

О ДВУМЕРНОМ НЕСТАЦИОНАРНОМ РАЗЛЕТЕ ГАЗА В ВАКУУМ ИЗ ПЛОСКОГО ИЛИ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО КАНАЛА

В. А. ДВОРНИКОВ, Л. В. КОМАРОВСКИЙ

(Томск)

Исследуется нестационарное истечение идеального политропного газа из плоского или осесимметричного канала. При этом предполагается, что газ первоначально покоится, а диафрагма, отделяющая его от вакуума, может находиться в любом сечении канала.

Рассмотрим осесимметричный канал радиуса d , течение газа в котором считается одномерным изэнтропическим. В момент времени t_0 с торца канала газ со сверхзвуковой скоростью начинает вытекать в вакуум. При $t > t_0$ вытекающий одномерный поток, подвергаясь боковому контакту с вакуумом, расширяется в стороны, образуя осесимметричную боковую волну разрежения. Для выяснения качественных характеристик газовой струи, формирующейся вне трубы, ограничимся рассмотрением наиболее простых исходных одномерных течений в канале, а именно центрированных волн разрежения (волны Римана). В силу теоремы Томсона течение вне трубы при $t > t_0$ останется изэнтропическим и потенциальным и будет описываться следующей системой уравнений газовой динамики [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{2a}{\gamma-1} \frac{\partial a}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{2a}{\gamma-1} \frac{\partial a}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial a}{\partial t} + u \frac{\partial a}{\partial x} + v \frac{\partial a}{\partial y} + \frac{\gamma-1}{2} a \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y} \right) &= 0, \quad P = \frac{\rho^\gamma}{\gamma} \end{aligned} \quad (1)$$

Система (1) записана в безразмерном виде. За единицы масштаба выбраны: критическая скорость газа a , радиус канала d , плотность газа в критической точке ρ .

Как известно [2], центрированная волна разрежения описывается соотношениями

$$(2) \quad (x+x_0)/t = u-a, \quad u = (\gamma+1)/(\gamma-1) - 2a/(\gamma-1)$$

Такое течение газа в трубе можно осуществить следующим образом: пусть в некотором сечении трубы на расстоянии x_0 от торца находится диафрагма, слева от которой газ с давлением p_0 , плотностью ρ_0 , справа — вакуум. В момент $t=0$ диафрагма убирается и газ приходит в соприкосновение с вакуумом. На месте диафрагмы установится критическая скорость, влево пойдет центрированная волна разрежения, параметры в которой и будут описываться соотношениями (2). Из (2) следует, что фронт свободного разлета газа перемещается по трубе со скоростью $u = (\gamma+1)/(\gamma-1)$ и достигает торца в момент $t = (\gamma-1)/(\gamma+1)x_0$. С этого момента времени начнется пространственный боковой разлет газа.

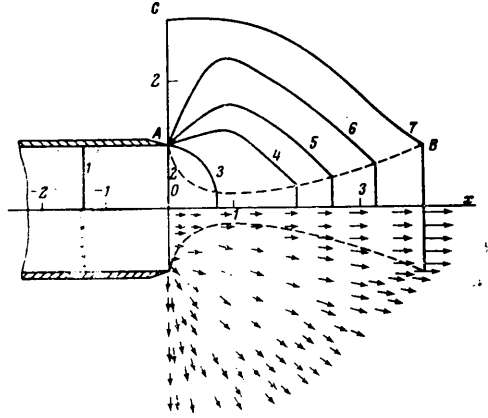
Область бокового взаимодействия вакуума с центрированной одномерной волной будет формироваться за характеристической поверхностью AB

(фиг. 1). Из условия сверхзвукового режима течения, имеющего место во всей одномерной области потока при $x > -x_0$, следует, что эта характеристика, несущая возмущения бокового разлета, не проникнет во внутреннюю область трубы, а будет только изменять свой угол наклона на кромке. Закон изменения этого угла будет определяться из соотношения $\sin(\theta_0(t)) = a/u$. Откуда для центрированных волн найдем

$$(3) \quad \theta_0(t) = -\arcsin \left[\left(1 - \frac{1}{h^2} \frac{x_0}{t} \right) / \left(1 + \frac{2}{\gamma+1} \frac{x_0}{t} \right) \right], \quad h = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}$$

При $x_0=0$ из (3) следует, что угол $\theta_0(t)$ не зависит от времени t и равен $\theta = -\pi/2$.

Из физической картины течения ясно, что кромка трубы, где плотность газа меняется от плотности в примыкающем одномерном потоке до нуля, должна представлять собой особенность в решении, описывающем это течение. Вводя в рассмотрение новые независимые переменные r, θ, φ соотношениями $x = r \cos \theta, y = (r \sin \theta + 1) \cos \varphi, z = (r \sin \theta + 1) \sin \varphi$, получим из (1) следующие значения скорости газа и скорости звука:



Фиг. 1

$$\begin{aligned} N(t, \theta, r) &= A(t) \sin(\theta/h + \varphi(t)) + \sum_{i=1}^{\infty} N_i(t, \theta) r^i \\ T(t, \theta, r) &= A(t)/h \cos(\theta/h + \varphi(t)) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i+1} \frac{\partial N_i(t, \theta)}{\partial \theta} r^i \\ a(t, \theta, r) &= \left\{ \frac{A^2(t)}{h^2} \cos^2(\theta/h + \varphi(t)) + (1-\gamma) \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{\partial N_{i-1}(t, \theta)}{\partial t} + \right. \right. \\ (4) \quad &+ \frac{1}{2} \sum_{j=0}^i \left(N_j(t, \theta) N_{i-j}(t, \theta) + \frac{1}{(i-j+1)(j+1)} \frac{\partial N_{i-j}(t, \theta)}{\partial \theta} \times \right. \\ &\times \left. \left. \frac{\partial N_j}{\partial \theta}(t, \theta) \right) \right\}^{1/2} r^i \Big\} \\ N_i(t, \theta) &= \sin^{i/2}(\theta/h + \varphi(t)) \cos^{(ih^2+2)/2}(\theta/h + \varphi(t)) \times \\ &\times \left[\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{h F_i(t, \theta) d\theta}{2 A^2(t) \sin^{i/2+1}(\theta/h + \varphi(t)) \cos^{(ih^2+4)/2}(\theta/h + \varphi(t))} + c_i(t) \right] \\ F_i(t, \theta) &= \frac{a'_{i-1}}{\gamma-1} + \sum_{j=1}^{i-1} \left\{ \frac{i-j+(\gamma-1)(j+1)}{\gamma-1} N_j a_{i-j} + \frac{T_j a'_{i-j}}{\gamma-1} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + a_j T'_{i-j_0} - \left[\frac{N'_{i-1}}{i} + \frac{1}{2} (N_j N_{i-j} + T_j T_{i-j}) \right] (N_0 (i + \gamma - 1) + \\
& + (\gamma - 1) T'_{00}) - \left[\frac{N'_{i-1\theta}}{i} + \frac{1}{2} (N_i N_{i-j} + T_j T_{i-j})'_{\theta} \right] T_0 \Big\} + \\
& + \sum_{j+\alpha=i-1} [a_j (N_k \sin \theta + T_k \cos \theta) + \\
& + \left(\frac{(k + (j + 1)(\gamma - 1))}{\gamma - 1} a_k N_j + \frac{T_j a'_{k\theta}}{\gamma - 1} + a_j T'_{k0} + \frac{a'_{i-2t}}{\gamma - 1} \right) \sin \theta \Big] \\
T_i(t, \theta) &= \frac{1}{i+1} \frac{\partial N_i}{\partial \theta}(t, \theta),
\end{aligned}$$

$$a_i(t, \theta) = -(\gamma - 1) \left[\frac{1}{i} \frac{\partial N_{i-1}}{\partial t} + \frac{1}{2} \sum_{j=0}^i (N_j N_{i-j} + T_j T_{i-j}) \right]$$

Здесь T , N — тангенциальная и радиальная компоненты скорости газа соответственно.

Вид произвольных функций $c_i(t)$ в (4) определяется из стыковки течения в боковой волне разрежения с одномерным потоком.

Из решений (4) для параметров газа на самом контуре имеем следующие выражения:

$$\begin{aligned}
(5) \quad N(t, \theta, 0) &= A(t) \sin(\theta/h + \varphi(t)), \quad T(t, \theta, 0) = \frac{A(t)}{h} \cos\left(\frac{\theta}{h} + \varphi(t)\right), \\
a(t, \theta, 0) &= \frac{A(t)}{h} \cos\left(\frac{\theta}{h} + \varphi(t)\right)
\end{aligned}$$

Произвольные функции $A(t)$, $\varphi(t)$ найдем из условия примыкания боковой волны разрежения к одномерному потоку в точках кромки трубы. Получим

$$\begin{aligned}
A(t) &= \left(1 + \frac{2}{\gamma+1} \frac{x_0}{t} \right) (\cos^2(\theta_0(t)) + h^2 \sin^2(\theta_0(t)))^{1/2}, \\
\varphi(t) &= \arctg \left(-\frac{\operatorname{ctg} \theta_0(t)}{h} \right) - \frac{\theta_0(t)}{h}
\end{aligned}$$

Таким образом, течение газа на кромке будет следующим:

$$\begin{aligned}
(6) \quad N(t, \theta, 0) &= \left(1 + \frac{2}{\gamma+1} \frac{x_0}{t} \right) (\cos^2(\theta_0(t)) + h^2 \sin^2(\theta_0(t)))^{1/2} \\
\sin \left(\frac{\theta}{h} + \arctg \left(-\frac{\operatorname{ctg} \theta_0(t)}{h} \right) - \frac{\theta_0(t)}{h} \right) \\
T(t, \theta, 0) &= \frac{1}{h} \left(1 + \frac{2}{\gamma+1} \frac{x_0}{t} \right) (\cos^2(\theta_0(t)) + h^2 \sin^2(\theta_0(t)))^{1/2} \\
\cos \left(\frac{\theta}{h} + \arctg \left(-\frac{\operatorname{ctg} \theta_0(t)}{h} \right) - \frac{\theta_0(t)}{h} \right) \\
a(t, \theta, 0) &= h^{-1} (1 + 2x_0((\gamma+1)t^{-1}) (\cos^2(\theta_0(t)) + h^2 \sin^2(\theta_0(t)))^{1/2} \\
&\cos(\theta/h + \arctg(-\operatorname{ctg}(\theta_0(t))/h) - \theta_0(t)/h)
\end{aligned}$$

Полагая в (6) $x_0=0$ и учитывая (3), получим

$$(7) \quad N=h \sin(\theta/h+\pi/2h), \quad T=\cos(\theta/h+\pi/2h), \quad a=\cos(\theta/h+\pi/2h)$$

Формулы (7), как легко видеть, в стационарных плоских течениях описывают течения Прандтля — Майера [3] с критической скоростью набегающего потока. Поэтому выражения (6) можно будет трактовать как своего рода нестационарный аналог вышеупомянутого течения газа.

Найдем границы боковой волны разрежения. Из (6), (7) для левой крайней характеристической поверхности, где скорость звука равна нулю, имеем следующие углы разворота:

$$(8) \quad \begin{aligned} \theta^* &= \pi/2(h-1), \quad x_0=0 \\ \theta^* &= h(\theta_0(t)/h - \arctg \theta_0(t)/h) + \pi/2, \quad x_0 \neq 0 \end{aligned}$$

Вдоль характеристической поверхности выполняется соотношение [1]

$$(9) \quad V(du)^2 + (dv)^2 + (dw)^2 + 2(\gamma-1)^{-1}da=0$$

Для предельной характеристической поверхности с углом разворота из (7) имеем $da=0$, а из (9) получим постоянство проекций скорости газа. Значение проекций скорости найдем из условия на кромке трубы, положив в (7) $\theta=\theta^*$. Если учесть еще, что при $a=0$ характеристика совпадает с траекторией частицы газа, то придем к следующему результату: предельная характеристическая поверхность является усеченным конусом с углом раствора $\theta=2\theta^*$, а газ на этой поверхности имеет только радиальную компоненту скорости $N(t, \theta^*, r)=h$.

Полученная зависимость разворота предельной характеристической поверхности от времени t (8) дает возможность исследовать границу свободного разлета газа в вакууме. Из (8) имеем значение угла $\theta^*(t)$, который образует предельная характеристическая поверхность в точках кромки трубы в каждый момент времени; на ней $a=0$, следовательно, под этим углом вылетает в вакуум очередная частица газа со скоростью

$$N(t, \theta^*, 0) = (1+2x_0t^{-1}/(\gamma+1))(\cos^2(\theta_0(t))+h^2\sin^2(\theta_0(t)))^{1/2}$$

Тогда уравнение поверхности разлета в параметрической форме можно записать

$$(10) \quad \begin{aligned} r(t) &= (1+2t^{-1}(\gamma+1)^{-1}x_0)(\cos^2(\theta_0(t_1))+h^2\sin^2(\theta_0(t_1)))^{1/2}(t-t_1) \\ \theta(t) &= \theta_0(t_1) - h \arctg(-h^{-1} \operatorname{ctg}(\theta_0(t_1))) + h\pi/2 \end{aligned}$$

где t_1 — время отрыва частицы от кромки, $\theta_0(t_1)$ берется из (3). На фиг. 2 изображены профили струи, полученные из (10) для $x_0=-0.5$ в следующие моменты времени: 1 — 0.3, 2 — 0.44, 3 — 0.6.

Найдем границу перехода простой волны в боковую волну разрежения. Так как эта поверхность будет характеристической, то для ее нахождения требуется решить уравнение [1]

$$(11) \quad \frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} + w \frac{\partial f}{\partial z} = \pm a \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}$$

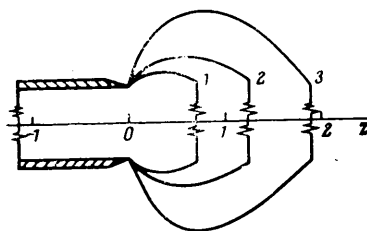
с условием, что поверхность сходится с кромки трубы. В данном случае течение осесимметрично и характеристика примыкает к центрированной вол-

не (2). Учитывая все это, запишем (11) в виде

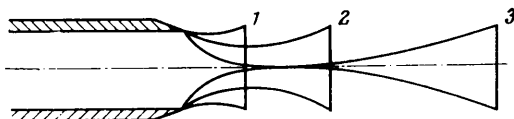
$$(12) \quad \frac{\partial f}{\partial t} + \left(1 + \frac{2(x+x_0)}{(\gamma+1)t}\right) \frac{\partial f}{\partial x} = \pm \left(1 - \frac{(\gamma-1)(x+x_0)}{(\gamma+1)t}\right) \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y_1}\right)^2}$$

$$y_1 = \sqrt{y^2 + z^2}$$

Принимая за независимые переменные v — угол между нормалью к характеристической поверхности и осью Ox , искомую функцию f , удастся



Фиг. 2



Фиг. 3

проинтегрировать уравнение (12) и получить следующее неявное уравнение характеристической поверхности:

$$(13) \quad \begin{aligned} x &= h^2 t - x_0 + (\gamma+1) M_s' s / (2\psi(v)), \quad r = M(s) - (\gamma+1) M_s' s \cos v / \\ &\quad / (2\psi(v) \sin v) \\ s &= t [\cos v - (\gamma-1)/2]^{2/(3-\gamma)} (1 + \cos v)^{-1/2} (1 - \cos v)^{-(\gamma+1)/(2(3-\gamma))} \\ \psi(v) &= 2(\gamma+1)^{-1} \cos v - h^{-2} \end{aligned}$$

Здесь $M(s)$ — произвольная функция.

Учитывая, что характеристическая поверхность сходится с кромки трубы под углом $\theta = \theta_0(t)$, определяемым из (3), можно найти произвольную функцию $M(s)$. На фиг. 3 показан профиль характеристической поверхности в одномерном потоке $x_0 = -0.5$ в следующие моменты времени: 1 — 0.5, 2 — 1.0, 3 — 1.85. С удалением диафрагмы от торца канала профиль характеристической поверхности становится более плавным. При $x_0 = 0$ уравнение характеристической поверхности можно записать в явном виде

$$(14) \quad \begin{aligned} \left(\frac{y_1-1}{t}\right)^2 &= \frac{\gamma+1}{3-\gamma} \left[\left(1 - \frac{x}{h^2 t}\right)^2 - \left(1 - \frac{x}{h^2 t}\right)^{h^2} \right] \\ \left(\frac{y_1-1}{t}\right)^2 &= \frac{1}{2} \left(\frac{x}{t} - 2\right)^2 \ln \left(\frac{2t}{2t-x}\right) \quad (\gamma=3) \end{aligned}$$

Таким образом, видно, что на структуру расширяющейся газовой струи существенно влияет показатель политропы, удаление диафрагмы от торца трубы, время.

Ясно, что при нахождении течения газа во всей области бокового разлета решений (4) будет недостаточно, так как их точность падает с ростом r . Поэтому для окончательного решения поставленной задачи обратимся к численным методам расчета, используя их в совокупности с аналитическими решениями (4). С целью уменьшения дальнейших выкладок при нахождении течения в боковой волне разрежения упростим физическую постановку и рассмотрим только предельный случай истечения, когда $x_0 = 0$.

В решении (4) ограничимся первыми тремя членами. Тогда

$$(15) \quad A(t) = h, \varphi(t) = -\pi/(2h), c_1 = 0, c_2 = 5h/(3(\gamma+1)t^2)$$

Выделим некоторую, достаточно малую, окрестность точки $r=0$ поверхностью $r=E(\theta, t)$, параметры потока на которой будем брать из (4). Эта поверхность и характеристика (14), сходящаяся с кромки трубы, будут ограничивать область боковой волны разрежения, где и применяются численные методы расчета. Для определения течения в выделенной области бокового разлета газа необходимо решить смешанную задачу с исходными данными на характеристике (14) и поверхности $r=E(\theta, t)$.

Перейдем в (1) к новым независимым переменным

$$(16) \quad x = x, t = t, \quad \xi = [y - 1 + t f_1(z_1)] / [kx + t f_1(z_1)]$$

$$f_1(z_1) = \left(\frac{\gamma+1}{3-\gamma} \right)^{1/2} \left[\left(1 - \frac{z_1}{h^2} \right)^2 - \left(1 - \frac{z_1}{h^2} \right)^{h^2} \right]^{1/2}, \quad z_1 = x/t$$

Здесь k — произвольный параметр.

Получим

$$(17) \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + R \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{2a}{\gamma-1} \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{2a\Psi}{\gamma-1} \frac{\partial a}{\partial \xi} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + R \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{2a\Psi}{Q(\gamma-1)} \frac{\partial a}{\partial \xi} = 0$$

$$\frac{2}{\gamma-1} \left[\frac{\partial a}{\partial t} + u \frac{\partial a}{\partial x} + R \frac{\partial a}{\partial \xi} \right] + a \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \Psi \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\Psi}{Q} \frac{\partial v}{\partial \xi} \right] + avF = 0$$

$$R = \frac{(f_1 - z_1 f_1') (1-\xi) + u (f_1' (1-\xi) - k\xi) + v}{kx + t f_1(z_1)}$$

$$\Psi = [f_1' (1-\xi) - k\xi] / [kx + t f_1], \quad Q = f_1' (1-\xi) - k\xi$$

$$F = (\xi (kx + t f_1) - t f_1 + 1)^{-1}$$

Преобразование (16) возможно только при $x \geq 0$. Угол разворота предельной характеристики определяется выражением $\theta^* = \pi/2(h-1)$, следовательно, для $\gamma \leq 5/3$ нельзя отобразить всю область истечения в пространство x, ξ, t . Для этого вводится параметр k , который в формулах (17) представляет собой тангенс угла разворота поверхности усеченного конуса, которым ограничивается слева отображаемая область.

Для части области истечения, лежащей между поверхностями двух усеченных конусов с углами растворов θ^* и $\arctg k$ и не попавшей под отображение (16) при $0 \leq \xi \leq 1$, вводим новые переменные по формулам

$$(18) \quad t = t, x = y - 1, \xi = (kx - y') / [y' (B - 1)]$$

$$y' = y - 1, B = k / \operatorname{tg}(\theta^*)$$

а искомые функции переобозначим $u' = v, v' = u, x' = y, y' = x$. Тогда система (1) в этих переменных примет вид

$$(19) \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + R \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{2a}{\gamma-1} \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{2a\Psi}{\gamma-1} \frac{\partial a}{\partial \xi} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + R \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{2a\Psi}{Q(\gamma-1)} \frac{\partial a}{\partial \xi} = 0$$

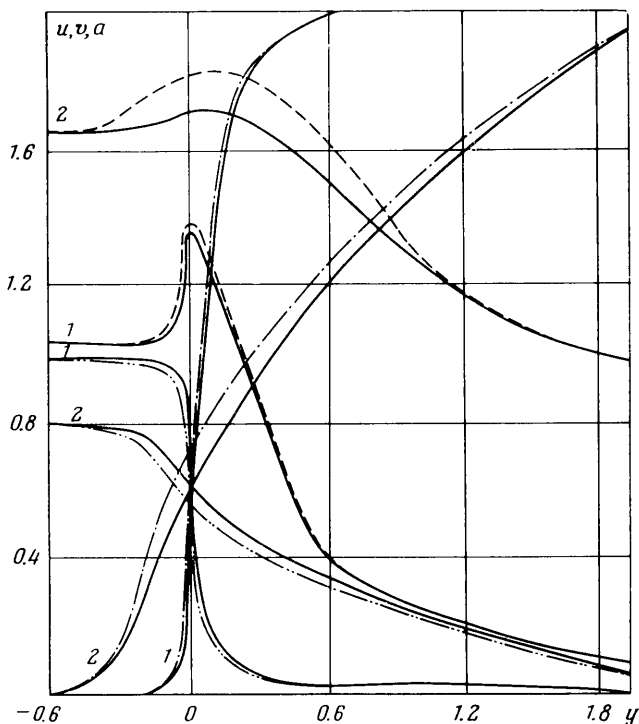
$$\frac{2}{\gamma-1} \left[\frac{\partial a}{\partial t} + u \frac{\partial a}{\partial x} + R \frac{\partial a}{\partial \xi} \right] + a \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \Psi \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\Psi}{Q} \frac{\partial v}{\partial \xi} \right] + auF = 0$$

$$R = [kv - u(k\xi + 1)][x(B-1)]^{-1}, \quad \Psi = (k\xi + 1)[x(B-1)]^{-1}$$

$$F = (x+1)^{-1}, \quad Q = x(B-1)$$

Штрихи у независимых переменных и искомых функций опущены.

Поверхность $r = E(\xi, t)$ выберем так, чтобы она представляла собой плоскость, проходящую через ось $O\xi$, т. е. $x = k_1 t$ при $0 \leq t \leq t^*$. Тогда смешанная



Фиг. 4

задача с криволинейными поверхностными границами при любом γ с помощью преобразования координат (16), (18) сводится к смешанной задаче с плоскими границами. При построении разностной схемы численного решения задачи использовался сеточно-характеристический метод [4-6].

В качестве линейных характеристических элементов, выходящих из узловой точки, были рассмотрены прямые, образованные пересечением характеристических плоских элементов, параллельных оси $O\xi$ с плоским характеристическим элементом, параллельным оси Ox [4]. При построении численного алгоритма использовались характеристические прямые и условия совместности следующего вида:

$$(20) \quad dx/dt = u \pm a, \quad d\xi/dt = R; \quad dx/dt = u, \quad d\xi/dt = R$$

$$(21) \quad \frac{d}{dt} \left[u \pm \frac{2}{\gamma-1} a \right] = - \left[\pm a \Psi \frac{du}{d\xi} \pm \frac{a \Psi}{Q} \frac{av}{a\xi} + \frac{2a \Psi}{\gamma-1} \frac{da}{d\xi} \pm a F v \right]$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{a \Psi}{Q} \frac{da}{d\xi}$$

Заменой в (20), (21) полных производных d/dt , $d/d\xi$ конечно-разностными соотношениями была получена алгебраическая система уравнений, решение которой проводилось методом последовательных приближений. Параметры в рассчитываемой узловой точке считались найденными, если в двух последовательных приближениях абсолютная разница между вычисленными значениями искомых функций была меньше 10^{-5} .

Счет велся по слоям $t = \Delta t n$. На слое $t = \Delta t$ была первоначально введена сетка с шагами по осям ξ и x , соответственно равными Δx , $\Delta \xi$. При переходе на более высокий уровень по t шаг Δx увеличивался с таким расчетом, чтобы количество разбиений вдоль оси Ox оставалось постоянным. Для определения свободной границы разлета на слое $t = \text{const}$ использовались условия

$$a=0, \quad da \equiv \frac{\partial a}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial a}{\partial x} dx = 0$$

Полученная разностная схема при $F=0$ в (21) соответствует плоскопараллельному течению газа. Истечение газа из плоского канала при $x_0=0$ ранее рассматривалось в работе [7], а задача в [8] по постановке близка к этой задаче. Из [7-9] следует, что плоскопараллельное течение газа в области бокового разлета будет описываться двойной волной. Это существенно упрощает ее решение. Используя [8], был проведен расчет начальной стадии плоскопараллельного истечения газа в вакуум. В качестве примера на фиг. 1 приводятся для $\gamma=5/3$, $t=1$ поле скоростей и эпюры давления: $1 - 2.514$, $2 - 0.6$, $3 - 0.201$, $4 - 0.019$, $5 - 38 \cdot 10^{-4}$, $6 - 114 \cdot 10^{-6}$, $7 - 0$. Полученные результаты по истечению газа из щели были применены для апробации численного алгоритма, составленного на основе соотношений (20), (21), а также для выявления эффекта осесимметричности формирующейся струи в вакууме. Сравнение соответствующих параметров осесимметричного и плоскопараллельного потоков проводилось в сечениях $x = \text{const}$. На фиг. 4 приведены значения u (штриховая линия), v (штрихпунктирная линия), a (штрихпунктирная линия с двумя точками) в момент времени $t=1$ для двух сечений: $x=0.06$ (линии 1) и $x=1.00$ (линии 2). Сплошными линиями изображены параметры в плоскопараллельном потоке. Следует отметить, что с ростом времени эти расхождения увеличиваются.

Поступила 10 XI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Станюкович К. П. Неустойчивые движения сплошной среды. М., «Наука», 1971.
2. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. М., Изд-во иностр. лит., 1950.
3. Милл-Томсон Л. М. Теоретическая гидродинамика. М., «Мир», 1964.
4. Зауэр Р. Нестационарные задачи газодинамики. М., «Мир», 1969.
5. Чушкин П. И. Метод характеристик для пространственных сверхзвуковых течений. М., ВЦ АН СССР, 1968.
6. Магомедов К. М., Холодов А. С. О построении разностных схем для уравнений гиперболического типа на основе характеристических соотношений. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1969, т. 9, № 2.
7. Горшкова И. П., Станюкович К. П. Начальная стадия двумерного неустойчивого течения газа. Докл АН СССР, 1967, т. 176, № 6.
8. Сучков В. А. О движении газа за плоской детонационной волной, ортогональной свободной поверхности. ПММ, 1971, т. 35, вып. 6.
9. Сучков В. А. Двойные волны плоского потенциального течения политропного газа. Тр. матем. ин-та им. В. А. Стеклова, 1966, вып. 74.