

Точность оценок (2.7) определяется функцией

$$\beta(t) = [3 - 2b - gl_-(t)][3 + 2a + gl_+(t)]^{-1} l_-(t) l_-^{-1}(t)$$

точность оценок (2.8) — функцией

$$\gamma(t) = [3 - 2b - gl_-(t)][3 + 2a + gl_+(t)]^{-1} l_+(t) l_-^{-1}(t)$$

Графики функций $\beta(t)$, $\gamma(t)$ приведены на фиг. 2.

Как видно из приведенных графиков, максимальная погрешность в определении производной при $X=0$ составляет $\approx 17\%$, точность в определении расхода $\approx 10\%$.

Увеличивая степень многочлена, аппроксимирующего решение, можно повысить точность получаемых оценок, но при этом сильно усложняются вычисления.

Авторы благодарят О. П. Давыдова за помощь при проведении вычислений.

Поступила 18 XI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Фридман А. Уравнения с частными производными параболического типа. М., «Мир», 1968.
2. Пирвердян А. М. Об одном способе оценок приближенных решений уравнения нестационарной фильтрации жидкости и газа. ПММ, 1961, т. 25, вып. 4.
3. Ентов В. М. Теоремы сравнения для уравнений нестационарной фильтрации. ПММ, 1965, т. 29, вып. 1.
4. Даниелян Ю. С., Аметов И. М. Об оценках решений задач Стефана. Изв. вузов, Нефть и газ, 1973, № 4.

УДК 533.6.011

СВЕРХЗВУКОВОЕ НЕСТАЦИОНАРНОЕ ОБТЕКАНИЕ ТЕЛ ПРИ БЫСТРОМ ТОРМОЖЕНИИ

Л. И. ТУРЧАК

(Москва)

При медленном торможении тела, когда его скорость за конечное время меняется мало, картина течения соответствует стационарному обтеканию при локальном значении скорости движения тела. В этом случае используется квазистационарный подход.

Данная статья посвящена анализу течений при быстром торможении тел в сверхзвуковом газе. Для численного решения системы нелинейных нестационарных уравнений газовой динамики использован сеточно-характеристический (СХ) метод [1], разработанный под руководством О. М. Белоцерковского. При составлении программы на ЭВМ за основу принята программа А. С. Холодова.

Расчеты проведены для полусферы и цилиндрического торца при их осесимметричном торможении от чисел Маха $M_0=10$ и 20 до $M_1=4, 2, 1$.

Анализ результатов показывает, что в случае быстрого торможения тела при сверхзвуковой скорости головная ударная волна может отойти от него на значительное расстояние, возвращаясь после установления стационарной картины обтекания к своему положению при $M=M_1$. Время установления зависит от соотношения значений начальной, до торможения, и конечной, после торможения, скоростей движения тела и его формы и практически не зависит от времени торможения.

Исследован переходный процесс для случая, когда движущееся с гиперзвуковой скоростью тело тормозится до звуковой скорости. При этом интенсивность ударной волны после окончания торможения остается существенной на значительном расстоянии от тела; она зависит от начальной скорости тела и времени торможения. С помощью рассмотренного здесь подхода можно моделировать некоторые явления связанные с движением метеорных тел в атмосфере.

Использование СХ метода позволяет существенно расширить диапазон изменения скоростей и времени торможения по сравнению с [2], а также исследовать неустановившиеся течения около тел сложной формы.

1. **Постановка задачи и метод решения.** Осесимметричное тело радиуса R сечения R движется со сверхзвуковой скоростью V_0 под нулевым углом атаки в идеальном газе, плотность которого ρ_∞ . (Размерные величины R , V_0 , ρ_∞ — характерные параметры задачи, с помощью которых соответственно обезразмерены все остальные значения.)

В некоторый момент времени ($t=0$) тело начинает тормозиться, его скорость

уменьшается и достигает величины V_1 при $t=T$. Дальнейшее движение тела происходит с постоянной скоростью V_1 .

Требуется найти положение головного ударной волны и параметры газа в слое между ее поверхностью и телом в каждый момент времени от $t=0$ до времени установления стационарной картины обтекания.

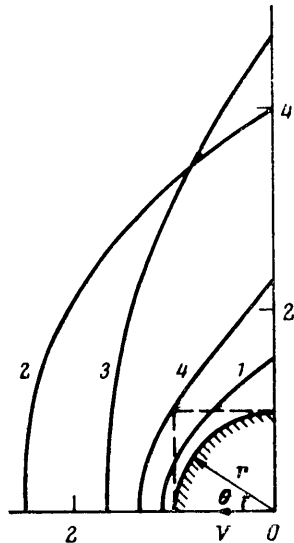
Неустановившееся движение идеального газа в ударном слое описывается системой уравнений Эйлера, к которой необходимо добавить уравнения энергии и состояния. Граничными условиями задачи являются соотношения Гюгоньо на скачке уплотнения и условие непротекания на поверхности тела. В качестве начальных условий принимается стационарное решение при постоянной скорости V_0 .

Исходные соотношения приведены в [3].

Задача решается СХ методом [1], основные разностные уравнения выписаны в [4]. Система координат в меридиональной плоскости полярная (фиг. 1). Решение ищется в области $0 \leq \theta \leq \theta^*$, $r_b \leq r \leq r_w$ (b — тело, w — ударная волна). Область интегрирования преобразуется к прямоугольному виду с помощью введения переменных $\xi = (r - r_b)/\epsilon$, $\epsilon = r_w - r_b$ — отход скачка. Разностная сетка фиксируется заранее. Решение ищется в узлах сетки в каждый момент времени по результатам на предыдущем временном слое. На оси симметрии ($\theta=0$) используется условие симметричности течения. Последний луч $\theta=0^\circ$ выбирается в сверхзвуковой области, причем нормальная к лучу составляющая скорости газа больше местной скорости звука. Для сферы $\theta^*=\pi/2$, для торца (фиг. 1, пунктир) один (крайний) луч пересекает образующую. Количество шагов I, J по переменным θ, ξ варьировалось в пределах $I=10 \div 20$, $J=10 \div 40$. Величина шага мало влияет на распределение параметров при $0 \leq t \leq T$. Это влияние проявляется в основном на количественных характеристиках во время выхода решения на установившийся режим, когда нестационарные члены в системе уравнений равны нулю.

2. Торможение тел до $M_1 > 1$. Исследованы течения около сферы при ее торможении от $M_0=10$ до $M_1=2$ для различных значений времени торможения $T=10^{-1} \div 10^2$. Во всех расчетах скорость движения тела на участке торможения ($0 \leq t \leq T$) задавалась соотношением

$$(2.1) \quad V=1-A(1-\cos \pi t/T), \quad A=(1-V_1)/2$$

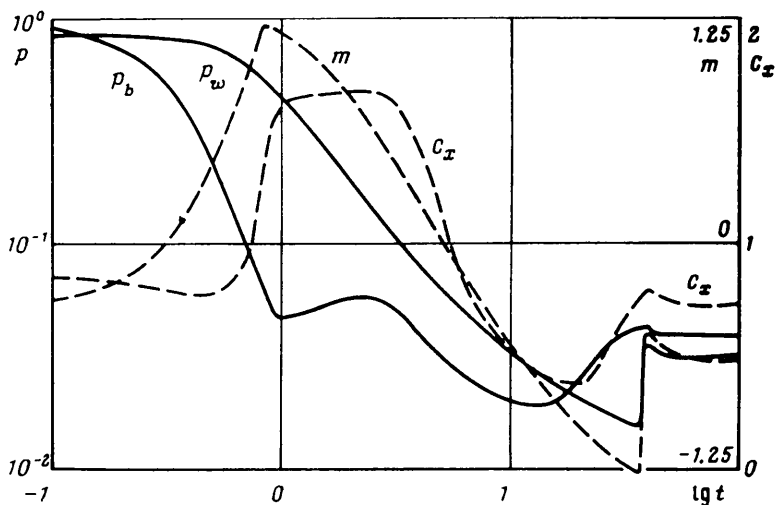


Фиг. 1

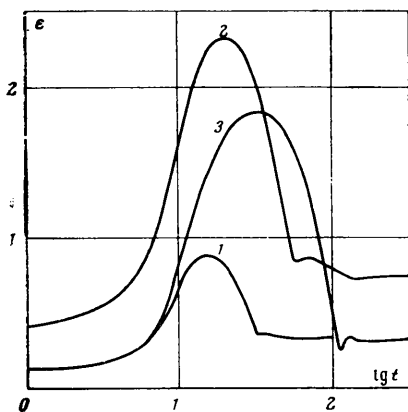
При быстром торможении ($T \sim 1$) имеет место сильная немонотонность в распределении параметров течения. На фиг. 1 отмечено положение ударной волны при $T=1$ в моменты времени $t=0, 13, 30, 100$, кривые 1–4 соответственно. В этих условиях наблюдается наибольшее удаление ударной волны от тела, т. е. имеет место резонансное явление. При дальнейшем уменьшении времени торможения ($T=0.1$) максимальное значение отхода не увеличивается, что объясняется, по-видимому, уменьшением суммарного импульса сил инерции.

На фиг. 2 для $T=1$ построены значения давления на оси симметрии ($\theta=0$) в точках ударной волны и поверхности тела, отнесенные к величине $\rho_\infty V_0^2$, число Маха m , а также коэффициент лобового сопротивления C_x . Приведенные графики позволяют судить о картине течения в ударном слое. Здесь наблюдается образование внутренних ударных волн, волн сжатия и разрежения. Анализ местного значения числа Маха m при $\theta=0$ показывает, что образуются местные сверхзвуковые зоны вблизи оси симметрии при относительном движении газа, причем к концу торможения частицы газа за ударной волной движутся от тела ($m>0$) и достигают сверхзвуковой скорости; после этого скорость уменьшается, начинается обратное движение газа, скорость которого снова становится сверхзвуковой. Образовавшаяся ударная волна достигает головного скачка, что сопровождается резким повышением давления на его поверхности.

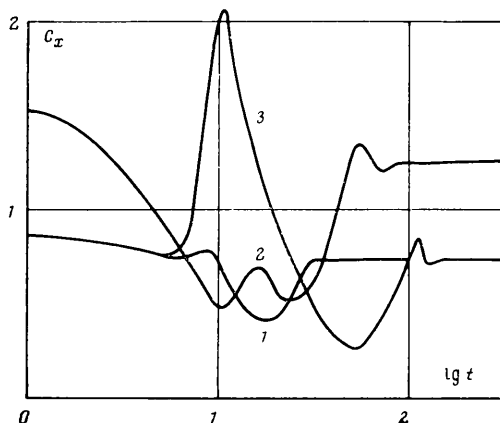
При увеличении T эти эффекты уменьшаются. Это показывает расчет для $T=10$ (фиг. 3 и 4, кривые 1). Время установления здесь практически не изменилось. Для сравнения нарисованы также значения отхода волны на оси симметрии и коэффициент лобового сопротивления, полученные при расчете торможения цилиндрического торца при тех же условиях (кривые 2). Время установления (пять знаков) увеличилось для торца примерно в два раза. Следует заметить, что время установления зависит также от положения последнего луча $\theta=\theta^*$, поскольку течение устанавливается сначала вблизи оси симметрии. В данном расчете для торца $\theta^*=0.837$ (48°), количество шагов по переменным θ, ξ соответственно 16 и 20.



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Проведены расчеты обтекания сферы и торца при $T=100$. Характер изменения параметров течения здесь практически монотонный. Сравнение с результатами расчетов стационарного обтекания дает хорошее совпадение.

Исследовано течение около сферы при ее торможении от $M_0=20$ до $M_1=2$. Увеличение начальной скорости движения тела приводит к усилению влияния нестационарности на параметры течения. При $T=1$, например, максимальное значение отхода волны на оси симметрии $\varepsilon_{\max} \sim 3$. Кривые 3 на фиг. 3 и 4 построены для $T=10$. Сравнение с аналогичным расчетом при $M_0=10$ (кривые 1) показывает влияние начальной скорости на картину течения.

Таким образом, при оценке степени нестационарности течения необходимо принимать во внимание не только T (или число Струхала $Sh=1/T$), но и соотношение между наибольшим и наименьшим значениями (или амплитуду) зависящего от времени исходного параметра задачи. В частности, для торможения тел можно ввести параметр $\delta=M_0/M_1 T=Sh M_0/M_1$. Например, при торможении для чисел Маха $20 \div 4$ и $10 \div 2$ при $T=1$ ($\delta=5$) максимальные значения отхода волны примерно одинаковые. Как показали расчеты, при $\delta < 0.1$ для анализа течения можно использовать квазистационарный подход. При $\delta \sim 1$ течение существенно нестационарно.

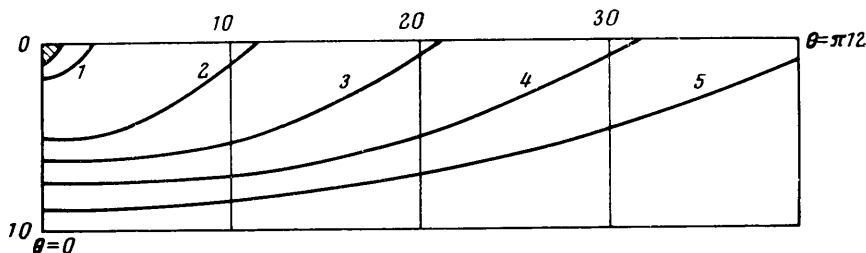
Если параметры задачи мало отличаются от их стационарных значений (малые амплитуды колебаний или $M_0/M_1 \sim 1$ при торможении), то параметр δ совпадает с числом Струхала.

3. Торможение сферы до звуковой скорости. С целью исследования трансзвукового нестационарного течения, а также для установления интенсивности ударной волны при ее значительном удалении от поверхности тела проведены расчеты обтекания сферы при ее торможении до $M_1=1$. Основные расчеты проведены для $M_0=10$.

На фиг. 5 показано положение ударной волны при $T=10$ в моменты времени $t=10, 100, 300, 600, 1000$, кривые 1–5 соответственно. Форма волны близка к сфере, центр которой удаляется вниз по потоку. Увеличение наклона скачка по отношению к падающему потоку способствует замедлению уменьшения давления за ударной волной, которое зависит от наклона волны.

Решение задачи о нестационарном обтекании тел при быстром торможении может быть использовано для анализа воздействия ударных волн от движущихся в атмосфере тел, в частности метеоритов, на наземные объекты [5].

Возможность наземных разрушений ударной волной от взрыва метеорита рассмотрена в [6]. Как показали расчеты, некоторые результаты которых представлены



Фиг. 5

выше, при существенно нестационарном движении тела (быстром торможении) ударная волна может удаляться от него на значительное расстояние. Поэтому даже при отсутствии взрыва существует возможность достижения ударной волной поверхности Земли раньше, чем туда упадет метеорит. При анализе явлений типа Тунгусского метеорита 1908 г. Г. И. Петров выдвинул гипотезу о рыхлом метеорите. Проведенные им совместно с В. П. Стуловым оценки [7] показывают, что вход тела малой плотности в атмосферу и его испарение могут воспроизвести основные черты Тунгусского явления, тем более что остатки метеорита не обнаружены.

В работе [8] при анализе эффектов от ядерного взрыва указывается, что слабые разрушения имеют место при скоростном напоре за ударной волной $\rho v^2 \geq 150 \text{ кг/м}^2$ и перепаде давления $\Delta p = p_w - p_\infty \sim 0.15 \text{ кг/см}^2$. Расчет показывает, что в условиях фиг. 5 параметры за ударной волной на оси симметрии порядка указанных значений. При $\theta = \pi/2$ перепад давления за скачком одного порядка с его значением при $\theta = 0$ до $t \sim 300$. После этого Δp быстро убывает и при $t \sim 1000$ на порядок меньше его значения на оси.

С увеличением начальной скорости движения тела интенсивность волны возрастает. Поэтому причиной тунгусской и ей подобных катастроф действительно могла быть ударная волна, покинувшая заторможенный и испарившийся или распавшийся метеорит.

Автор весьма признателен С. М. Белоцерковскому за внимание к данной работе.

Поступила 8 VII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Магомедов К. М., Холодов А. С. О построении разностных схем для уравнений гиперболического типа на основе характеристических соотношений. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1969, т. 9, № 2.
2. Грудницкий В. Г. Расчет сверхзвукового нестационарного обтекания затупленного тела. Тр. Воен.-воздушной инж. акад. им. Жуковского, 1969, вып. 1253.
3. Белоцерковский С. М., Турчак Л. И., Холодов А. С. Продольные колебания тел вращения и потока при сверхзвуковых скоростях. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 5.
4. Белоцерковский О. М., Головачев Ю. П., Грудницкий В. Г., Давыдов Ю. М., Душин В. К., Лунькин Ю. П., Магомедов К. М., Молодцов В. К., Попов Ф. Д., Толстых А. И., Фомин В. Н., Холодов А. С. Численное исследование современных задач газовой динамики. М., «Наука», 1974.

5. Цикулин М. А. Ударные волны при движении в атмосфере крупных метеоритных тел. М., «Наука», 1969.
6. Коробейников В. П., Чушкин П. И., Шуршалов Л. В. О зоне наземных разрушений при воздушном взрыве крупного метеорита. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 3.
7. Петров Г. И., Стулов В. П. Движение больших тел в атмосферах планет. Космические исследования, 1975, № 4.
8. The effects of nuclear weapons. Washington, 1964. (Atomic energy comm.).

УДК 533.6.011.5

ИССЛЕДОВАНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ НА СТЕНКЕ СВЕРХЗВУКОВОГО СОПЛА ПРИ ОТРЫВЕ ПОТОКА

В. М. КУПЦОВ

(Москва)

В настоящее время известно много данных по пульсациям давления в зоне отрыва сверхзвукового потока перед препятствием (ступенькой, клином) (см., например, [1, 2]). Эти данные показывают, что уровни пульсаций давления в зонах отрыва существенно (в ~ 10 раз) выше, чем в случае присоединенного турбулентного пограничного слоя. Кроме этого, при отрыве возрастает относительный вклад в суммарный уровень пульсаций низкочастотных составляющих спектра.

В отличие от отрыва перед препятствием соответствующей информации для зон отрыва в сверхзвуковых соплах практически нет. Однако такая информация необходима, поскольку на практике возможны режимы течения, когда скачки уплотнения, а следовательно, и зоны отрыва располагаются внутри сверхзвуковой части сопла. В данной работе проведено экспериментальное исследование пульсаций давления на стенке конического сверхзвукового сопла в зоне отрыва потока. Получены данные по суммарным, спектральным и корреляционным характеристикам. Рассмотрено влияние температуры торможения на пульсации давления.

1. В качестве объекта исследования было взято неохлаждаемое коническое сопло с полууглом раскрытия $\theta = 12.5^\circ$. Диаметр выходного сечения сопла $d_a = 120$ мм. Число Маха на срезе сопла с учетом коэффициента расхода $M_a = 4.1$. Подогрев осуществлялся за счет сжигания спирта в камере сгорания, установленной перед соплом. Эксперименты были проведены при различных значениях полного давления $6 < P_0 < 40$ атм (расчетное давление $P_0 = 174$ атм).

Были проведены измерения статического давления и пульсаций давления в различных точках сопла. Четыре пульсационных датчика 1–4 были установлены вдоль образующей сопла. Датчик 1 находился от среза сопла на относительном расстоянии $x = x_1/d_a = 0.1$; датчик 2 – на $x = 0.35$; датчик 3 – на $x = 0.60$; датчик 4 – на $x = 0.85$. Кроме этого в плоскости $x = 0.1$ были установлены три датчика по окружности. Эти датчики были сдвинуты относительно датчика 1 соответственно на угол $\varphi = 45, 90$ и 180° . Для измерения пульсаций применялись емкостные датчики давления с диаметром чувствительного элемента $d_e = 8$ мм. Датчики устанавливались заподлицо с внутренней поверхностью сопла. Регистрация и анализ пульсаций давления производились по методике, изложенной в работе [3].

2. Результаты измерения статического давления p и суммарных уровней пульсаций давления L_x при различных значениях полного давления $p_0 = P_0/p_n$ и температуры торможения T_0 изображены на фиг. 1 и 2. Здесь обозначено: 1 – $p_0 = 16$, $T_0 = 290^\circ$ К; 2 – $p_0 = 26$, $T_0 = 290^\circ$ К; 3 – $p_0 = 36$, $T_0 = 290^\circ$ К; 4 – $p_0 = 26$, $T_0 = 650^\circ$ К; 5 – $p_0 = 20$, $T_0 = 2000^\circ$ К; 6 – $p_0 = 15$, $T_0 = 1500^\circ$ К. Из фиг. 1 и 2 видно, что в зоне отрыва потока суммарные уровни пульсаций давления L_x практически не зависят от p_0 , T_0 и x находятся в пределах $166 \div 170$ дб. На участках сопла до отрыва уровни пульсаций в $5 \div 10$ раз ниже, чем в зоне отрыва.

Из работ [1, 2] и др. следует, что для зон отрыва перед препятствием отношение суммарного уровня σ_x к скоростному напору в сверхзвуковом потоке перед отрывом q_∞ (σ_x/q_∞) $\approx 0.025 \div 0.05$. Результаты измерений показывают, что в зоне отрыва сопла отношение (σ_x/q_∞) $\approx 0.015 \div 0.025$, т. е. примерно в 2 раза меньше, чем в зонах отрыва перед препятствием. Более высокие уровни пульсаций в зонах отрыва перед препятствием объясняются, по-видимому, тем, что в эти зоны поступает со стороны точки прилипания сильно возмущенный поток.

3. Спектральный анализ показал, что на всех режимах, за исключением $p_0 = 7 \div 10$, во всех точках зоны отрыва спектра гладкие, сплошные. Однако при $p_0 = 9 \div 10$