

СТРУКТУРА ВОЛН ДЕТОНАЦИИ, ИОНИЗУЮЩИХ ГАЗ ПРИ НАЛИЧИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

А. А. БАРМИН, Л. Н. ЛЕБЕДЕВА

(Москва)

За сильными волнами детонации температура может быть настолько велика, что продукты сгорания будут ионизованными и их электропроводность станет отличной от нуля. Степень ионизации существенно возрастает, если продукты сгорания содержат легко ионизируемые присадки. Если параметры за волной таковы, что магнитное число Рейнольдса много больше единицы, то такой фронт детонации при наличии внешнего электромагнитного поля с точки зрения условий эволюционности является сверхзвуковой ионизирующей ударной волной [1]. Для описания таких волн во многих случаях кроме соотношений, следующих из основных интегральных законов, необходимо использовать дополнительные соотношения, которые находятся из исследования структуры фронта. В структуре происходит взаимодействие между газом и электромагнитным полем, так что свойства таких волн существенно отличаются от свойств волн детонации в газовой динамике.

Адиабаты для ионизирующих волн детонации в случае магнитного поля, параллельного фронту волны, рассчитывались в работах [2-5]. В [2-4] в качестве дополнительного соотношения принималось, что изменение магнитного поля происходит как в МГД разрывах. В работе [3] предполагалось, что структура волны детонации состоит из ударной волны, ионизирующей газ, за которой следует зона тепловыделения. При этом дополнительное соотношение бралось как для ионизирующей ударной волны, когда главным диссипативным механизмом была магнитная вязкость. Очевидно, что использованные в этих работах дополнительные соотношения не учитывают процессов взаимодействия тепловыделения и магнитной диссипации и могут иметь место лишь в специальных частных случаях.

В работе [6] исследуется структура волн детонации, ионизирующих газ в параллельном фронту волны магнитном поле. В случае сильной волны ($p_1=0$) и малых магнитной и гидродинамической вязкостей по сравнению с диссипацией, связанной с конечной скоростью химической реакции (коэффициент теплопроводности полагается равным нулю) получены дополнительные соотношения, обеспечивающие существование структуры. С учетом этих соотношений для случая, когда ионизация происходит в процессе газодинамического сжатия, рассматривается адиабата Гюгоньо и исследуется возможность существования детонации Жуге в зависимости от начальных параметров. В работе [7], используя результаты [6], для ряда значений параметров численно решена задача о движении идеально проводящего поршня в горючей смеси, когда перед поршнем возникает сильная ионизирующая детонационная волна.

Ниже исследуются волны детонации, ионизирующие газ при наличии наклонного магнитного поля. Рассматривается структура таких волн, когда течение в слое, представляющем собой структуру, определяется конечной скоростью химической реакции и конечной электропроводностью. В случае большой величины скорости химической реакции по сравнению со скоростью диссипации энергии магнитного поля дополнительные соотношения получены в явном виде.

1. Постановка задачи. Рассмотрим разрывные решения в горючей смеси типа волн детонации при наличии произвольно ориентированного магнитного поля. При этом электропроводность смеси перед разрывом будем считать равной нулю, а проводимость продуктов сгорания (за разрывом) — отличной от нуля.

В силу этого параметры течения и электромагнитное поле перед разрывом описываются уравнениями газовой динамики и уравнениями Максвелла. При этом магнитное поле и течение не взаимодействуют между собой.

Будем считать, что за разрывом проводимость σ , характерные линейный размер L и скорость течения U таковы, что магнитное число Рейнольдса $R_m = 4\pi\sigma LU / c^2 \gg 1$. Тогда течение и магнитное поле за разрывом будут описываться уравнениями идеальной магнитной гидродинамики.

Характеристики течения и электромагнитного поля перед и за разрывом и скорость фронта связаны между собой конечными соотношениями. Эти соотношения следуют из интегральных уравнений, выражающих законы сохранения массы, импульса, энергии и уравнений Максвелла. При этом за счет перехода скрытой химической энергии в тепловую константа в выражении для внутренней энергии различна за и перед разрывом.

Таким образом, уравнения, описывающие состояние перед и за разрывом, и число граничных условий на разрыве такие же, как и для ионизирующих ударных волн [1]. Поэтому типы волн и число дополнительных соотношений на них, вытекающих из требования эволюционности, будут теми же. Дополнительные соотношения будем находить из условия существования структуры рассматриваемых разрывных решений, при этом оказывается, что получаемых соотношений будет ровно столько, сколько необходимо для эволюционности [8].

Названия различных типов волн, так же как и для ионизирующих ударных волн, будут состоять из двух частей, связанных с соотношениями между скоростью газа и скоростями малых возмущений до и после волны. Например, если скорость газа относительно разрыва перед ним больше гидродинамической скорости звука (a_0), а за ним меньше быстрой магнетозвуковой, но больше альфвеновской, то волна называется быстрой сверхзвуковой. Для ее эволюционности кроме соотношений, следующих из основных интегральных законов, необходимо использовать еще два дополнительных соотношения.

Так как волны детонации являются разрывами, в которых реакция начинается за счет подъема температуры в процессе газодинамического сжатия в ударной волне, то ниже будет рассматриваться структура только сверхзвуковых волн.

При рассмотрении структуры детонации будем считать, что электропроводность газа σ является функцией только температуры, причем $\sigma=0$ при $T < T_*$ и $\sigma > 0$ при $T \geq T_*$. Тепловыделение внутри структуры за счет химической реакции будем описывать релаксационным уравнением [9], причем реакция начинается, когда температура $T \geq T_g$. Будем пренебрегать диссипативными процессами, связанными с вязкостью и теплопроводностью, считая их несущественными по сравнению с джоулевой диссипацией и процессами, обусловленными химической реакцией. Для простоты ограничимся случаем плоской структуры, когда вектор скорости и магнитное поле перед и за волной лежат в одной плоскости, проходящей через нормаль к фронту. В этих предположениях течение и магнитное поле описываются системой уравнений (газ считаем совершенным)

$$(1.1) \quad \frac{dh}{dx} = \frac{mV_0}{v_m} [h(u-1) + E], \quad \frac{d\varepsilon}{dx} = \frac{(1-\varepsilon)}{mV_0u} S(t)$$

$$(1.2) \quad 0 = \varepsilon - \frac{1}{2q(\gamma-1)} [-(\gamma+1)u^2 - \gamma u(h^2 - 2I) + (\gamma-1)h^2 - 2E(\gamma-1)h - 2(\gamma-1)(e-q)] \equiv \varepsilon - F(u, h)$$

$$(1.3) \quad t(\gamma-1) = u(I - u^{-1/2}h^2)$$

$$v_m^{-1}(t) = 0 \quad (t < t_*), \quad v_m^{-1}(t) > 0 \quad (t \geq t_*)$$

$$(1.4) \quad \dot{S}(t) = 0 \quad (t < t_g), \quad S(t) > 0 \quad (t \geq t_g)$$

$$(1.5) \quad u = \frac{V}{V_0} = \frac{u_x}{u_{x0}}, \quad V_0 = \frac{H_x^2}{4\pi m^2}, \quad h = \frac{H_y}{H_x}, \quad t = \frac{T}{m^2 V_0^2 / c_v}$$

$$I = \frac{F_x}{m^2 V_0}, \quad e = \frac{e'}{m^2 V_0^2}, \quad E = \frac{E_0}{H_x V_0 / 4\pi}, \quad q = \frac{Q}{m^2 V_0^2}$$

Здесь $\nu_m = c^2/4\pi\sigma$ — магнитная вязкость, m , F_x , e' — потоки массы, x -й составляющей импульса и энергии, $V = 1/\rho = u_x/m$, $E_0 = cE_z/4\pi m$, H_x , H_y , E_z — компоненты вектора напряженности магнитного и электрического поля, Q — химическая энергия непрореагировавшего газа на единицу массы, e — доля сгоревшего газа, меняющаяся от 0 до 1. Система координат выбрана таким образом, что E_y и потоки y -й и z -й составляющих импульса равны нулю.

Структура ударной волны описывается решением системы (1.1)–(1.5), у которого при $x \rightarrow -\infty$ и $x \rightarrow +\infty$ каждая из величин стремится к некоторому конечному предельному значению, соответствующему состоянию за и перед ударной волной. Следовательно, значениям $x = -\infty$ и $x = +\infty$ должны соответствовать точки A^- и A^+ , в которых обращаются в нуль правые части уравнений (1.1).

2. Общие свойства интегральных кривых. Рассмотрим пространство u , h , e . Уравнение (1.2) задает в этом пространстве двузначную по u поверхность, которую обозначим Σ . При этом легко видеть, что значения u_1 и u_2 ($u_1 > u_2$), соответствующие одним и тем же значениям h и e , связаны соотношениями на газодинамической ударной волне ($u_1 > a_0$, $u_2 < a_0$). На кривой, задаваемой на поверхности Σ уравнением $u = a_0$ (звуковая линия), эти значения совпадают. Интегральные кривые системы (1.1), (1.2) лежат на поверхности Σ . При этом на звуковой линии изменяется направление движения вдоль интегральных кривых. Решение задачи также может содержать скачок со сверхзвукового листа Σ^1 поверхности Σ на дозвуковой лист Σ^2 при одних и тех же значениях h и e , т. е. газодинамическую ударную волну. Так как по предположению $t_1 < \min(t_*, t_g)$, то правые части уравнений (1.1) в точке A^- равны нулю в силу (1.4) и в качестве A^- может быть взята любая точка сверхзвуковой части кривой, являющейся пересечением поверхности Σ с плоскостью $e = 0$

$$(2.1) \quad e - F(u, h) = 0, \quad e = 0$$

В качестве точки A^+ могут быть взяты те точки Σ , в которых обращаются в нуль выражения в скобках в правых частях уравнений (1.1), т. е. особые точки A_i этой системы. Эти точки задаются пересечением поверхностей Σ , плоскости $e = 1$ и цилиндра

$$(2.2) \quad h(u-1) + E = 0$$

Будем считать для определенности $E < 0$. Случай $E > 0$ получается из предыдущего заменой E на $-E$ и h на $-h$. Очевидно, что скачок из любой точки A^- в одну из точек A_i удовлетворяет законам сохранения массы, импульса и энергии, происходит при непрерывной касательной составляющей электрического поля и может рассматриваться как детонационная волна, ионизирующая газ.

Таким образом, если не требовать существования непрерывного решения, соединяющего эти точки, то переход из A^- в A_i определяется с точностью до одного произвольного параметра, который задает положение точки A^- на кривой (2.1). Ниже будет показано, что условие существования структуры может наложить ограничение на выбор точки A^- , т. е. могут появиться дополнительные соотношения, не являющиеся следствием законов сохранения.

Если температура в точке $A^- t_1 < \min(t_*, t_g)$, то в силу (1.4) решением системы (1.1), (1.2), выходящим из A^- , может быть только газодинамический скачок из A^- на Σ^2 . Если $t_1 = t_*$ (или $t_1 = t_g$), то структура может начинаться отрезком интегральной кривой, лежащей на Σ^1 . Однако в точке A^- скорость газа сверхзвуковая и никакие возмущения газодинамических величин не могут распространяться по состоянию перед волной. Поэтому не существует газодинамического механизма, который бы мог привести начальную температуру к критическому значению (t_*, t_g) и случаи $t_1 = t_*$, $t_1 = t_g$ рассматриваться в дальнейшем не будут. Таким образом, решение задачи о структуре волны детонации будет состоять из газодинамического скачка (переход с Σ^1 на Σ^2) и МГД течения с химическими реакциями, что соответствует движению вдоль интегральной кривой, лежащей на Σ , в одну из особых точек A_i .

Исследуем характер интегральных кривых системы (1.1), (1.2). Для этого, воспользовавшись однозначной зависимостью $\varepsilon = F(u, h)$, спроектируем поверхность Σ на плоскость $\varepsilon = 1$. Линии уровня $\varepsilon = \text{const}$ на этой плоскости совпадают с семейством кривых $2q(\gamma-1)[F(u, h)-1] = \text{const}$, рассмотренном в [10]. В силу однозначной зависимости ε от u, h качественный характер поведения интегральных кривых сохранится. Уравнение для проекции интегральных кривых имеет вид

$$(2.3) \quad \frac{du}{dh} = \frac{\delta s(t)(1-F) - uF_h'[h(u-1)+E]}{uF_u'[h(u-1)+E]} \equiv \frac{\Phi(u, h)}{uF_u'[h(u-1)+E]}$$

$$(2.4) \quad \delta = \frac{v_{m0} S_0 (4\pi m)^2}{H_x^4}, \quad v_m = v_{m0} f(t), \quad S = S_0 g(t), \quad s(t) = f(t)g(t)$$

Из (1.4) следует, что при $t_* < t < t_g$ интегральные кривые (2.3) совпадают с линиями $F = \text{const}$, а при $t_g < t < t_*$ — с прямыми $h = \text{const}$.

Особые точки (2.3) (при $F_u' \neq 0$) совпадают с точками A_i и определяются пересечением кривой $F=1$ и гиперболы (2.2) (МГД гипербола), т. е. теми же уравнениями, что и особые точки в случае структуры МГД ударных волн [11]. Поэтому число особых точек, как и в МГД, не превышает четырех и соотношения между значениями скоростей газа и скоростями малых возмущений в особых точках будут такими же ($A_1: u > a_+$, $A_2: a_A < u < a_+$, $A_3: a_- < u < a_A$, $A_4: u < a_-$, где a_-, a_A, a_+ — безразмерные скорости распространения медленных, альфвеновских и быстрых МГД — возмущений). При этом скорость в точке A_1 всегда больше, а в точке A_4 всегда меньше газодинамической скорости звука. Скорость же в точках A_2 и A_3 может быть как больше, так и меньше a_0 .

Легко видеть, что кривая $F(u, h) = 1$ является интегральной кривой уравнения (2.3). Поэтому одно собственное направление в точках A_i совпадает с касательной к этой кривой и соответствует тому же собственному значению (λ_1), что и в случае МГД течений ($\text{sign } \lambda_1 = \text{sign} [(a_0^2 - u^2)(u^2 - a_A^2)(u^2 - a_-^2)]$) [11]. Второе собственное значение $\lambda_2 = -S(t)/(mV_0 u)$ всегда отрицательно. Ему соответствует собственное направление

$$(2.5) \quad u - u_i = \left[1 - u_i - \frac{\delta s(t_i)}{u_i} \right] \frac{h - h_i}{h_i}$$

Таким образом, точка A_4 всегда и точки A_2 и A_3 в случае, когда они лежат в сверхзвуковой области, являются устойчивыми узлами. Точка A_1 всегда и точки A_2 и A_3 , когда они лежат в дозвуковой области, являются седлами.

Кроме A_i особыми точками (2.3) будут точки пересечения проекции звуковой линии на плоскость uh ($F_u' = 0$) с нулевой изоклиной $\Phi(u, h) = 0$. Через эти особые точки возможен непрерывный переход через звуковую линию. Характер этих точек может быть различен и будет выяснен ниже.

Предположим, что $\delta \gg 1$. Согласно (2.4) это соотношение имеет место не только, когда магнитная вязкость (скорость реакции) велика, но и в случае достаточно большого потока массы через разрыв или малой нормальной составляющей магнитного поля. Будем считать, что температуры t_* и t_g заданы. Построим поле интегральных кривых уравнения (2.3) в этом случае при $t > \max(t_*, t_g)$. В области, где $s(1-F) \sim 1$, интегральные кривые с точностью до δ^{-1} совпадают с прямыми $h = \text{const}$, в области $(1-F) \sim \delta^{-1}$ находится горизонтальная изоклина. При этом, если $u(A_2) > a_0$ (или $u(A_3) > a_0$) и имеет место неравенство

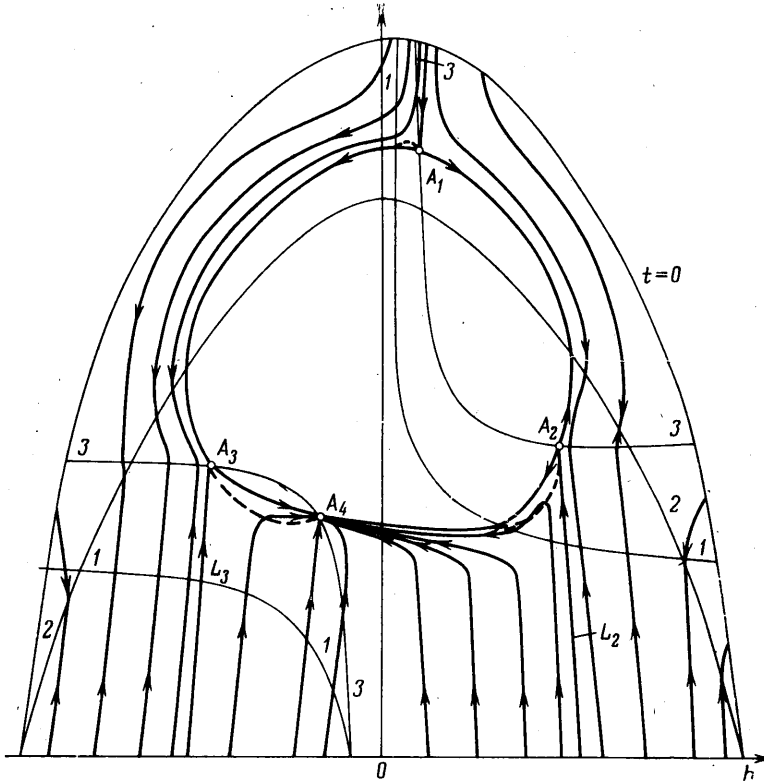
$$(2.6) \quad (k^2 I - 1) h^2 - 3Eh + 2(2e - k^2 I^2) > 0, \quad k^2 = \gamma^2 / (\gamma^2 - 1)$$

где h — соответственно больший или меньший корень уравнения

$$k^2 h^3 - 2h(k^2 I - 1) - 2E = 0$$

нулевая изоклина пересекает звуковую параболу, т. е. существует особая точка $D_2(D_3)$. Легко показать, что эти точки являются седлами с собственными направлениями, близкими к вертикальным. В области $(1-F) \ll \delta^{-1}$ интегральные кривые близки к линиям $F = \text{const}$. Картина интегральных кривых для случая, когда точки A_2 и A_3 лежат в дозвуковой области, представлена на фиг. 1. На фиг. 1, 2 равенствам $F_h' = 0$, $F_u' = 0$, МГД гиперболе соответствуют гипербола 1, парабола 2 и кривая 3, нулевая изоклина $\Phi(u, h) = 0$ нанесена пунктиром.

Для построения структуры волны необходимо знать поле температур на плоскости uh и ее изменение вдоль интегральных кривых уравнения (2.3). В рассматриваемом случае температура определяется соотношени-



Фиг. 1

ем (1.3) и изотермы в области $t > 0$ имеют вид замкнутых кривых, стягивающихся в точку $(I/2, 0)$, соответствующую максимальному значению t при заданных I и γ .

На вертикальной прямой $h = \text{const}$ температура имеет максимум в одной точке, лежащей на параболе

$$(2.7) \quad I - 2u - \frac{1}{2}h^2 = 0$$

На МГД гиперболе, которая в предельном случае является интегральной кривой уравнения (2.3), температура достигает максимума на каждой из ветвей в одной точке, лежащей при $h > 0$ выше, а при $h < 0$ ниже параболы (2.7).

На дозвуковой части кривой $F = \text{const}$ температура для любых значений параметров имеет максимум при $h < 0$. Возможно также появление еще двух экстремальных точек, когда кривая $F = \text{const}$ разомкнута.

3. Структура волн детонации, ионизирующих газ. Рассмотрим теперь структуру различных типов ионизирующих волн детонации при разных соотношениях между t_* , t_g и температурой t_s за газодинамическим скачком, с которого начинается структура. Выпишем дополнительные соотношения, обеспечивающие существование структуры.

1. Быстрая сверхзвуковая волна. Структура такой волны должна заканчиваться в точке A_2 . Пусть вначале эта точка дозвуковая. Тогда в нее входит единственная интегральная кривая L_2 (фиг. 1).

1). Если $t_s > \max(t_*, t_g)$, то легко видеть, что решение задачи о структуре состоит из газодинамического скачка со сверхзвуковой на дозвуковую часть кривой $F=0$ в точку ее пересечения с L_2 и отрезка интегральной кривой L_2 , который соответствует течению проводящей жидкости с химическими реакциями. Так как в рассматриваемом приближении вдоль L_2 $h = \text{const}$, то магнитное поле в структуре не меняется. Дополнительное соотношение, обеспечивающее существование структуры, имеет вид

$$(3.1) \quad h_1 = h_2$$

Здесь и далее индексами 1 и 2 будем обозначать значения соответствующих величин перед и за волной.

2). Если $t_g < t_s < t_*$, то решение состоит из газодинамического скачка, отрезка вертикальной прямой $h = \text{const}$, соответствующего течению непроводящей жидкости с химическими реакциями, в котором температура достигает значения t_* , и участка интегральной кривой L_2 (фиг. 2, а). Очевидно, что для существования решения задачи о структуре необходимо, чтобы $t = t_*$ в точке пересечения прямой $h = h_1$ с L_2 , что дает дополнительное соотношение в виде

$$(3.2) \quad h_1 = h_2 + \varphi(u_2, h_2) \delta^{-1} + O(\delta^{-2})$$

Так как в непроводящем газе $h = \text{const}$, а вдоль L_2 оно постоянно с точностью до $O(\delta^{-1})$, то магнитное поле в структуре не меняется.

3). Если $t_* < t_s < t_g$, то газ за газодинамическим скачком ионизован, и решение задачи строится из скачка, отрезка кривой $F=0$, отвечающего течению проводящей жидкости без химических реакций, в котором температура растет до $t = t_g$, и участка кривой L_2 (фиг. 2, б). Для существования структуры температура должна равняться t_g в точке пересечения L_2 с кривой $F=0$, и дополнительное соотношение будет иметь вид

$$(3.3) \quad \begin{aligned} & 4(h_2^2 - 2Eh_2 - A)^2 + 2(h_2^2 - 2I)^2(h_2^2 - 2Eh_2 - A) + \\ & + (\gamma - 1)(h_2^2 - 2I)^2 t_g = 0 \\ & A = 2(e - q) - (\gamma + 1)t_g \end{aligned}$$

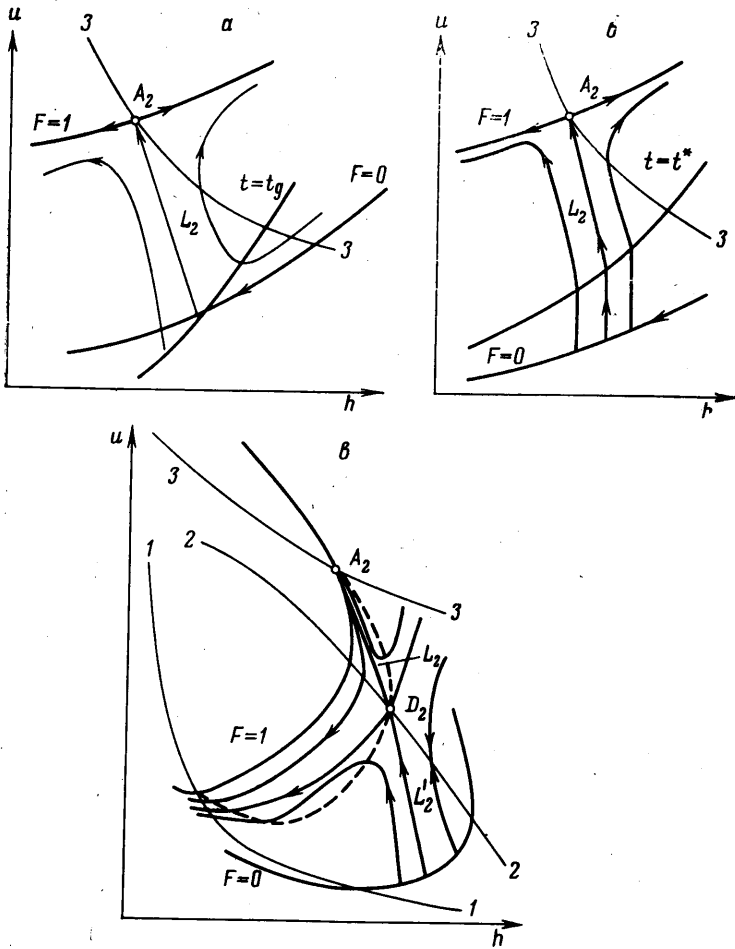
Это соотношение связывает E , t_g , q с параметрами газа за волной, так как константы e и I однозначно выражаются через последние. При этом $0 < h_2 < h_1$, поскольку при движении вдоль $F=0$, соответствующем росту x , h убывает.

Пусть теперь $u(A_2) > a_0$. Тогда, как указывалось выше, если выполняется условие (2.6), то на звуковой линии существует седловая особая точка D_2 , через которую по интегральной кривой L возможен переход из дозвуковой области в сверхзвуковую. Обозначим часть этой кривой, лежащую в дозвуковой области, через L_2' , а в сверхзвуковой — через L_2 (фиг. 2, в). Так как в этом случае точка A_2 является устойчивым узлом, то интегральная кривая L_2 входит в A_2 , располагаясь сколь угодно близко от кривой $F=1$. Отсюда, в частности, следует, что интегральная кривая, входящая в седловую особую точку A_1 , целиком лежит в сверхзвуковой области. Таким образом, не существует волн детонации, соответствующих точке A_1 .

Пусть $t_s > \max(t_*, t_g)$, тогда решение задачи о структуре состоит из скачка в точку пересечения кривой $F=0$ с L_2' и отрезков интегральных кривых L_2', L_2 . Так как L_2' сколь угодно близка к прямой $h = \text{const}$, то для существования решения задачи о структуре необходимо, чтобы

$$(3.4) \quad \Psi(u_1, h_1) = u_1^2 - \sqrt{2q}(\gamma^2 - 1)u_1 - \gamma(\gamma - 1)t_1 = 0$$

Соотношение (3.4) связывает параметры перед фронтом и не содержит E . Если состояние перед фронтом удовлетворяет ему, то волна еще не



Фиг. 2

определена, так как E остается свободным параметром. Однако в нестационарных процессах значение магнитного поля перед волной, определяемое (3.4), будет обеспечиваться распространяющейся вперед электромагнитной волной интенсивностью $H_{y1} - H_{y0}$, где H_{y0} — заданное начальное поле. При этом электрическое поле перед волной будет известным и равным $E_{z1} = H_{y1} - H_{y0} + E_{z0}$, где E_{z0} — начальное поле. Так как E_z непрерывно на волне, то дополнительным соотношением в рассматриваемом случае будет

$$(3.5) \quad (u_2 - 1)h_2 = h_0 - h_1$$

Отметим аналогию между этим случаем и случаем дозвуковых ионизирующих ударных волн [12]. На такой волне магнитное поле терпит разрыв в отличие от аналогичного случая с $u(A_2) < a_0$.

Если $t_g < t_* < t_g$, то решение состоит из гидродинамического скачка, движения вдоль отрезка вертикальной прямой до точки, в которой $t=t_*$, и отрезков интегральных кривых L_2' , L_2 . Для существования этого решения нужно, чтобы $t=t_*$ в точке пересечения $h=h_1$ с L_2' . В рассматриваемом случае $\delta^{-1} \ll 1$ это условие дает то же самое дополнительное соотношение (3.4), что и в предыдущем случае.

Если $t_* < t_g < t_g$, то решение задачи строится из скачка, участка кривой $F=0$ и отрезков интегральных кривых L_2' , L_2 . Дополнительное соотношение определяется из условия $t=t_g$ в точке пересечения L_2' с $F=0$ и имеет вид

$$(3.6) \quad E = \frac{\gamma(\gamma+1)^{-1}A^2 - 2\sqrt{2(\gamma-1)A - 4\gamma(e-I)}}{4\sqrt{\gamma}\sqrt{2\gamma I - \sqrt{2(\gamma-1)A}}}$$

$$A = (\gamma+1)\sqrt{(\gamma+1)q + 2\gamma t_g} - (\gamma-1)\sqrt{(\gamma+1)q}$$

Из (3.6) можно определить электрическое поле E по заданному начальному состоянию, если считать e , I выраженными через параметры газа перед волной.

До сих пор при рассмотрении структуры предполагалось, что температура, достигнув критической, остается больше нее. Однако изменение температуры, вообще говоря, не является монотонным. Поэтому возможны случаи, когда реакция, начавшись, может затухнуть и т. д. Из характера изменения температуры вдоль интегральных кривых следует, что при $u(A_2) < a_0$ в случае структур первого и второго типов достаточным условием незатухания реакции будет $t_2 > \max(t_*, t_g)$. В остальных случаях на интегральных кривых возможен минимум температуры, и к этому условию необходимо добавить $t_{\min} > t_g$.

II. Промежуточная сверхзвуковая волна. Структура такой волны заканчивается в точке A_3 . В рассматриваемом плоском случае ($H_z=0$) характер особой точки A_3 и поведение интегральных кривых в ее окрестности совпадают со случаем точки A_2 (фиг. 1). Поэтому дополнительные соотношения, обеспечивающие существование структуры, для всех типов структур и ограничения на температуру будут теми же. Заметим, что в структуре третьего типа, а также в случае $u(A_3) > a_0$ величина магнитного поля растет.

III. Медленная сверхзвуковая волна. Структура этой волны оканчивается в точке A_4 , являющейся устойчивым узлом. Интегральные кривые, входящие в A_4 , заполняют некоторую область на плоскости uh , ограниченную кривыми L_2 и L_3 (фиг. 1). Поэтому решение задачи о структуре существует в целой области значений параметров (например, $h_{A_3} < h_1 < h_{A_2}$), и дополнительные соотношения типа равенства отсутствуют.

В отличие от быстрых и промежуточных волн, когда $u(A_2) < a_0$ и $u(A_3) < a_0$ в медленных волнах в случае структуры первого и второго типов магнитное поле может как убывать, так и возрастать. При этом в рассматриваемом приближении течение, представляющее собой структуру, состоит из газодинамического скачка, зоны течения с тепловыделением при $h=\text{const}$ и зоны, в которой магнитное поле меняется, а тепловыделение отсутствует.

Температура в структуре может возрастать, убывать либо меняться немонотонно, причем возможно существование до пяти экстремальных то-

чек. Поэтому ограничения на температуру будут аналогичны ограничениям в случае быстрых волн структуры третьего типа.

Температура t_s за газодинамическим скачком выражается через параметры перед волной

$$t_s(\gamma-1) = u_s \left(I - u_s - \frac{1}{2} h_1^2 \right), \quad u_s = \frac{\gamma}{\gamma+1} (2I - u_1^2) - u_1$$

Если начальное состояние удовлетворяет условию $\Psi(u_1, h_1) > 0$ и $t_s > \max(t_*, t_g)$ либо $t_g < t_s < t_*$, то на быстрой ионизирующей волне детонации магнитное поле непрерывно, и изменение величин такое же, как в газодинамических волнах. При этом состояние за волной дозвуковое. При $\Psi(u_1, h_1) = 0$ состояние за волной сверхзвуковое, и такую волну надо рассматривать в комбинации с электромагнитной волной, обеспечивающей выполнение этого условия. Дополнительным соотношением будет (3.5). В этом случае магнитное поле в волне убывает. Если $t_* < t_s < t_g$, то в зависимости от начальных данных состояние за волной дозвуковое либо сверхзвуковое и, соответственно, имеет место дополнительное соотношение (3.3) либо (3.6). При этом магнитное поле в волне в обоих случаях убывает.

Поступила 13 VIII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Бармин А. А., Куликовский А. Г. Фронты ионизации и рекомбинации в электромагнитном поле. В сб. «Гидромеханика», т. 5. 1970 (Итоги науки. М., ВИНТИ АН СССР), 1971.
2. Helliwell J. B. Magnetogasdynamic deflagration and detonation waves with ionization. J. Fluid Mech., 1963, vol. 16, No. 2.
3. Gordon A. R., Helliwell J. B. Magnetogasdynamic deflagration under the Chapman — Jouguet condition. J. Fluid Mech., 1965, vol. 23, No. 4.
4. Gordon A. R., Helliwell J. B. Ionizing detonation waves in transverse electromagnetic fields. J. Plasma Phys., 1967, vol. 1, No. 2.
5. Гусика П. Л., Сузов Г. С. К расчету экзотермических волн, ионизирующих газ в магнитном поле. Магнитная гидродинамика, 1968, № 2.
6. Frankenthal S., Friedland A. B., Abarbanel S. Transverse ionizing MHD detonation waves, pt 1. Structure, Hugoniot curves and Chapman — Jouguet limit. J. Plasma Phys., 1973, vol. 10, No. 1.
7. Friedland A. B., Frankenthal S. Transverse ionizing MHD detonation waves, pt 2. Numerical simulation. J. Plasma Phys., 1973, vol. 10, No. 1.
8. Куликовский А. Г. О поверхностях разрыва, разделяющих идеальные среды с различными свойствами. Волны рекомбинации в магнитной гидродинамике. ПММ, 1968, т. 32, вып. 6.
9. Курант Г., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. М., Изд-во иностр. лит., 1950.
10. Бармин А. А., Пушкарь Е. А., Щелкачев М. В. Некоторые свойства ионизирующих ударных волн в магнитном поле. Отчет ин-та механ. МГУ, 1971, № 1271.
11. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. Магнитная гидродинамика. М., Физматгиз, 1962, 203.
12. Бармин А. А., Куликовский А. Г. Об ударных волнах, ионизирующих газ при наличии произвольно ориентированного магнитного поля. В сб. «Проблемы гидродинамики и механики сплошной среды». М., «Наука», 1969.