

**ИССЛЕДОВАНИЕ СЖИМАЕМОГО ТУРБУЛЕНТНОГО
ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПРИ НАЛИЧИИ ТАНГЕНЦИАЛЬНОГО
ВДУВА И ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ**

В. Б. КУЗЬМИЧ, А. Н. СЕКУНДОВ, И. П. СМИРНОВА

(Москва)

Работа посвящена расчетному исследованию сжимаемого турбулентного пограничного слоя и течения, образующегося при тангенциальном вдуве различных газов в толстый пограничный слой при больших положительных градиентах давлений. Такие течения осуществляются в элементах газодинамического тракта ТРД и ЖРД, эжекторах и других технических устройствах.

В данной работе численным методом исследовано влияние различных факторов (числа Маха вдува, рода вдуваемого газа и интенсивности изменения градиента давления) на устойчивость пограничного слоя к отрыву.

1. В качестве исходной системы уравнений, описывающей течение, использована приведенная в работе [1] система уравнений

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho v - \varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) = 0$$

$$(1.2) \quad \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\rho v - \varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \rho (\varepsilon + \nu) \frac{\partial u}{\partial y} \right\} - \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$(1.3) \quad u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (5\varepsilon + \nu) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right\} + 0.3\varepsilon \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| - \frac{50\varepsilon(0.06\varepsilon + \nu)}{y^2}$$

$$(1.4) \quad \rho u \frac{\partial c}{\partial x} + \left(\rho v - \varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{\rho (\varepsilon + \nu)}{Sc} \frac{\partial c}{\partial y} \right\}, \quad p = \rho RT$$

$$T + \frac{u^2}{2c_p} = \text{const}$$

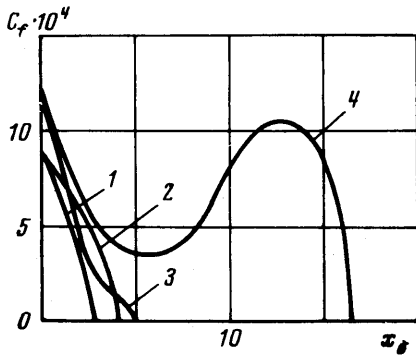
Здесь уравнение (1.3) — модельное уравнение для турбулентной вязкости [2, 3]; предполагается, что молекулярное и турбулентное числа Шмидта совпадают: $sc_T = sc$. Коэффициент молекулярной кинематической вязкости ν для бинарной смеси определен согласно данным работы [4]. Для простоты уравнение энергии не использовалось и заменялось условием постоянства температуры торможения.

Граничные условия формулировались следующим образом: 1) на стенке, $y=0$, $u=0$, $v=0$, $\varepsilon=0$, $\partial c/\partial y=0$; 2) при $y \rightarrow \infty$ $\partial u/\partial y=0$, $\varepsilon=\varepsilon_\infty$, $c=0$.

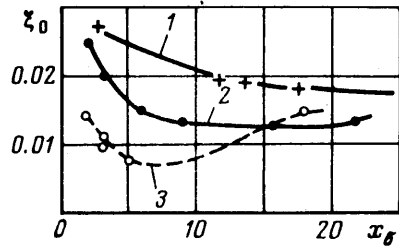
Система уравнений решалась численно. В качестве расчетной схемы используется явная, конечно-разностная условно устойчивая схема Дюфор-та — Франкля [5] с прямоугольной расчетной сеткой.

Разбиение области течения расчетной сеткой осуществлялось следующим образом. Приращение Δy поперек потока выбиралось переменным; вблизи стенки ($\sim 10-20$ расчетных ячеек) Δy постоянно, а затем увеличивается к периферии. Точность аппроксимации уравнений конечными разностями вблизи стенки имеет второй порядок, а на периферии — первый. Так как градиенты скорости и вязкости (особенно при расчетах вдува в толстый пограничный слой) с увеличением расстояния от среза сопла вдува уменьшаются, приращение Δx вдоль потока выбиралось переменным и задавалось следующим образом: $\Delta x = B \langle \Delta y \rangle (x+0.1)/(x+1)$. В этом соотношении линейные размеры отнесены к начальной толщине пограничного слоя или к высоте сопла, $\langle \Delta y \rangle$ — среднее значение приращения Δy , B — константа; в конкретных расчетах $B = 0.5 \div 2$. Число расчетных точек на профиле $80 \div 130$, время счета $15 \div 20$ калибров толщины пограничного слоя на ЭВМ типа М-220 составляет около 50 мин.

2. Расчеты турбулентного пограничного слоя проведены для чисел Маха (M), соответственно равных 0, 2.5 и 4, и значения числа Рейнольдса Re , определенного по скорости на внешней границе пограничного слоя, тол-



Фиг. 1



Фиг. 2

щине пограничного слоя и кинематической вязкости на стенке, равного $3,65 \cdot 10^4$. Кроме того, при $M=4$ расчеты выполнены также при числе $Re = 0.7 \cdot 10^4$. Указанные числа M и Re соответствуют состоянию пограничного слоя до воздействия на него градиента давления. Изменение продольного градиента давления задавалось пропорционально либо расстоянию, либо квадрату расстояния от начального сечения. Расчеты пограничного слоя проводились вплоть до сечений отрыва.

Показано, что для несжимаемой жидкости значение коэффициента трения c_f под воздействием положительного градиента давления уменьшается вниз по потоку тем интенсивнее, чем интенсивнее возрастает продольный градиент давления; в сечении отрыва c_f обращается в нуль. Толщина потери импульса δ^{**} при этом растет как вследствие расширения пограничного слоя, так и вследствие деформации профиля скорости. Значение форм-параметра $H = \delta^*/\delta^{**}$ (δ^* — толщина вытеснения пограничного слоя) в сечении отрыва зависит от протяженности области воздействия градиента давления и изменяется в пределах $1.65 \div 2.4$, что соответствует известным экспериментальным данным [6]. Характер изменения c_f и δ^{**} по длине при $M=2.5$ аналогичен случаю несжимаемой жидкости.

На примере расчета пограничного слоя при $M=4$ показано, что устойчивость потока к отрыву определяется в основном безразмерным градиентом давления, отнесенным к местному значению ρu^2 вне пограничного слоя.

На фиг. 1 для пограничного слоя ($M=4$) приведено изменение коэффициента трения c_f по длине вплоть до сечений отрыва. Кривые 1, 2, 3 и 4 на

этой фигуре соответствуют различным коэффициентам пропорциональности в законе нарастания безразмерного градиента давления

$$(2.1) \quad p = \left(\frac{\delta}{\rho u^2} \right)_+ \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{Ax}{\delta_+}$$

а именно $A=4 \cdot 10^{-2}$; $2 \cdot 10^{-2}$; $1.45 \cdot 10^{-2}$ и $1.16 \cdot 10^{-2}$. Здесь и далее индексы (+) соответствуют параметрам пограничного слоя до воздействия на него градиента давления.

Как видно, для режимов 1, 2 и 3 характер изменения c_l аналогичен течению при $M=0$ и 2.5.

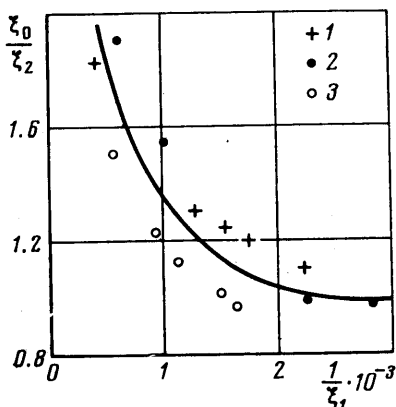
Для режима 4 сечение отрыва отстоит существенно дальше по сравнению с режимом 3, хотя коэффициенты пропорциональности в законе изменения градиента давления (2.1) для этих режимов отличаются всего на 20%. Из условия сохранения полного давления во внешнем потоке и соотношения (2.1) было определено изменение по длине пластины безразмерного градиента давления, отнесенного к местному значению ρu^2 вне пограничного слоя. Оказалось, что в случае режима 4 имеется участок, где величина определенного таким образом безразмерного градиента давления по длине почти не изменяется, что и приводит, по-видимому, к затягиванию отрыва. Для остальных режимов, в том числе и для пограничного слоя с $M=2.5$, такой особенности не наблюдается. Более отчетливо этот результат проявится, если проследить за изменением параметра $\xi = (\delta^*/\rho u^2) \partial p / \partial x$ по длине вплоть до сечения отрыва. При изменении x_δ (здесь $x_\delta = x/\delta_+$) от 4 до 10 значение параметра ξ в случае режима 4 несколько уменьшается, а начиная с $x_\delta=12$ интенсивно растет до значения ξ_0 (здесь и далее индекс 0 соответствует сечению отрыва).

На фиг. 2 для разных чисел M пограничного слоя приведена зависимость критерия отрыва ξ_0 в зависимости от протяженности области воздействия продольного градиента давления. Кривая 1 на этой фигуре соответствует $M=0$, кривая 2 — $M=2.5$ и кривая 3 — $M=4$.

Величина критерия отрыва ξ_0 для пограничного слоя несжимаемой жидкости с увеличением области воздействия градиента давления непрерывно уменьшается, в то время как при $M=2.5$ и 4 изменение ξ_0 по длине непотонно. Это связано с тем, что при $M=0$ значение ξ_0 определяется лишь интенсивностью нарастания продольного градиента давления. При $M=2.5$ и 4 на величину критерия отрыва влияет значение числа Маха в сечении отрыва. Увеличение значения ξ_0 в случае $M=4$ при изменении x_δ от 5 до 16.5 (при этом число Маха в сечении отрыва убывает от 2.9 до 1.6) находится в качественном соответствии с результатом работы [7]. Аналогичное увеличение ξ_0 , только менее выраженное, наблюдается при $M=2.5$.

Составим по аналогии с критерием отрыва параметр $\xi_1 = (\delta^*/\rho u^2)_0 \cdot (\partial^2 p / \partial x^2)_0$, который характеризует интенсивность нарастания градиента давления. Представим полученные в расчетах значения ξ_0 для исследованных значений чисел M в зависимости от ξ_1 . Каждая точка на кривых изменения ξ_0 по ξ_1 определяется по крайней мере двумя параметрами: интенсивностью нарастания градиента давления и значением числа Маха в сечении отрыва, причем разделить влияние каждого из этих параметров на зависимость ξ_0 от ξ_1 , опираясь только на результаты численного расчета, затруднительно. Сделаем это, используя данные работы [7], где приведена зависимость ξ_2 , полученная в предположении, что на течение в некотором сечении пограничного слоя существенное влияние оказывает внешний поток только в близкой окрестности этого сечения, от числа Маха в этом же сечении. Для этого поделим каждое полученное в расчетах значение ξ_0

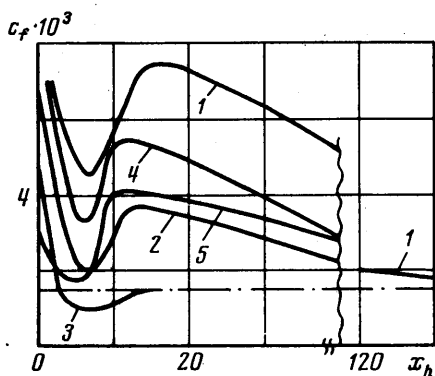
на приведенное в работе [7] ξ_2 при одном и том же значении числа Маха в сечении отрыва. Эти результаты приведены на фиг. 3 в зависимости от интенсивности нарастания градиента давления. Обозначения 1 соответствуют $M=0$, 2 — $M=2.5$ и 3 — $M=4$.



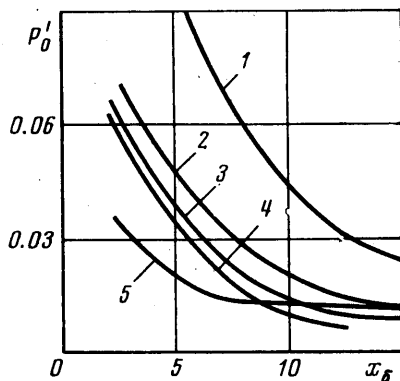
Фиг. 3

Видно, что для всех исследованных режимов величина ξ_0 отличается от величины ξ_2 не более чем на 20%, если величина параметра $\xi_1 < 6 \cdot 10^{-4}$, а при больших значениях ξ_1 параметр отрыва не универсален и зависит от ξ_1 .

3. Расчетное исследование тангенциального вдува различных газов в «толстый» турбулентный пограничный слой с $M=2.5$ проведено при следующих определяющих течение параметрах. Число Re , определенное по параметрам невозмущенного потока и толщине пограничного слоя δ_+ в сечении вдува, составляет $1.65 \cdot 10^5$. Отношение высоты сопла, из которого осуществляется вдув к толщине погранич-



Фиг. 4



Фиг. 5

ного слоя, $h/\delta_+=0.1$. Расчеты проведены для вдува воздуха при числе Маха вдува $M_1=1, 2.2$ и 4, а также при вдуве гелия и фреона с $M_1=2.2$. При расчетах вдува с продольным градиентом давления изменение его по длине задавалось так же, как в (2.1). На примере вдува воздуха с $M_1=2.2$ исследовано влияние на характеристики течения относительной высоты сопла вдува, а на примере вдува фреона — числа Re . При этом относительная высота сопла вдува варьировалась в пределах $0.1 \div 0.05$, а число Re — в пределах $4.8 \div 1.6 \cdot 10^5$.

Во всех случаях предполагается, что течение в сопле вдува ламинарное. Распределение скорости в пограничных слоях на стенках сопла вдува описывается следующим соотношением: $u/u_1=2\psi-2\psi^3+\psi^4$. Здесь u_1 — скорость на оси сопла, ψ — расстояние от стенки, отнесенное к толщине пограничного слоя. Распределение вязкости по высоте сопла вдува задается согласно формуле $\varepsilon=v_w(u/u_1)^4$, здесь v_w — молекулярная вязкость на стенке. Профиль скорости во внешнем турбулентном пограничном слое задается степенным законом с показателем $n=1/7$, а распределение турбулентной вязкости — в соответствии с результатами работы [2].

На фиг. 4 для изобарического течения приведены кривые изменения коэффициента трения c_f по длине пластины для указанных выше режимов. Кривая 1 на фиг. 4 соответствует вдуву воздуха с $M_1=4$, кривая 2 — с $M_1=2.2$ и кривая 3 — с $M_1=1$; кривая 4 соответствует вдуву фреона, а 5 — гелия с $M_1=2.2$. Как видно, характер изменения c_f для всех режимов аналогичен. На небольшом удалении от сопла вдува (до $x_h=x/h \approx 5$) величина c_f резко падает, затем следует участок интенсивного возрастания, после которого c_f плавно уменьшается, приближаясь к значению, соответствующему турбулентному пограничному слою. Такое изменение c_f по длине связано с тем, что при $0 < x_h < 5$ происходит интенсивное утолщение ламинарного пограничного слоя. При этом величина c_f падает. Турбулентная вязкость к сечению $x_h=5$ трансформируется таким образом, что величина ее вблизи стенки уменьшается. При дальнейшем возрастании x_h турбулентная вязкость вблизи стенки резко увеличивается, что приводит к существенной деформации профиля скорости, который становится более наполненным, что влечет за собой увеличение коэффициента трения c_f . Дальнейшее падение c_f (при $x_h > 10$) обусловлено утолщением пристенного турбулентного пограничного слоя.

Изменение начальных условий, а именно увеличение вязкости на срезе сопла вдува в 6 раз и увеличение $(\partial u/\partial y)_w$, не привело к существенной трансформации кривой изменения c_f по x_h .

Приведенные на фиг. 4 данные свидетельствуют о том, что увеличение числа M_1 вдува приводит к увеличению коэффициента трения c_f . Следует отметить, что при $M_1=1$ вблизи сопла вдува величина c_f меньше значения, соответствующего турбулентному пограничному слою без вдува. Уменьшение относительной высоты сопла вдува приводит к незначительному (примерно на 15%) увеличению коэффициента трения c_f .

Анализируя данные о вдуве фреона и гелия в пограничный слой при отсутствии градиента давления, можно сделать вывод о том, что хотя начальные значения c_f для этих газов значительно различаются (при вдуве фреона $c_{f^+}=0.003$, а при вдуве гелия $c_{f^+}=0.025$), то уже при $x_h=12$ это различие невелико и составляет приблизительно 15%. Изменение числа Re в указанном выше диапазоне в случае вдува фреона не приводит к существенной трансформации кривой изменения c_f по x_h .

Следует отметить также, что изменение относительной высоты сопла вдува в указанном диапазоне слабо влияет на изменение максимального значения концентрации вдуваемого газа (в случае вдува воздуха имеется в виду концентрация малой по весу примеси газа) по длине пластины.

Фиг. 5 характеризует расстояние от щели вдува до точки отрыва $x_b = x/\delta_+$ при различных градиентах давления $p_0' = (\delta^*/\rho u^2)_+ dp/dx$, безразмерных по начальным параметрам. Кривая 5 на этой фигуре соответствует турбулентному пограничному слою без вдува. Кривая 1 соответствует вдуву воздуха с $M_1=4$, кривые 2, 3, 4 — соответственно вдуву воздуха, фреона и гелия с $M_1=2.2$. Для каждого из исследованных режимов течения значения безразмерных градиентов, которые лежат выше соответствующих кривых, приводят к отрыву, а ниже — соответствуют безотрывному течению.

Как и следовало ожидать, увеличение числа Маха вдува приводит к повышению устойчивости течения к отрыву. Так, при вдуве воздуха с $M_1=4$ в диапазоне $0 < x_b < 20$ величина безразмерного градиента давления, приводящего к отрыву, в 2 раза больше, чем в случае $M_1=2.2$. При увеличении x_b значение p_0' падает, приближаясь к значению, соответствующему турбулентному пограничному слою без вдува. Отметим, что вдув как легкого (гелий), так и тяжелого (фреон) газов при одном и том же числе M_1 не приводит к увеличению устойчивости к отрыву по сравнению со вдувом

воздуха, однако весовые расходы вдуваемых газов при этом различны. Так, расход гелия в 2 раза меньше расхода воздуха и в 3 раза меньше, чем расход фреона. С удалением от сопла вдува затухание p_0' по x_h для гелия более интенсивно, чем для воздуха. При $x_h > 6.5$ вдув гелия уменьшает устойчивость течения к отрыву по сравнению с турбулентным пограничным слоем без вдува.

Как показано, увеличение числа Маха вдува M_1 приводит к повышению устойчивости течения к отрыву. Однако следует иметь в виду, что значительное увеличение числа M_1 может привести к возникновению «внутреннего отрыва», т. е. возникновению обратного течения в следе за кромкой сопла вдува. Так, например, при вдуве воздуха с $M_1 = 4$ и сильном градиенте давления, заданном в виде $P' = 0.017(x/\delta_+)^2$, скорость в следе за кромкой сопла вдува при $x_h > 20$ интенсивно затухает и при $x_h = 53$ обращается в нуль, т. е. возникает внутренний отрыв. Поэтому чрезмерное увеличение числа Маха в выходном сечении сопла вдува нецелесообразно.

Поступила 20 I 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. *Абрамович Г. Н., Кузьмич В. Б., Секундов А. Н., Смирнова И. П.* Экспериментальное и расчетное исследование сверхзвуковой пристеночной струи в спутном сверхзвуковом потоке. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 4.
2. *Секундов А. Н.* Применение дифференциального уравнения для турбулентной вязкости к анализу плоских неавтомоделных течений. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 5.
3. *Nee V. W., Kovaszny L. S. G.* Simple phenomenological theory of turbulent shear flows. Phys. Fluids, 1969, v. 12, No. 3.
4. *Голубев И. Ф.* Вязкость газов и газовых смесей. М., Физматгиз, 1959.
5. *Pletcher R. H.* Of a finite-difference solution for the constant-property turbulent boundary layer. AIAA Journal, 1969, v. 7, No. 2 (рус. перев. О конечноразностном решении уравнений турбулентного пограничного слоя при течении жидкости с постоянными свойствами. Ракетная техника и космонавтика, 1969, т. 7, № 2).
6. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.
7. *Абрамович Г. Н.* Прикладная газовая динамика. М., «Наука», 1969.