

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОМЕРНОЙ ТРЕХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Б. В. ШАЛИМОВ

(Москва)

В связи с разработкой нефтяных месторождений возникает задача о совместной фильтрации нескольких фаз, например, нефти, воды и газа. В [1] предложена математическая модель трехфазной фильтрации и получены некоторые аналитические решения. Приближенные методы моделирования описаны в [2, 3]. Полное исследование задачи возможно с помощью численных методов. Для этого удобны схемы сквозного счета, которые должны конструироваться так, чтобы они годились для описания всех вариантов течения, реализующихся в различных областях моделируемого пласта — от однофазного (жесткого, упругого или чисто газового) до трехфазного.

В данной работе рассматривается явная по насыщенностям и неявная по давлению, полностью консервативная конечно-разностная схема для уравнений трехфазной фильтрации. Приводятся примеры численного моделирования трехфазных течений.

1. Одномерное течение трех фаз (нефтяной, водной и газовой) в неоднородном по проницаемости пласте с учетом растворимости газа в нефтяной и водной фазах, сжимаемости фаз и пористой среды, а также силы тяжести описывается следующими уравнениями закона сохранения массы и закона Дарси для каждой фазы [1]:

$$(1.1) \quad A \frac{\partial c_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial v_\alpha}{\partial x} = 0, \quad w_\alpha = -a_\alpha \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \gamma_\alpha \cos \theta \right)$$

$$v_1 = f_1 w_1, \quad v_2 = f_2 w_2, \quad v_3 = f_1 w_1 R_1 + f_2 w_2 R_2 + f_3 w_3$$

$$c_1 = \frac{ms_1}{B_1}, \quad c_2 = \frac{ms_2}{B_2}, \quad c_3 = \frac{ms_1 R_1}{B_1} + \frac{ms_2 R_2}{B_2} + \frac{ms_3}{B_3}$$

$$a_\alpha = Ak / \mu_\alpha B_\alpha$$

Здесь α — номер фазы (1 — для нефтяной, 2 — для водной, 3 — для газовой); x — координата; t — время; p — пластовое давление; $A(x)$, $m(x, p)$, $k(x, p)$ — поперечное сечение, пористость и абсолютная проницаемость пласта; s_α — насыщенности, $f_\alpha(s_1, s_2, s_3)$ — относительные проницаемости; $\mu_\alpha(p)$ — вязкости; $\gamma_\alpha(p)$ — удельные веса; $B_\alpha(p)$ — объемные коэффициенты фаз; $R_\alpha(p)$ — коэффициенты растворимости газа в нефтяной и водной фазах; v_α — объемные расходы фаз, приведенные к стандартным условиям (нефть и вода — дегазированы, газ — свободный и выделившийся из жидких фаз); θ — угол между осью x и вертикалью (направленной против силы тяжести). Параметры фаз μ_α , γ_α , B_α , R_α считаются функциями давления, однако легко учесть также зависимость их от насыщенностей.

Из дивергентной системы (1.1) с учетом соотношения $s_1 + s_2 + s_3 = 1$ следует недивергентное уравнение

$$(1.2) \quad A \left(c_1 \frac{\partial H_1}{\partial t} + c_2 \frac{\partial H_2}{\partial t} + \frac{\partial H_3}{\partial t} \right) = H_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + H_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} - \frac{\partial v_3}{\partial x}$$

$$H_1 = R_1 - \frac{B_1}{B_3}, \quad H_2 = R_2 - \frac{B_2}{B_3}, \quad H_3 = \frac{m}{B_3}$$

Уравнение (1.2) с учетом выражений для c_α , H_α , v_α можно рассматривать как нелинейное параболическое уравнение относительно p (при заданных s_α). Для параболичности (1.2) достаточно, чтобы экспериментальные функции от p удовлетворяли условия $B_\alpha H'_\alpha + m H''_\alpha \geq 0$ ($\alpha=1, 2$). Если p известно, то насыщенности находятся из системы (1.1). Условия задачи (в частности, f_α) обычно таковы, что относительно s_α система (1.1) является гиперболической. Предположим для определенности, что характеристические направления требуют условия для s_α лишь на входе $x=0$; на выходе $x=l$ значения s_α приносятся по характеристикам из области течения. Тогда можно сформулировать следующие граничные условия. На входе заданы либо давления и насыщенности $p(0, t) = p_0(t)$, $s_\alpha(0, t) = s_{\alpha, 0}(t)$, либо расходы нефти, воды и газа $v_\alpha(0, t) = v_{\alpha, 0}(t)$. На выходе задано либо давление $p(l, t) = p_N(t)$, либо суммарный расход $v(l, t) = v_N(t)$ ($v = v_1 + v_2 + v_3$). В начальный момент заданы распределения давления и насыщенности $p(x, 0) = p^0(x)$, $s_\alpha(x, 0) = s_{\alpha, 0}(x)$.

2. Для численного решения задачи перейдем к конечно-разностной аппроксимации уравнений. В области $0 \leq x \leq l$, $0 \leq t \leq T$ введем две разностные сетки. Насыщенности определим на сетке (x_i, t_s^n) , а давление — на сетке (x_i, t_p^n) . Здесь $x_i = i\Delta x$; $t_s^0 = 0$, $t_s^{n+1} = t_s^n + \Delta t^n$;

$$t_p^{n+1} = -\Delta t^n, \quad t_p^n = t_p^{n-1} + \Delta t^n \quad (i=0, 1, \dots, N; \quad n=0, 1, \dots, M);$$

Δx — шаг по x ($\Delta x = l/N$); Δt^n — переменный шаг по t ($t^{M+1} = T$). Очевидно, слои t_s^{n+1} и t_p^n сдвинуты на постоянную величину $t_s^{n+1} - t_p^n = \Delta t^0$. Скорости и некоторые коэффициенты будем относить к «полузлам» узлам $x_{i \pm 1/2}$.

Систему (1.1) аппроксимируем с погрешностью $O(\Delta x, \Delta t)$ следующими дивергентными разностными уравнениями:

$$(2.1) \quad \Delta x A_i (c_{\alpha, i}^{n+1} - c_{\alpha, i}^n) = \Delta t^n (v_{\alpha, i-1/2}^n - v_{\alpha, i+1/2}^n)$$

$$(i=1, 2, \dots, N-1; \quad n=0, 1, \dots, M)$$

$$c_{1, i}^n = s_{1, i}^n \left(\frac{m}{B_1} \right)_i^{n-1}, \quad c_{2, i}^n = s_{2, i}^n \left(\frac{m}{B_2} \right)_i^{n-1}$$

$$c_{3, i}^n = s_{1, i}^n \left(\frac{mR_1}{B_1} \right)_i^{n-1} + s_{2, i}^n \left(\frac{mR_2}{B_2} \right)_i^{n-1} + s_{3, i}^n \left(\frac{m}{B_3} \right)_i^{n-1}$$

$$v_{1, i+1/2}^n = (f_1 w_1)_{i+1/2}^n, \quad v_{2, i+1/2}^n = (f_2 w_2)_{i+1/2}^n$$

$$v_{3, i+1/2}^n = R_{1, i+1/2}^n (f_1 w_1)_{i+1/2}^n + R_{2, i+1/2}^n (f_2 w_2)_{i+1/2}^n + (f_3 w_3)_{i+1/2}^n$$

$$(f w)_{i+1/2}^n = \begin{cases} f_i^n w_{i+1/2}^n, & \text{если } w_{i+1/2}^n \geq 0 \\ f_{i+1}^n w_{i+1/2}^n, & \text{если } w_{i+1/2}^n < 0 \end{cases}$$

$$w_{\alpha, i+1/2}^n = -a_{\alpha, i+1/2}^n \left(\frac{p_{i+1}^n - p_i^n}{\Delta x} + \gamma_{\alpha, i+1/2}^n \cos \theta \right)$$

$$R_{\alpha, i+1/2}^n = 1/2 (R_{\alpha, i}^n + R_{\alpha, i+1}^n); \quad \gamma_{\alpha, i+1/2}^n = 1/2 (\gamma_{\alpha, i}^n + \gamma_{\alpha, i+1}^n)$$

$$a_{\alpha, i+1/2}^n = 1/2 (a_{\alpha, i}^n + a_{\alpha, i+1}^n) \quad \text{или} \quad a_{\alpha, i+1/2}^n = 2a_{\alpha, i}^n a_{\alpha, i+1}^n (a_{\alpha, i}^n + a_{\alpha, i+1}^n)^{-1}$$

Формулы для R_α , γ_α , a_α в полуцелых узлах следуют из интегроинтерполяционного метода аппроксимации [4], при этом функции насыщенностей f_α снесены в ближайший узел сетки вверх по потоку для обеспечения устойчивости разностной схемы.

Исключив $s_{\alpha,i}^{n+1}$ из уравнений (2.1) с помощью соотношения

$$(2.2) \quad s_{1,i}^{n+1} + s_{2,i}^{n+1} + s_{3,i}^{n+1} = 1$$

получим разностную аппроксимацию уравнения (1.2)

$$(2.3) \quad \Delta x A_i [c_{1,i}^n (H_{1,i}^n - H_{1,i}^{n-1}) + c_{2,i}^n (H_{2,i}^n - H_{2,i}^{n-1}) + (H_{3,i}^n - H_{3,i}^{n-1})] = \\ = \Delta t^n [H_{1,i}^n (v_{1,i+1/2}^n - v_{1,i-1/2}^n) + H_{2,i}^n (v_{2,i+1/2}^n - v_{2,i-1/2}^n) - (v_{3,i+1/2}^n - v_{3,i-1/2}^n)]$$

Схема (2.1)–(2.3) обладает следующим свойством: любое ее уравнение является точным следствием остальных. Поэтому если в системе (2.1)–(2.2) отбросить одно уравнение, заменив его недивергентным уравнением (2.3) для давления, то численное решение будет удовлетворять также отброшенному уравнению, т. е. всем законам сохранения (2.1) и условию (2.2). По аналогии с [5] схему (2.1)–(2.3) можно назвать полностью консервативной. При несогласованной аппроксимации уравнения для давления, как показали расчеты, может существенно нарушаться один из законов сохранения (2.1) или условие (2.2) — смотря по тому, какое уравнение отбрасывается. Пример согласованной аппроксимации системы уравнений двухфазного течения несжимаемых жидкостей дан в [6].

Аналогичным образом получается согласованная аппроксимация граничных условий. Начальные условия разносятся на слои t_s^0 и t_p^{-1} .

Разностная задача расщепляется на две: сначала из уравнения (2.3) определяем p_i^n по известным p_i^{n-1} , $s_{\alpha,i}^n$, затем из уравнений (2.1)–(2.2), отбросив лишнее, находим $s_{\alpha,i}^{n+1}$ по известным $s_{\alpha,i}^n$, p_i^n , p_i^{n-1} .

Уравнение (2.3) неявное и нелинейное относительно p_i^n . Оно решается итерационным методом с использованием квазилинеаризации вида (v — номер итерации)

$$(2.4) \quad \Delta x A_i [c_{1,i}^v (H_{1,i}^v - H_{1,i}^{v-1}) + c_{2,i}^v (H_{2,i}^v - H_{2,i}^{v-1}) + (H_{3,i}^v - H_{3,i}^{v-1})] = \\ = \Delta t^v [H_{1,i}^{v-1} (v_{1,i+1/2}^v - v_{1,i-1/2}^v) + H_{2,i}^{v-1} (v_{2,i+1/2}^v - v_{2,i-1/2}^v) - (v_{3,i+1/2}^v - v_{3,i-1/2}^v)] \\ H_{\alpha,i}^v = H_{\alpha,i}^{v-1} + H_{\alpha,i}'(p_i^{v-1}) (p_i^v - p_i^{v-1}) \\ v_{1,i+1/2}^v = (f_1 w_1)_{i+1/2}^v, \quad v_{2,i+1/2}^v = (f_2 w_2)_{i+1/2}^v \\ v_{3,i+1/2}^v = R_{1,i+1/2}^{v-1} (f_1 w_1)_{i+1/2}^v + R_{2,i+1/2}^{v-1} (f_2 w_2)_{i+1/2}^v + (f_3 w_3)_{i+1/2}^v \\ w_{\alpha,i+1/2}^v = -a_{\alpha,i+1/2}^{v-1} \left(\frac{p_{i+1}^v - p_i^v}{\Delta x} + \gamma_{\alpha,i+1/2}^{v-1} \cos \theta \right)$$

$f_{\alpha,i+1/2}^v = f_{\alpha,i}^v$ или $f_{\alpha,i+1}^v$ в зависимости от знака $w_{\alpha,i+1/2}^{v-1}$.

Начальным приближением служат p_i^{n-1} . Неизвестные p_i^v находятся из (2.4) методом прогонки.

Уравнения (2.1) явные относительно $s_{\alpha,i}^{n+1}$. Для устойчивости должно соблюдаться условие типа Куранта. Отбросим третье уравнение, соответствующее наиболее подвижной фазе. Рассмотрим случай, когда f_α зависит

только от s_α . Если, для определенности, $w_\alpha \geq 0$, то уравнение (2.1) можно переписать в виде

$$\Delta x A_i(c_{\alpha,i}^n - c_{\alpha,i}) + \Delta t^n w_{\alpha,i-1/2}(f_{\alpha,i} - f_{\alpha,i-1}) = -\Delta t^n f_{\alpha,i}^n (w_{\alpha,i+1/2}^n - w_{\alpha,i-1/2}^n)$$

Применяя к $f_\alpha(s_\alpha)$ теорему о конечном приращении, получим (s_α^* — значение между $s_{\alpha,i}^n$ и $s_{\alpha,i-1}^n$)

$$\begin{aligned} c_{\alpha,i}^{n+1} &= (1 - D_{\alpha,i}) c_{\alpha,i}^n + D_{\alpha,i} c_{\alpha,i-1}^n + \Delta t^n E_{\alpha,i} \\ D_{\alpha,i} &= A^{-1} w_{\alpha,i-1/2} (B_\alpha/m)_i^{n-1} (\Delta t^n / \Delta x) f_\alpha'(s_\alpha^*) \\ \Delta x A_i E_{\alpha,i} &= c_{\alpha,i-1}^n w_{\alpha,i-1/2} \left[\left(\frac{B_\alpha}{m} \right)_{i-1}^{n-1} - \left(\frac{B_\alpha}{m} \right)_i^{n-1} \right] \times \\ &\times f_\alpha'(s_\alpha^*) - f_{\alpha,i}^n (w_{\alpha,i+1/2}^n - w_{\alpha,i-1/2}^n) \end{aligned}$$

Характер функций $f_\alpha(s_\alpha)$ таков, что $0 \leq f_\alpha(s_\alpha) \leq M_1 |s_\alpha|$ и $0 \leq f_\alpha'(s_\alpha) \leq M_2$ при всех s_α (M_1, M_2 — константы). Поэтому если $A_i w_{\alpha,i-1/2}^n$, $(B_\alpha/m)_i^{n-1}$ и разностные производные по x в $E_{\alpha,i}$ ограничены (равномерно по i, n), то при условии $D_{\alpha,i} \leq 1$ имеет место устойчивость вида [7] (M — константа)

$$(2.5) \quad \|c_\alpha^{n+1}\| \leq (1 + M \Delta t) \|c_\alpha^n\|, \quad \|c_\alpha^n\| = \max_i |c_{\alpha,i}^n|$$

Условие $D_{\alpha,i} \leq 1$ будет выполнено, если шаги Δt^n и Δx подчинить условию типа Куранта

$$(2.6) \quad \Delta t^n \leq \frac{\omega_\alpha \Delta x}{w_\alpha^*}, \quad w_\alpha^* = \max_i \left| \frac{w_{\alpha,i \pm 1/2}}{A_i} \right|, \quad \omega_\alpha = \min \frac{m(p)}{f_\alpha'(s_\alpha) B_\alpha(p)}$$

В общем случае оценки не изменятся существенно, т. к. зависимость двухпараметрических функций f_α от «своей» насыщенности s_α будет преобладающей. Благодаря последнему обстоятельству схема практически устойчива, несмотря на то, что нет полного согласования ее с характеристиками системы (реализация схем «бегущего счета» в характеристических инвариантах для многофазных задач затруднительна). Поясним это на примере одномерной трехфазной задачи Баклея — Леверетта. Из уравнений (2.1) без учета гравитации после исключения p и линеаризации по s_α получим систему (v — суммарная скорость, $F_\alpha(s_1, s_2)$ — трехфазные функции Баклея — Леверетта, $\|F_s'\|$ — матрица-якобиан)

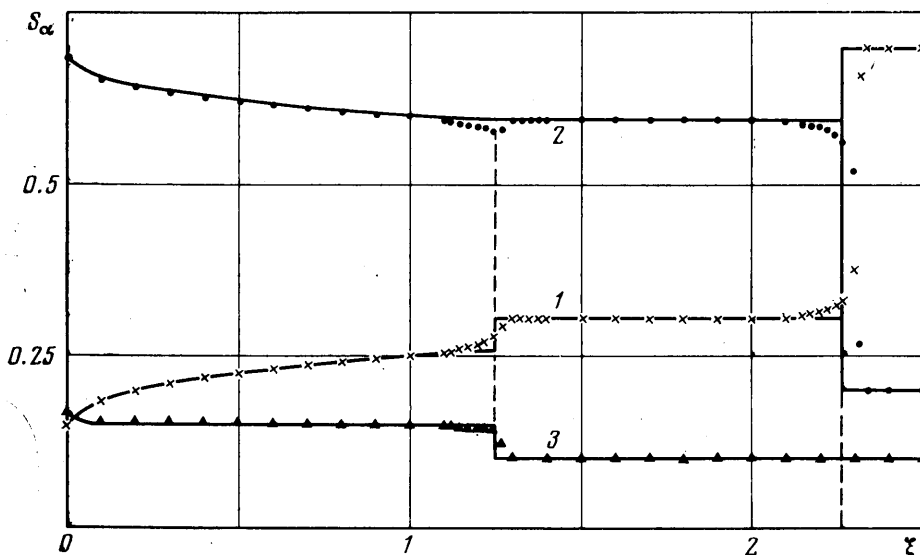
$$s_i^{n+1} = s_i^n - a \|F_s'\| (s_i^n - s_{i-1}^n), \quad a = \frac{v}{mA} \frac{\Delta t}{\Delta x}, \quad s = (s_1, s_2)$$

Замораживая коэффициенты и применяя метод Фурье, получим для модуля перехода k -ой гармоники со слоя на слой выражение

$$|\rho|^2 = 1 - 4b(1-b) \sin^2 \frac{k \Delta x}{2}, \quad b = \lambda a$$

где $\lambda = \lambda_1, \lambda_2$ — собственные значения матрицы $\|F_s'\|$

$$2\lambda_{1,2} = \left(\frac{\partial F_1}{\partial s_1} + \frac{\partial F_2}{\partial s_2} \right) \pm \left[\left(\frac{\partial F_1}{\partial s_1} - \frac{\partial F_2}{\partial s_2} \right)^2 + 4 \frac{\partial F_1}{\partial s_2} \frac{\partial F_2}{\partial s_1} \right]^{1/2}$$



Фиг. 1

Схема устойчива ($|\rho| \leq 1$), если (а) λ_1 и λ_2 вещественны (т. е. система гиперболическая), (б) $\lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0$ (т. е. оба семейства характеристик имеют положительный наклон), (в) $\max(\lambda a) \leq 1$ (т. е. выполняется условие типа Куранта на шаге). Обычно относительные проницаемости таковы, что перечисленные условия выполняются.

3. Рассмотрим трехфазную фильтрацию без учета сжимаемости, растворимости и силы тяжести. В [8] построено решение для трехфазного течения, аналогичное решению Баклея — Леверетта для двух фаз. Например, при нагнетании газовой смеси в пласт, первоначально насыщенный нефтью и «связанными» водой и газом, развивается течение с двумя скачками насыщенностей. На фиг. 1 сплошными линиями изображены «точные» (рассчитанные согласно [8]) распределения s_α по автомодельной переменной $\xi = mx/vt$ ($t = 8 \cdot 10^6$ сек), а точками — численные значения s_α при $\xi_i = mx_i/vt$ (x_i — некоторые из узлов разностной сетки). В расчетах использованы следующие значения параметров: $A = 1 \text{ см}^2$; $l = 10^4 \text{ см}$; $m = 0.2$; $k = 1 \text{ дарси}$, $\cos \theta = 0$; $B_\alpha = 1$; $R_\alpha = 0$; $\mu_1 = 1.75 \text{ сн}$; $\mu_2 = 0.55 \text{ сн}$; $\mu_3 = 0.012 \text{ сн}$; $s_1^0 = 0.7$; $s_2^0 = 0.2$; $s_3^0 = 0.1$; на входе $p_0 = 50 \text{ ат}$; $s_{\alpha,0} = \text{const}$; на выходе задан суммарный расход $v = 10^{-4} \text{ см}^3/\text{сек}$; $N = 100$; $\omega = 0.045$ (в некоторых вариантах 0.25–0.45); $\Delta t^0 = 10^4 \text{ сек}$; итерации для p не требуются; относительные проницаемости [9]

$$f_\alpha = g_\alpha [(s_\alpha - s_\alpha^*) / (1 - s_\alpha^*)]^{a_\alpha} (s_\alpha^* \leq s_\alpha \leq 1)$$

$$f_\alpha = 0 (s_\alpha < s_\alpha^*), f_\alpha = 1 (s_\alpha > 1)$$

$$s_1^* = 0.15, s_2^* = 0.2, s_3^* = 0.1, a_1 = 2.8, a_2 = 3.5, a_3 = 3.5,$$

$$g_1 = 1 + s_2(2.4 + 16.5s_3), g_2 = 1, g_3 = 1 + 3(1 - s_3)$$

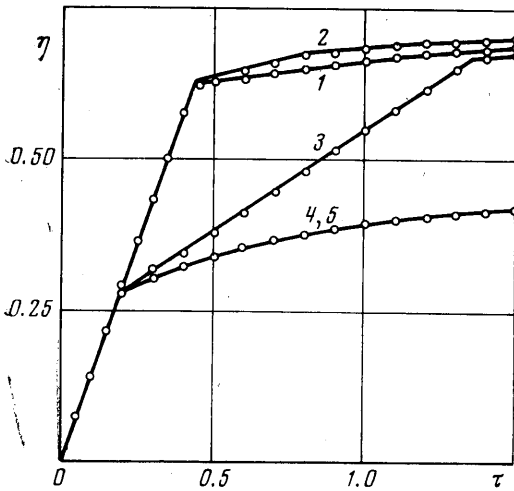
Характерно следующее: когда на скачке разрывны все три насыщенности, размазывание разрывов в численном решении происходит монотонно; если же одна из фаз непрерывна (но подвижна), то монотонное размазывание двух разрывов вызывает возмущение и непрерывной фазы в виде немонотонной дужки, появляющейся в окрестности скачка (фиг. 1, кривая 2). В целом численные распределения удовлетворительно согласуются с «точными».

На фиг. 2 сплошные линии изображают «точные» зависимости коэффициента нефтеотдачи η (отношение объема добытой нефти к начальному содержанию нефти в пласте) от безразмерного времени $\tau = vt/ml$ для разных соотношений фаз на входе.

кривая	1	2	3	4	5
$s_{2,0}$	0.75	0.69	0.602	0.52	0.20
$s_{3,0}$	0.10	0.16	0.248	0.33	0.65
$\varphi_2 = v_{2,0}/v$	1.0	0.938	0.251	0.034	0
$\varphi_3 = v_{3,0}/v$	0	0.062	0.749	0.966	1.0

Точками отмечены численные значения η . Согласование точного и численного решений по коэффициенту нефтеотдачи очень хорошее. Разностная схема «замечает», например, такую деталь, как некоторое увеличение нефтеотдачи при вытеснении смесью по сравнению с вытеснением водой или газом (кривые 1, 2, 5). Кривые 4 и 5 до $\tau \approx 1.8$ совпадают.

4. Рассмотрим типичную задачу смешанного режима [2, 3]. Пласт, насыщенный газированной нефтью и «связанными» водой и газом, эксплуатируется путем снижения давления на правой границе до значения ниже



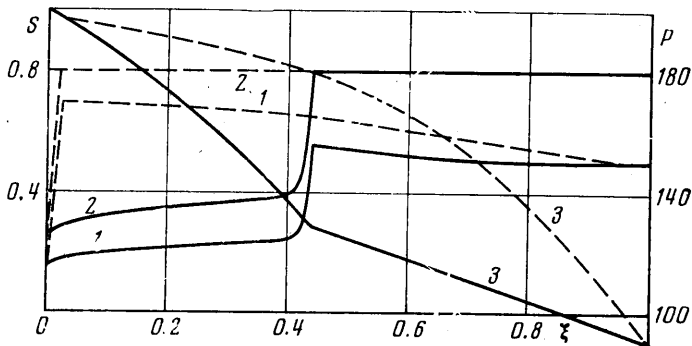
Фиг. 2

начального пластового давления, равного давлению насыщения. Для поддержания пластового давления через левую границу нагнетается вода. Значения параметров следующие:

$A=1 \text{ см}^2$; $l=7.5 \cdot 10^5 \text{ см}$; $m=0.15$; $k=0.05 \text{ дарси}$; $\mu_1=0.681 - 0.00116 p/p_*$ (сн); $B_1=1.08 + 0.0019 p/p_*$; $R_1=11.3 + 0.75 p/p_*$ (p_* — атмосферное давление); $\mu_2=0.5 \text{ сн}$; $B_2=1$; $R_2=0$; $\mu_3=0.03 \text{ сн}$; $B_3=p/p$; f_α — из предыдущей задачи; $p^\circ=200 \text{ ат}$; $s_1^\circ=0.7$; $s_2^\circ=0.2$; $s_3^\circ=0.1$; $p_0=200 \text{ ат}$; $s_{1,0}=0.15$; $s_{2,0}=0.75$; $s_{3,0}=0.10$; $p_N=90 \text{ ат}$; $N=100$; $\omega=0.034$, согласно (2.6); число итераций $v=5$ (с большим запасом; в частности, массовый дис-

баланс для газа составлял $10^{-2} - 10^{-4} \%$); $\Delta t^\circ=1 \text{ сут.}$, при счете выработки переменный шаг $\Delta t^n \sim 1 \text{ сут.}$

На фиг. 3 показаны распределения s_1 (кривые 1), s_1+s_3 (кривые 2) и p (кривые 3) для $t=50 \text{ сут.}$ (пунктир) и $t=800 \text{ сут.}$ (сплошные). Отме-

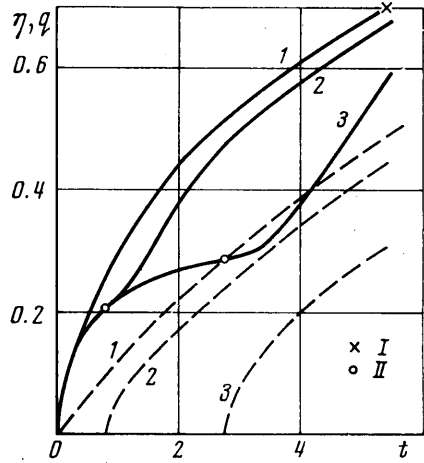


Фиг. 3

тим две стадии вытеснения: пока градиент давления на входе мал, реализуется режим растворенного газа (до $t \sim 20$ сут.). Затем, по мере падения пластового давления, начинается внедрение воды (пунктир) и режим вытеснения переходит в смешанный: в области, примыкающей к выходу, продолжается падение давления и разгазирование нефтяной фазы; в области входа происходит вытеснение нефти и газа водой. Эти области разделяются подвижным фронтом, характерным для вытеснения по схеме Баклея — Леверетта. Интересно, что в выходном сечении устанавливаются практически не меняющиеся во времени значения насыщенностей (т. е. постоянный газонефтяной фактор).

В экспериментах на физических моделях замечено¹, что разгазирование нефти (в определенных пределах) может приводить к увеличению нефтеотдачи при последующем вытеснении ее водой. Рассмотрим условия, близкие к пластовым (большие расстояния и перепады давления между границами, неравномерное разгазирование по длине пласта). Через правую границу производится отбор при давлении $p_N = 90$ ат. Левая граница непроницаема, пока давление на ней не упадет до заданного значения, а затем через нее нагнетается вода при давлении $p_0 = 200$ ат. В начальный момент пласт насыщен нефтью и «связанной» водой ($s_1^0 = 0.8$; $s_2^0 = 0.2$; $s_3^0 = 0$). На фиг. 4 изображены кривые безводной нефтеотдачи η (сплошные линии) и расходы нагнетаемой воды q в долях от порового объема (пунктирные линии) в зависимости от времени (годы): 1 — непрерывное нагнетание (I — момент подхода воды к правой границе); 2 и 3 — разгазирование с последующим нагнетанием воды (II — начало нагнетания). В конце стадии разгазирования $135 \text{ ат} \geq p(x) \geq 90 \text{ ат}$, $0.18 \leq s_3(x) \leq 0.28$ (кривые 2) и $110 \text{ ат} \geq p(x) \geq 90 \text{ ат}$, $s_3(x) \approx 0.31$ (кривые 3). Видно, что предварительное разгазирование приводит к снижению текущей нефтеотдачи $\eta(t)$ и увеличению срока разработки. Заметим, что в эксперименте продолжительность стадии разгазирования невелика и ею пренебрегали. Если, как в эксперименте, построить зависимости нефтеотдачи от объема нагнетаемой воды, то увидим, что в данном расчете все кривые $\eta(q)$ близки при $q > 0.15$ (т. е. нефтеотдача практически определяется объемом нагнетаемой воды и очень слабо зависит от степени разгазирования на начальной стадии). При $q > 0.30$ наблюдается небольшое увеличение нефтеотдачи $\eta(q)$ в варианте с предварительным разгазированием по сравнению с вытеснением водой с самого начала. Однако для реальных пластов этот эффект, по-видимому, не имеет большого значения, так как оптимальные условия для его проявления реализуются лишь в небольшой части пласта.

Описанная схема хорошо зарекомендовала себя при расчетах различных вариантов вытеснения нефти водой и газом. Результаты численного



Фиг. 4

¹ Лискевич Е. И. Экспериментальные исследования процесса комбинированного вытеснения нефти водой и газом. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. М., 1974.

моделирования согласуются с физическими представлениями о процессе трехфазной фильтрации и экспериментальными результатами.

Поступила 10 XI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Muskat M.* Physical principles of oil production. N. Y., Mc Graw-Hill, 1949.
2. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917–1967). М., «Наука», 1969.
3. *Розенберг М. Д., Кундин С. А., Курбанов А. К., Суворов Н. И., Шовкринский Г. Ю.* Фильтрация газированной жидкости и других многокомпонентных смесей в нефтяных пластах. М., «Недра», 1969.
4. *Самарский А. А.* Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971.
5. *Попов Ю. П., Самарский А. А.* Полностью консервативные разностные схемы. Ж. вычисл. матем. и матем. физики, 1969, т. 9, № 4.
6. *Чудов Л. А., Чурмаев О. М.* О численном решении системы уравнений одномерной нестационарной фильтрации двухфазной несжимаемой жидкости. Сборник научных трудов ВНИИ, вып. 49. М., 1974.
7. *Рождественский Б. Л., Яценко Н. Н.* Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М., «Наука», 1968.
8. *Шалимов Б. В.* О фильтрации трехфазной жидкости (модель Баклея – Леверетта). Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 1.
9. *Чарный И. А.* Подземная гидрогазодинамика. М., Гостоптехиздаг, 1963.