки влияния этого факта на величину донного давления проводились также расчеты при различных постоянных значениях  $H^\circ$ , при этом в зоне смешения задавалось  $H_0 = (i_{00} - H^\circ)u/u_0 + H^\circ$ . Расчеты показали, что изменение  $H^\circ$  в разумных пределах не приводит к существенному отличию вновь рассчитанных  $p^\circ$  от ранее полученных. Так, например, при  $M_\infty = 15$  и  $H_\infty/H_{0\infty} = 0.1$  при  $Re = 0.45 \cdot 10^7$ ,  $B = 0$ ,  $r/R = 0$  изменение  $H^\circ/H_{0\infty}$  от 0.5 до 0.7 ведет к изменению  $p^\circ/p_\infty$  от 0.273 до 0.347 (ранее рассчитанное значение  $p^\circ/p_\infty = 0.311$ ). Отличие крайних значений от ранее полученного составляет  $\sim 10\%$ . Это является следствием того, что предположение о постоянстве энтальпии торможения используется только для вычисления интегральных толщин вязкой области.

Поступила 5 II 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гогин Л. В., Соболева Т. С., Степанов Г. Ю. Взаимодействие турбулентного следа с внешним потоком. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 3.
2. Alber I. E., Lees L. Integral theory for supersonic turbulent base flows. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 7.
3. Гогин Л. В., Степанов Г. Ю. Расчет турбулентного следа за конусом в сверхзвуковом потоке. Науч.-исслед. ин-т механ. МГУ, Отчет № 1434, 1973.
4. Лунев В. В. Метод среднemasсовых величин для пограничного слоя во внешнем потоке с поперечной неоднородностью. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 1.
5. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М., Физматгиз, 1960.
6. Лунев В. В., Павлов В. Г., Синченко С. Г. Гиперзвуковое обтекание сферы равновесно диссоциирующим воздухом. Ж. вычислит. и матем. физ., 1966, № 1.
7. Лунев В. В., Магомедов К. М., Павлов В. Г. Гиперзвуковое обтекание притупленных конусов с учетом равновесных физико-химических превращений. М., 1968. (Тр. ВЦ АН СССР).
8. Гиневский А. С. Теория турбулентных струй и следов. М., «Машиностроение», 1969.
9. Zarin N. A. Base pressure measurements on sharp and blunt  $9^\circ$  cones at Mach numbers from 3.50 to 9.20. AIAA Journal, 1966, vol. 4, No. 4.
10. Bulmer B. M. Hypersonic flight results showing Reynolds number influence on turbulent base pressure. AIAA Journal, 1973, vol. 11, No. 12.
11. Cassanto J. M., Mendelson R. S. Local flow effects on base pressure. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 6.
12. Cassanto J. M., Hoyt T. L. Flight results showing the effect of mass addition on base pressure. AIAA Journal, 1970, vol. 8, No. 9.
13. Martellucci A., Trucco H., Agnone A. Measurements of the turbulent near wake of a cone at Mach 6. AIAA Journal, 1966, vol. 4, No. 3.