

О РЕЖИМАХ КОНВЕКТИВНОГО ДВИЖЕНИЯ В ТОНКОМ СЛОЕ МЕЖДУ ГОРИЗОНТАЛЬНЫМИ КОАКСИАЛЬНЫМИ ЦИЛИНДРАМИ

В. И. ЧЕРНАТЫНСКИЙ

(Пермь)

Исследование конвекции в зазоре между горизонтальными коаксиальными цилиндрами, которые поддерживаются при различных температурах, представляет интерес в связи с проблемой теплопереноса. В обзорной статье [1] приведены результаты исследований многих авторов по определению коэффициента конвекции в разных интервалах значений безразмерных параметров.

Наряду с определением коэффициента конвекции в последнее время большое внимание уделяется изучению структуры конвективного потока. В [2] изложены результаты экспериментального исследования конвективного движения в широком интервале значений толщины зазора и разности температур между цилиндрами для случая более нагретого внутреннего цилиндра. Опыты показали, что для каждого зазора существует характерная разность температур, при превышении которой движение становится нестационарным. Кроме того, было обнаружено стационарное ячейное движение при толщине зазора, меньшей 0.7 (в качестве единицы измерения расстояния выбран радиус внутреннего цилиндра). Это движение существовало в небольшом интервале разностей температур вблизи границы возникновения нестационарных течений. Такие же особенности в структуре движения были обнаружены в работе [3], посвященной экспериментальному исследованию конвекции в сферическом зазоре.

В [4] приведены результаты численного исследования по определению границы возникновения нестационарных режимов в цилиндрическом зазоре. Расчеты велись по стационарной конечно-разностной схеме. Критическое значение числа Грасгофа определялось по возникновению ячейки в верхней «приполюсной» области. Сам факт возникновения ячейки в этой работе интерпретируется как результат релеевской неустойчивости в приполюсной зоне при наличии медленного «серповидного» движения.

В настоящей работе представлены результаты численного исследования конвекции в тонком зазоре между горизонтальными коаксиальными цилиндрами. Показано, что возникновение ячейки в приполюсной зоне происходит кризисным образом (существует излом на кривой зависимости теплового потока от числа Грасгофа). Кроме того, обнаружено второе устойчивое движение с более сложной ячейкой структурой в приполюсной области.

1. Рассмотрим плоское конвективное движение жидкости, заполняющей пространство между горизонтальными коаксиальными цилиндрами радиусов R_1 и R_2 ($R_1 < R_2$), которые поддерживаются при постоянных температурах T_1 и T_2 соответственно, причем $T_1 > T_2$.

Уравнения конвекции в цилиндрических координатах для безразмерных функций тока ψ и температуры T записываются следующим образом:

$$(1.1) \quad \frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial r} \right) = \Lambda \Delta \psi + G \left(\frac{\partial T}{\partial r} \cos \theta - \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \sin \theta \right)$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{P} \Delta T$$

$$G = \frac{g \beta_0 R_2^3}{\nu^2}, \quad P = \frac{\nu}{\chi}, \quad v_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad v_\theta = \frac{\partial \psi}{\partial r}$$

Здесь G , P — числа Грасгофа и Прандтля, θ — полярный угол, отсчитываемый от горизонтальной, v_r , v_θ — компоненты скорости.

В качестве единиц измерения функции тока, температуры, расстояния и времени выбраны соответственно кинематическая вязкость ν , $\theta = 1/2(T_1 + T_2)$, R_2 и R_2^2/ν .

На границах области скорость жидкости равна нулю, температуры постоянны. При данных граничных условиях решение должно иметь определенную четность относительно вертикального диаметра, а именно: функция тока должна быть нечетной, а температура — четной функцией угловой координаты, отсчитываемой от вертикальной оси. Это позволяет решать задачу в половине области со следующими граничными условиями:

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad T = -1 \quad (r=1), \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad T = 1 \quad \left(r = \frac{R_1}{R_2} = R_0 \right) \\ \psi = \Delta \psi = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \quad \left(\theta = \pm \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$

Для интегрирования системы (1.1), (1.2) с граничными условиями (1.3) использовалась неявная конечно-разностная схема продольно-поперечной прогонки. Расчетная сетка была выбрана следующим образом. Шаг по радиусу был постоянным и равным 0.1 толщины зазора. Количество узлов по угловой координате было равно 20, а их положение задавалось с помощью таблицы шагов, так что в верхней приполюсной зоне узлы располагались с постоянным, но более мелким шагом, чем в остальной части области (10 узлов в интервале $\pi/3 \leq \theta \leq \pi/2$). Все расчеты проведены для следующих значений параметров: $R_0=0.9$, $P=1$, $0 < G < 8 \cdot 10^6$.

2. На фигуре изображена зависимость нормированного поперечной теплового потока N через внешний цилиндр

$$N = - \frac{\ln R_0}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R_0} d\theta$$

от числа Грасгофа G_1 , определенного по толщине зазора и связанного с G соотношением $G_1 = G(1 - R_0)^3$.

Участки *a*, *b* кривой I и кривая II соответствуют различным стационарным режимам течения. При $0 < G_1 < 1500$ (участок *a*) линии тока имеют серповидную форму; направление циркуляции во всей области одинаково. С ростом числа Грасгофа в верхней приполюсной части области возникает ячейка с противоположным направлением циркуляции. Увеличивая число Грасгофа с небольшим шагом, можно получить участок *b*, вдоль которого такая структура течения сохраняется (увеличиваются лишь размеры ячейки). В точке перехода к ячейчатой структуре на кривой I отчетливо виден излом. Существование излома позволяет сделать вывод о том, что перестройка структуры течения происходит кризисным образом, т. е. серповидное движение становится неустойчивым.

Весьма интересным представляется существование в области $G_1 > 2275$ второго стационарного устойчивого движения с тремя ячейками в приполюсной зоне (кривая II и схема на фигуре). Соответствующее решение оказалось возможным получить при счете с нулевыми начальными условиями (мгновенное включение разности температур в начальный момент времени) в интервале значений $2500 < G_1 < 3100$. Наблюдались также переходы с кривой I на кривую II и наоборот, если число Грасгофа изменялось достаточно резко.

Наличие двух устойчивых режимов дает основание предположить, что существует «промежуточный» неустойчивый режим. Для определения этого неустойчивого стационарного движения проводились расчеты с заданием начального возмущения поля скорости. В зависимости от амплитуды начального возмущения устанавливался либо режим I, либо режим II. Меняя амплитуду начального возмущения, удавалось получить характеристики неустойчивого режима III. Аналогичная методика получения неустойчивого стационарного состояния применялась в [5].

Поведение кривых II и III свидетельствует о том, что многовихревое движение возбуждается «жестко» и имеет конечную точку вблизи $G_1 = 2275$.

Заметим, что дробление конвективных структур в подогреваемом снизу слое, сопровождающееся увеличением теплового потока, наблюдалось в численном эксперименте [6].

Автор благодарит Г. З. Гершуни и М. И. Шлюмиса за внимание к работе и обсуждение результатов.

Поступила 15 I 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Петражицкий Г. Б., Бекнева Е. В. Экспериментальные и теоретические исследования теплообмена при естественной конвекции в замкнутой кольцевой области. Тр. МВТУ, 1973, № 170.
2. Powe R. E., Carley C. T., Bishop E. H. Free convective flow patterns in cylindrical annuli. Trans. ASME, Ser. C, J. Heat Transfer, 1969, vol. 91, No. 3.
3. Yin S. H., Powe R. E., Scanlan J. A., Bishop E. H. Natural convection flow patterns in spherical annuli. Internat. J. Heat and Mass Transfer, 1973, vol. 16, No. 9.

4. Powe R. E., Carley C. T., Carruth S. L. A numerical solution for natural convection on cylindrical annuli. Paper Amer. Soc. Mech. Engng, 1970, No. WA/HT-9.
5. Любимова Т. П. О конвективных движениях неньютоновской жидкости в замкнутой полости, подогреваемой снизу. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 2.
6. Васин В. Г., Власюк М. П. О длинах волн двуречных конвективных движений в подогреваемом снизу горизонтальном слое жидкости. Препринт ИПМ, 1974, № 84.

УДК 532.5.032:532.574.2

ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОСТИ НА ПОКАЗАНИЯ ТРУБОК ПОЛНОГО НАПОРА ПРИ МАЛЫХ СКОРОСТЯХ ПОТОКА

Н. П. МИХАЙЛОВА, Е. У. РЕПИК

(Москва)

Известно, что использование уравнений Бернулли при измерении скорости газового потока с помощью трубки полного напора справедливо только при больших числах Рейнольдса. При малых числах Рейнольдса действие сил вязкости, которые становятся сопоставимыми с инерционными силами, приводит к увеличению давления торможения P_0 по сравнению со значением, рассчитанным с использованием уравнения Бернулли, и коэффициент давления C_p должен быть больше единицы. В этом случае показания трубки полного напора будут зависеть как от числа Рейнольдса, так и от геометрической формы трубки. Влияние числа Рейнольдса и геометрии трубки полного напора на ее показания может иметь место в следующих практических случаях: а) при измерении очень малой скорости потока ($U < 1$ м/сек) или при измерении скорости в условиях течения очень вязкой жидкости; б) при измерении скорости в пограничном слое в непосредственной близости от стенки или в узких капалах с помощью очень малых трубок полного напора.

Имеющиеся теоретические решения [1, 2] и опытные данные [3-5] плохо согласуются между собой, что затрудняет их практическое использование. Наиболее тщательно влияние вязкости на показания цилиндрической трубки полного напора при малых скоростях потока было изучено в опытах [4, 5].

Однако опыты [4] плохо согласуются с опытами [5], хотя в обоих случаях исследовались трубки полного напора одной и той же цилиндрической формы с плоским срезом. Различие состоит лишь в том, что трубки полного напора имели разное отношение внутреннего диаметра d приемного отверстия трубки к наружному диаметру D . В опытах [4] отношение $d/D = \beta = 0.74$, а в опытах [5] оно было равным 0.6.

Можно предположить, что это различие в значениях β и явилось причиной расхождения значений C_p , полученных в [4, 5].

Безразмерный анализ указывает, что для цилиндрических трубок

$$(1) \quad C_p = C_p(\text{Re}, \beta)$$

Однако в литературе сведений о степени влияния β на показания трубки полного напора не имеется.

Следует также указать, что результаты опытов [4, 5] расходятся между собой не только количественно (значения $C_p - 1$ расходятся более чем в 2 раза), но и имеют разный характер зависимости C_p от числа Рейнольдса. Так, полученное в опытах [4] падение C_p ниже единицы в области изменения чисел Re от 60 до 1000 не было подтверждено более поздними опытами [5], в которых специально обращалось внимание на проверку этого несколько неожиданного результата. Более того, в [5] высказывается предположение, что падение C_p ниже единицы обусловлено методическими ошибками, которые имели место в опытах [4].

В настоящей статье приводятся опытные данные, способствующие уточнению имеющихся сведений по рассматриваемому вопросу и позволяющие установить причины указанных выше расхождений в результатах опытов [4, 5]. Для того чтобы выявить влияние β на значение C_p , исследовалась серия цилиндрических трубок полного напора с разными значениями β , в том числе и со значениями β , которые имели место в опытах [4, 5]. Размеры трубок приведены ниже:

№ трубки	D , мм	d , мм	β	№ трубки	D , мм	d , мм	β
1	1.0085	0.3065	0.304	6	0.8145	0.5525	0.678
2	1.0260	0.5040	0.492	7	1.4025	0.9750	0.699
3	1.0105	0.5975	0.592	8	0.8150	0.6020	0.738
4	0.5100	0.3070	0.602	9	1.0340	0.8160	0.789
5	1.5770	0.9570	0.607	10	1.603	1.3685	0.853