

## **НЕСТАЦИОНАРНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ГАЗА В ДВУХСЛОЙНОМ ТЕПЛОЗАЩИТНОМ ПОКРЫТИИ**

**М. В. САВЕЛОВ, В. П. ТИМОШЕНКО**

(Москва)

Широко применяемые в технике разлагающиеся теплозащитные материалы типа армированных пластиков, как правило, в большей или меньшей степени проницаемы для газов. Процессы термического разложения подобных материалов, происходящие не только на поверхности, но и внутри теплозащитного покрытия, сопровождаются интенсивным газовыделением и значительным увеличением пористости и проницаемости материала, поэтому при обычных условиях фильтрация газообразных продуктов термического разложения происходит главным образом в направлении поверхности нагрева [1]. В настоящей работе исследуется более сложное фильтрационное течение газа в типичном двухслойном теплозащитном покрытии [2], нанесенном на непроницаемую боковую поверхность затупленного конуса. Конус обтекается гиперзвуковым потоком воздуха и совершает колебания по углу атаки. Нижний теплоизоляционный слой покрытия имеет значительно большую пористость и проницаемость по сравнению с верхним слоем, поэтому газообразные продукты термического разложения верхнего слоя и газ набегающего потока при ненулевом угле атаки могут проникать на наветренной стороне конуса во внутренний слой, перетекать там на подветренную сторону и вытекать в атмосферу через верхний слой. Если в донной области конуса имеется открытый выход внутреннего слоя в атмосферу, часть газа может выходить наружу, минуя верхний слой.

Для указанных схем течения рассмотрен ряд способов расчета полей давления и фильтрационных потоков газа внутри теплозащитного покрытия. Определяются потоки на внешней поверхности конуса, представляющие интенсивность вдува или отсоса газа из пограничного слоя без учета поверхностной абляции теплозащитного материала. Представлены результаты численных расчетов.

1. При решении фильтрационной задачи, на внешней поверхности покрытия задается нестационарное распределение давления; в донной области — либо распределение давления, либо условие непротекания. Теплозащитный носок конуса считается непроницаемым, поэтому на границах с ним торцах слоев бокового покрытия задается условие непротекания.

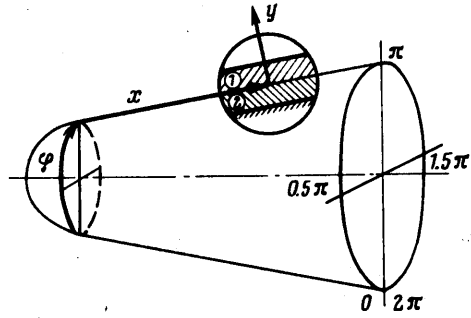
Сделаем некоторые предположения: теплозащитный материал можно рассматривать как однородную пористую среду, состоящую из газообразной и твердой фаз; термическое разложение материала с образованием газообразных продуктов происходит только в верхнем слое покрытия; в процессе фильтрации газ принимает температуру окружающей твердой фазы; физические свойства фильтрующегося газа аналогичны свойствам воздуха; изменение всех нестационарных величин, характеризующих твердую фазу, происходит гораздо медленнее, чем релаксация давления в рассматриваемой пористой среде. Тогда общее уравнение неизотермической фильтрации и выражение для потока газообразной фазы можно записать следующим образом [3]:

$$(1.1) \quad \frac{m}{T} \frac{\partial p}{\partial t} = \operatorname{div} \left( \frac{kp}{\mu T} \operatorname{grad} p \right) + Re$$

$$(1.2) \quad \mathbf{q} = - \frac{kp}{\mu RT} \operatorname{grad} p$$

где  $m(\mathbf{r}, t)$  — пористость,  $\mathbf{r}$  — вектор пространственной координаты,  $t$  — время,  $T(\mathbf{r}, t)$  — температура,  $p$  — давление,  $k(p, \mathbf{r}, t)$  — коэффициент проницаемости,  $\mu(T)$  — вязкость газа,  $R$  — газовая постоянная,  $\varepsilon(\mathbf{r}, t)$  — интенсивность внутренних источников газовой фазы,  $\mathbf{q}$  — поток газовой фазы.

В большинстве практических случаев толщина теплозащитного покрытия значительно меньше линейных размеров тела, кроме того, по предположению, коэффициенты проницаемости слоев удовлетворяют неравенству  $k_2 \gg k_1$  (индекс 1 относится к наружному слою, 2 — к внутреннему). Поэтому с достаточной точностью в первом слое можно рассматривать фильтрацию газа только по нормали к поверхности конуса, а во втором слое — двумерное течение вдоль тела. Сопряжение этих фильтрационных задач обеспечивается путем введения для слоя 2 фиктивных источников  $\varepsilon_2$  по формуле  $\varepsilon_2 = -q_{1-}/\delta_2$ , где  $q_{1-}$  — поток газа на внутренней поверхности первого слоя,  $\delta_2$  — толщина второго слоя.



Фиг. 1

Уравнения фильтрации для каждого слоя, начальные и граничные условия, выражения для фильтрационных потоков запишем в криволинейной ортогональной системе координат  $(x, \varphi, y)$ , связанной с поверхностью конуса (фиг. 1). При этом будем считать, что все характеристики, относящиеся ко второму слою, постоянны по его толщине, но могут зависеть от времени и координат  $x, \varphi$ . Толщины первого и второго слоев покрытия в общем случае предполагаются медленно меняющимися функциями координат  $x$  и  $\varphi$ , кроме того, толщина первого слоя может изменяться по времени за счет уноса теплозащитного материала. Таким образом, из (1.1), (1.2) с учетом выражения для  $\varepsilon_2$  можно получить

$$(1.3) \quad \frac{m_1}{T} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k_1 p}{\mu T} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + R \varepsilon_1 \quad (0 \leq y \leq \delta_1)$$

$$t=0, \quad p=f_1(x, \varphi, y); \quad y=0, \quad p=p_{1-}(x, \varphi, t)$$

$$y=\delta_1, \quad p=p_{1+}(x, \varphi, t)$$

$$(1.4) \quad \frac{\delta_2 m_2}{T} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{H \delta_2 k_2 p}{\mu T} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\delta_2 k_2 p}{H \mu T} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) + \delta_2 \varepsilon_2$$

$$(0 \leq x \leq x_0, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi)$$

$$t=0, \quad p=f_2(x, \varphi); \quad x=0, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

$$x=x_0, \quad p=p_{2+}(\varphi, t) \quad \text{или} \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

$$\varphi=0=2\pi, \quad \frac{\partial p}{\partial \varphi}(x, 0, t) = \frac{\partial p}{\partial \varphi}(x, 2\pi, t)$$

$$(1.5) \quad q_{1-} = -\frac{k_1 p}{\mu R T} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad q_{2,x} = -\frac{k_2 p}{\mu R T} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad q_{2,\varphi} = -\frac{k_2 p}{H \mu R T} \frac{\partial p}{\partial \varphi}$$

где  $\varepsilon_1(x, \varphi, y, t)$  — интенсивность газовыделения при термическом разложении верхнего слоя покрытия,  $H=H_\varphi(x)$  — параметр Ляме (в используемой системе координат  $H_x=1$ ),  $x_0$  — длина конической части тела,  $p_{1+}$  — внешнее давление,  $p_{1-}$  — давление на внутренней поверхности первого слоя, по определению равное давлению в слое 2.

Заметим, что при соответствующем изменении параметра Ляме  $H=H_\varphi(x)$  полученные уравнения остаются справедливыми для любого осесимметричного тела вращения без резких изломов образующей. Кроме того, вместо первого слоя в рамках предложенной модели можно рассматривать несколько слоев с достаточно низкими коэффициентами проницаемости.

2. Рассмотрим частный случай, когда характерное время релаксации давления в первом слое покрытия значительно меньше периода колебания конуса и  $\varepsilon_1(x, \varphi, y, t)$  медленно изменяется по времени. При этих условиях нестационарным членом в (1.3) можно пренебречь, а время  $t$  рассматривать как параметр, от которого зависят величины  $\delta_1(x, \varphi, t)$ ,  $p_{1-}(x, \varphi, t)$ ,  $p_{1+}(x, \varphi, t)$ ,  $\varepsilon_1(x, \varphi, y, t)$ . Таким образом, для произвольной точки  $(x, \varphi)$  вместо (1.3) можно записать

$$(2.1) \quad \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k_1 p}{\mu T} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + R \varepsilon_1 = 0, \quad (0 \leq y \leq \delta_1(x, \varphi, t))$$

$$y=0, \quad p=p_{1-}(x, \varphi, t); \quad y=\delta_1, \quad p=p_{1+}(x, \varphi, t)$$

Аналитическое решение (2.1) при условии, что  $k_1$  и  $\varepsilon_1$  не зависят от давления, имеет вид

$$(2.2) \quad p_1^2(y) = p_{1-}^2 - 2R \left[ q_{1-} \int_0^y \frac{\mu T}{k_1} dy + \int_0^y \left( \frac{\mu T}{k_1} \int_0^\eta \varepsilon_1(\xi) d\xi \right) d\eta \right]$$

$$(2.3) \quad q_{1-} = - \frac{p_{1+}^2 - p_{1-}^2 + A}{B}, \quad A = 2R \int_0^{\delta_1} \left( \frac{\mu T}{k_1} \int_0^\eta \varepsilon_1(\xi) d\xi \right) d\eta,$$

$$B = 2R \int_0^{\delta_1} \frac{\mu T}{k_1} dy$$

Общее выражение для потока газообразной фазы в первом слое покрытия следует из (2.1) и (1.5)

$$(2.4) \quad q_1(y) = q_{1-} + \int_0^y \varepsilon_1(\xi) d\xi$$

Подставив (2.3) в (1.4), получим независимое уравнение фильтрации для второго слоя, последний член которого имеет вид

$$(2.5) \quad \delta_2 \varepsilon_2 = \frac{p_{1+}^2(x, \varphi, t) + A(x, \varphi, t) - p^2}{B(x, \varphi, t)}$$

Начальные и граничные условия для этого уравнения те же, что и для (1.4). Таким образом, решение общей задачи в данном случае сводится к решению одного двумерного уравнения и последующему определению значений давления и фильтрационных потоков в первом слое по формулам (2.2), (2.4). Потоки во втором слое могут быть вычислены по формулам (1.5).

3. Еще один практически интересный режим фильтрации имеет место, если при  $x=x_0$  задано условие непротекания, фильтрация в первом

слое квазистационарная, а проницаемость второго слоя настолько высока, что градиентами давления в нем можно пренебречь. В этом случае второй слой работает как некоторая буферная емкость, расположенная под внешним слоем покрытия.

Уравнение, описывающее изменение давления в слое 2, можно получить из (1.4) с учетом (2.5), отбросив два первых члена в правой части (1.4) и проинтегрировав оставшееся соотношение по всей боковой поверхности конуса.

$$(3.1) \quad \frac{dp}{dt} + S(t)p^2 - E(t) = 0, \quad t=0, \quad p(0) = f_2 = \text{const}$$

$$S(t) = \left( 2\pi \int_0^{x_0} H(x) dx \right)^{-1} \int_0^{x_0} \left( \int_0^{2\pi} \frac{TH(x)}{\delta_2 m_2 B(x, \varphi, t)} d\varphi \right) dx$$

$$E(t) = \left( 2\pi \int_0^{x_0} H(x) dx \right)^{-1} \int_0^{x_0} \left( \int_0^{2\pi} \frac{TH(x) (p_{1+}(x, \varphi, t) + A(x, \varphi, t))}{\delta_2 m_2 B(x, \varphi, t)} d\varphi \right) dx$$

Алгоритм решения фильтрационной задачи с использованием уравнения (3.1) такой же, как и в предыдущем случае.

4. Полученные выше нелинейные уравнения могут быть решены стандартными численными методами. Так, в наиболее сложной системе уравнений (1.3), (1.4) уравнение (1.4) решалось локально-одномерным методом [4], причем значения  $q_1$  в каждом узле двумерной разностной сетки находились из численного решения уравнения (1.3) для соответствующей координаты  $(x, \varphi)$ . Все дифференциальные уравнения и граничные условия аппроксимировались по неявным разностным схемам [4] с порядком аппроксимации  $O(\Delta h^2 + \Delta t)$ , ( $\Delta h$  — шаг пространственной координаты,  $\Delta t$  — шаг счета по времени). Решение разностных уравнений вдоль координаты  $y$  осуществлялось методом потоковой прогонки [5], который обеспечивает высокую точность при сильно меняющихся значениях  $k_1(y)$  и, кроме того, позволяет непосредственно определять значения потока  $q_1$  внутри и на границах первого слоя. В направлении  $x$  разностные уравнения решались обычной одномерной прогонкой [4], а при решении вдоль оси  $\varphi$  использовалась предложенная в [6] циклическая прогонка. С целью обеспечения точности расчетов на каждом шаге по времени применялись итерации по давлению.

5. В качестве примера рассмотрим результаты решения системы уравнений (1.3), (1.4) для частного случая, когда внутреннее газовыделение отсутствует ( $\varepsilon_1 = 0$ ), температура везде одинакова, конус совершает колебания в плоскости  $(0, \pi)$  с постоянной амплитудой и синусоидальным законом изменения угла атаки по времени. Толщина первого слоя линейно изменяется вдоль координаты  $x$  и не зависит от  $t$  и  $\varphi$ . Все остальные характеристики покрытия и фильтрующего газа считаются постоянными. Для удобства введем безразмерные переменные

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x}{x_0}, & \varphi' &= \frac{\varphi}{2\pi}, & y' &= \frac{y}{\delta_{01}}, & t' &= \frac{t}{t_0}, & H' &= \frac{H}{H_0} \\ \delta_1' &= \frac{\delta_1}{\delta_{01}}, & p' &= \frac{p}{p_0}, & q' &= \frac{q}{q_0} \end{aligned}$$

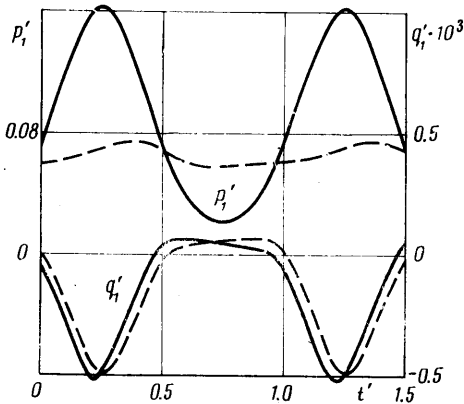
Здесь  $t_0$  — период колебания конуса,  $\delta_{01} = \delta_1(0)$ ,  $H_0 = H(0)$ ,  $p_0$  и  $q_0$  — соответственно давление торможения и расход набегающего потока воздуха.

Непосредственной подстановкой безразмерных переменных в уравнения (1.3), (1.4) и соотношения (1.5) легко убедиться, что процесс фильтрации в рассматриваемом случае зависит от безразмерных функций  $\delta_1'(x')$ ,  $H'(x')$ ,  $p_{1+}'(x', \varphi', t')$ ,  $p_{2+}'(\varphi', t')$ ,  $f_1'(x', \varphi', y')$ ,  $f_2'(x', \varphi')$  и следующих безразмерных комплексов:

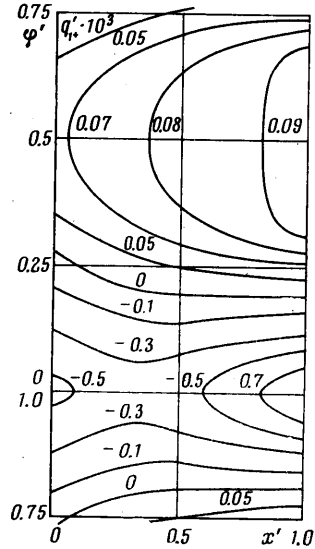
$$X = \frac{x_0}{2\pi H_0}, \quad Y = \frac{\delta_{01}}{x_0}, \quad D = \frac{\delta_{01}}{\delta_2}, \quad K = \frac{k_1}{k_2}, \quad M = \frac{m_1}{m_2},$$

$$Fo = \frac{k_1 p_0 t_0}{\delta_{01}^2 m_1 \mu}, \quad Ki = \frac{\mu RT \delta_{01} q_0}{k_1 p_0^2}$$

Критерии подобия  $Fo$  и  $Ki$  являются фильтрационными аналогами теплообменных критериев Фурье и Кирпичева [3]. Расчеты проводились для следующих значений безразмерных комплексов:  $X=0.75$ ,  $Y=5 \cdot 10^{-3}$ ,  $D=0.5$ ,  $K=10^{-4}$ ,  $M=0.2$ ,  $Fo=0.15$ ,  $Ki=20$ . Функции  $\delta_1'(x')$  и  $H'(x')$  имели



Фиг. 2



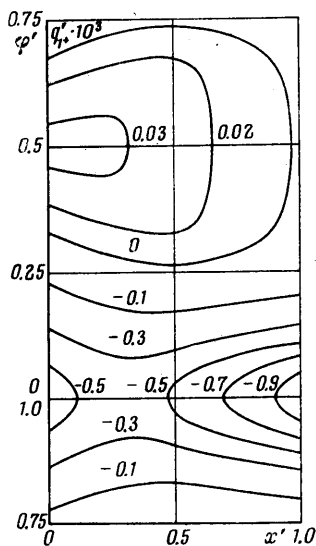
Фиг. 3

вид  $\delta_1'(x')=1-0.2 \cdot x'$ ,  $H'(x')=1+0.5x'$ . Распределение внешнего давления  $p_{1+}'(x', \varphi, t')$  задавалось интерполяцией по табличным значениям, полученным из численного расчета обтекания геометрически подобного конуса для нескольких углов атаки. Затупление конуса предполагалось сферическим, параметры набегающего потока воздуха имели постоянные значения:  $p_\infty=220 \text{ кг/м}^2$ ,  $T_\infty=220^\circ \text{ К}$ ,  $V_\infty=6000 \text{ м/сек}$ .

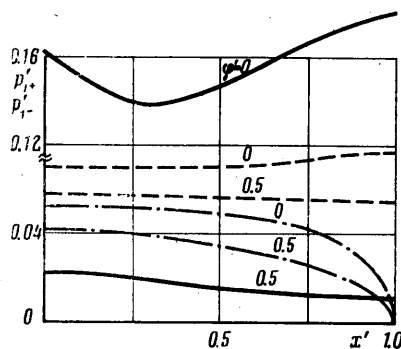
Давление в донной области для простоты принято постоянным:  $p_{2+}'=10^{-3}$ . Все результаты будут представлены для регулярного режима фильтрации, который устанавливается после достаточно большого числа колебаний конуса и не зависит от начального распределения давления, т. е. функций  $f_1'$  и  $f_2'$ .

Вначале рассмотрим случай, когда для второго слоя в донной области конуса задано условие непротекания ( $\partial p'/\partial x'|_{x'=1}=0$ ). На фиг. 2 показано изменение во времени параметров  $p_{1+}'$ ,  $p_{1-}'$ ,  $q_{1+}'$ ,  $q_{1-}'$  в точке боковой поверхности конуса с координатами  $x'=0$ ,  $\varphi=0$  ( $p_{1+}'$ ,  $q_{1+}'$  — сплошные,  $p_{1-}'$ ,  $q_{1-}'$  — штриховые линии). Запаздывания во времени между экстремумами давлений  $p_{1+}'$  и  $p_{1-}'$  и потоков  $q_{1+}'$  и  $q_{1-}'$  указывают на нестационарный характер фильтрации в обоих слоях. Видно, что в процессе колебаний на поверхности конуса существует как вдув, так и отсос газа из пограничного слоя, причем интенсивность отсоса примерно в десять раз превышает интенсивность вдува. Двумерное распределение интенсивности потока  $q_{1+}'(x', \varphi)$  при  $t'=0.25$  для этого случая представлено на фиг. 3.

На фиг. 4 аналогичное распределение потока  $q_{1+}'(x', \varphi')$  показано для режима фильтрации с граничным условием в донной области  $p'|_{x'=1} = p_{2+}'$ . Сообщение второго слоя покрытия с атмосферой приводит к тому, что значительная часть газа, отсасываемого из пограничного слоя на наветренной стороне тела, вытекает в донную область, а интенсивность вдува на подветренной стороне незначительна. На фиг. 5 для двух рассмотренных режимов фильтрации показано изменение параметров  $p_{1+}'$ ,  $p_{1-}'$  вдоль образующих конуса  $\varphi'=0$ ,  $\varphi'=0.5$  при  $t'=0.25$ . Сплошными линиями изображено распределение



Фиг. 4



Фиг. 5

$p_{1+}'$ , пунктирными линиями нанесены графики  $p_{1-}'$  при  $\partial p'/\partial x'|_{x'=1}=0$  и штрихпунктирными — значения  $p_{1-}'$  при  $p'|_{x'=1}=p_{2+}'$ . Видно, что режиму фильтрации с открытым выходом внутреннего слоя в донную область соответствуют более низкие давления  $p_{1-}'$ . Это в свою очередь приводит к увеличению отсоса газа из пограничного слоя (см. фиг. 4).

Таким образом, результаты расчетов показывают, что наличие пористого слоя под внешним теплозащитным покрытием приводит к образованию сложного фильтрационного течения внутри покрытия. Особенно сильное перетекание газа наблюдается, когда внутренний слой покрытия имеет открытый выход в донную область. Следствием рассмотренных процессов может явиться более интенсивный прогрев внутренних слоев теплозащиты, увеличение тепловых потоков к поверхности тела и повышенная скорость уноса теплозащитного материала.

Поступила 21 III 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Scala S. M., Gilbert L. The thermal degradation of a char-forming plastic during hypersonic flight. ARS Journal, 1962, vol. 32, No. 6.
2. McCown J. W. Review of structural and heat-shield concepts for future re-entry spacecrafts. AIAA Paper, 1968, No. 1127.
3. Лыков А. В. Теплообмен (справочник). М., «Энергия», 1972.
4. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971.
5. Дегтярев Л. М., Фаворский А. П. Поточный вариант метода прогонки. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1968, т. 8, № 3.
6. Абрамов А. А., Андреев В. Б. О применении метода прогонки к нахождению периодических решений дифференциальных и разностных уравнений. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1963, т. 3, № 2.