

ОБТЕКАНИЕ ПОЛУЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ВЫПУКЛОСТИ НА ПОВЕРХНОСТИ ПЛАСТИНЫ СДВИГОВЫМ ПОТОКОМ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

В. В. БОГОЛЕПОВ

(Москва)

Малые неровности на поверхности летательного аппарата могут оказывать существенное влияние на распределения тепловых потоков и напряжения трения, приводить к появлению локальных срывных зон и потере устойчивости ламинарного пограничного слоя [1, 2].

В работе [3] приведена классификация режимов течений около малых неровностей на поверхности тела, обтекаемого сверхзвуковым потоком вязкого газа, установлены основные параметры подобия, определяющие физические особенности течений, виды уравнений и краевых условий. Решения для отдельных режимов течений представлены в работах [3-10].

В данной работе исследуется режим обтекания малой неровности на поверхности тела потоком вязкого газа при стремлении характерного числа Рейнольдса к бесконечности, когда течение в окрестности малой неровности в первом приближении описывается уравнениями Навье — Стокса для вязкой жидкости и неровность обтекается пристеночной частью невозмущенного пограничного слоя. Численное решение задачи для случая полуцилиндрической выпуклости на поверхности плоской пластины получено при использовании несимметричной разностной схемы [11] с помощью неявного итерационного метода («метод переменных направлений» [12]). Приведены распределения теплового потока, напряжения трения и давления по поверхности обтекаемого тела, зависимости коэффициентов силы сопротивления, подъемной силы, вращающего момента, действующих на выпуклость, и протяженности задней срывной зоны от местного числа Рейнольдса. Обнаружено, что на поверхности выпуклости тепловые потоки и напряжение трения значительно больше, чем в невозмущенном пограничном слое у поверхности пластины.

1. Рассматривается обтекание плоской пластины равномерным дозвуковым или сверхзвуковым потоком вязкого газа, и пусть на поверхности пластины на некотором характерном расстоянии l от ее передней кромки находится малая двумерная выпуклость или вмятина. Строится решение уравнений Навье — Стокса при стремлении характерного числа Рейнольдса R_0 к бесконечности ($R_0 = \rho_0 u_0 l / \mu_0 = \varepsilon^{-2}$; ρ_0 , u_0 , μ_0 — значения плотности, скорости и коэффициента динамической вязкости соответственно в невозмущенном набегающем потоке).

Предполагается, что характерный продольный размер малой неровности b по порядку величины больше характерного поперечного размера a (или равен ему), но меньше характерной толщины невозмущенного пограничного слоя в этом месте $a \lesssim b \ll \delta \sim O(\varepsilon l)$. Очевидно, что характерные размеры малой неровности по порядку величины должны быть больше характерной длины свободного пробега молекул газа, т. е. $a \gg \varepsilon^2 l$ и $b \gg \varepsilon^2 l$.

Пусть $b \sim O(\varepsilon^\alpha l)$, $1 < \alpha < 2$. Известно, что при $\varepsilon \rightarrow 0$ в области с характерными размерами $x \sim O(l)$ и $y \sim O(l)$ решением уравнений Навье — Стокса в первом приближении является невозмущенный набегающий поток. Это решение справедливо везде, кроме узкой области вблизи поверхности пластины (на поверхности пластины не выполняются краевые условия). Поэтому, согласно теории Прандтля, следует рассмотреть область с ха-

рактерными размерами, $x \sim O(l)$ и $y \sim O(\varepsilon l)$ — пограничный слой. Решение уравнений пограничного слоя не описывает течение в области с характерными размерами $x \sim b \sim O(\varepsilon^\alpha l)$ и $y \sim b \sim O(\varepsilon^\alpha l)$, $1 < \alpha < 2$, которая в рассматриваемом масштабе представляет собой точку.

Принцип сращивания асимптотических разложений (см., например, [13]) в пограничном слое и в возмущенной области течения с характерными размерами $x \sim b \sim O(\varepsilon^\alpha l)$ и $y \sim b \sim O(\varepsilon^\alpha l)$ показывает, что решение в этой области при $x_1 = x/\varepsilon^\alpha l \rightarrow -\infty$ или $y_1 = y/\varepsilon^\alpha l \rightarrow \infty$ должно переходить в сдвиговое течение с такими же поперечными градиентами продольной скорости $\partial u/\partial y$ и энтальпии $\partial h/\partial y$, как и в невозмущенном пограничном слое у поверхности пластины. На основании этих оценок в возмущенной области течения необходимо ввести следующие независимые переменные и асимптотические разложения для функций течения:

$$x = \varepsilon^\alpha l x_1, \quad y = \varepsilon^\alpha l y_1$$

(1.1)

$$\begin{aligned} u(x, y; \varepsilon) &= u_0[\varepsilon^{\alpha-1} u_1(x_1, y_1) + \dots], & v(x, y; \varepsilon) &= u_0[\varepsilon^{\alpha-1} v_1(x_1, y_1) + \dots] \\ p(x, y; \varepsilon) &= p_0 + \rho_0 u_0^2[\varepsilon^{2(\alpha-1)} p_1(x_1, y_1) + \dots], & \rho(x, y; \varepsilon) &= \rho_0[\rho_1(0) + \dots] \\ \mu(x, y; \varepsilon) &= \mu_0[\mu_1(0) + \dots], & h(x, y; \varepsilon) &= h(0) + u_0^2[\varepsilon^{\alpha-1} h_1(x_1, y_1) + \dots] \\ & & \psi(x, y; \varepsilon) &= \rho_0 u_0 l[\varepsilon^{2\alpha-1} \psi_1(x_1, y_1) + \dots] \end{aligned}$$

Здесь $\rho_1(0)$ и $\mu_1(0)$ — безразмерные значения плотности и коэффициента динамической вязкости в невозмущенном пограничном слое у поверхности пластины, $h(0)$ — значение энтальпии у поверхности пластины.

Если теперь разложения (1.1) подставить в уравнения Навье — Стокса и перейти к пределу $\varepsilon \rightarrow 0$, то при $\alpha = 3/2$ получается, что в возмущенной области течение в первом приближении описывается уравнениями Навье — Стокса для несжимаемого газа

$$\begin{aligned} (1.2) \quad & \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial y_1} = 0, \quad \rho_1(0) \left(u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y_1} \right) + \frac{\partial p_1}{\partial x_1} = \\ & = \mu_1(0) \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y_1^2} \right) \\ & \rho_1(0) \left(u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y_1} \right) + \frac{\partial p_1}{\partial y_1} = \mu_1(0) \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial y_1^2} \right) \\ & \rho_1(0) \left(u_1 \frac{\partial h_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial h_1}{\partial y_1} \right) = \frac{\mu_1(0)}{\sigma} \left(\frac{\partial^2 h_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 h_1}{\partial y_1^2} \right) \end{aligned}$$

Здесь σ — число Прандтля. Уравнения (1.2) можно представить в другом виде

$$(1.3) \quad \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial y_1} \frac{\partial}{\partial x_1} - \frac{\partial \psi_1}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial y_1} \right) \nabla^2 \psi_1 = \mu_1(0) \nabla^4 \psi_1$$

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial y_1} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} - \frac{\partial \psi_1}{\partial x_1} \frac{\partial h_1}{\partial y_1} = \frac{\mu_1(0)}{\sigma} \nabla^2 h_1$$

$$\rho_1(0) u_1 = \frac{\partial \psi_1}{\partial y_1}, \quad \rho_1(0) v_1 = -\frac{\partial \psi_1}{\partial x_1}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2}$$

На поверхности малой неровности $y_1 = f_1(x_1)$ рассматриваются обычные краевые условия

$$(1.4) \quad \psi_1 = \partial \psi_1 / \partial y_1 = h_1 = 0 \quad (y_1 = f_1(x_1))$$

Внешние краевые условия получаются из сращивания решения в возмущенной области течения с решением для невозмущенного пограничного слоя вблизи поверхности пластины

$$(1.5) \quad \psi_1 \rightarrow A\rho_1(0)y_1^2/2, \quad h_1 \rightarrow By_1 \quad (x_1 \rightarrow -\infty \text{ или } y_1 \rightarrow \infty)$$

Здесь A и B — безразмерные градиенты скорости $\partial u/\partial y$ и энтальпии $\partial h/\partial y$ в невозмущенном пограничном слое у поверхности пластины соответственно.

Пусть характерные продольный и поперечный размеры малой неровности равны по порядку величины, т. е. $a \sim b \sim O(\varepsilon^{3/2}l)$. Если теперь в возмущенной области течения все линейные размеры отнести, например, к максимальному поперечному размеру малой неровности a_1 ($a = \varepsilon^{3/2}la_1$, $a_1 \sim O(1)$), скорости и энтальпию — к их значениям в пристеночной части невозмущенного пограничного слоя на расстоянии a_1 от поверхности пластины (a_1A и a_1B соответственно), давление — к $\rho_1(0)a_1^2A^2$ и функцию тока — к $\rho_1(0)a_1^2A$, то уравнения (1.3) и краевые условия (1.4), (1.5) примут вид

$$(1.6) \quad \nabla^4\psi = R \left(\frac{\partial\psi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial\psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \right) \nabla^2\psi, \quad \nabla^2h = R\sigma \left(\frac{\partial\psi}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial\psi}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} \right)$$

$$\psi = \partial\psi/\partial y = h = 0 \quad (y = f(x))$$

$$\psi \rightarrow y^2/2, \quad h \rightarrow y \quad (x \rightarrow -\infty \text{ или } y \rightarrow \infty)$$

Здесь все индексы у переменных опущены, местное число Рейнольдса $R = \rho_1(0)a_1^2A/\mu_1(0)$. Из вида разложений (1.1) следует, что возмущения теплового потока q и напряжения трения τ относительно их значений в невозмущенном пограничном слое по порядку величины равны значениям теплового потока и напряжения трения в невозмущенном пограничном слое (в переменных краевой задачи (1.6) $q = (\partial h/\partial y) - 1 \sim O(1)$ и $\tau = (\partial u/\partial y) - 1 \sim O(1)$).

Если $a \sim b \sim O(\varepsilon^{3/2}l)$, $3/2 < \alpha < 2$, то течение в возмущенной области будет описываться уравнениями Стокса; соответствующая краевая задача получается сразу, если в (1.6) формально перейти к пределу $R \rightarrow 0$.

В случае, когда неровность тонкая, т. е. $a \sim \lambda b$, $\varepsilon^{2-\alpha} \ll \lambda \ll 1$, $\alpha = 3/2$, и форма малой неровности задается уравнением $y_1 = \lambda f_1(x_1)$, решение для функции тока $\psi_1(x_1, y_1)$ можно искать в виде малых возмущений относительно основного сдвигового потока

$$(1.7) \quad \psi_1(x_1, y_1) = A\rho_1(0) [y_1^2/2 + \lambda\psi_{11}(x_1, y_1) + \dots]$$

Для функции $\psi_{11}(x_1, y_1)$ получается тогда следующая краевая задача:

$$(1.8) \quad y_1(\partial\nabla^2\psi_{11}/\partial x_1) = [\mu_1(0)/A\rho_1(0)] \nabla^4\psi_{11}$$

$$\psi_{11}(x_1, 0) = 0, \quad (\partial\psi_{11}/\partial y_1)_{y_1=0} = -f_1(x_1), \quad \psi_{11} \rightarrow 0 \quad (x_1 \rightarrow -\infty \text{ или } y_1 \rightarrow \infty)$$

Краевая задача (1.8) менее интересна, чем (1.6), так как возникающие в этом случае возмущения напряжения трения малы ($\tau \sim O(\lambda)$). Аналогичные оценки можно получить и для возмущений теплового потока q . Если же $3/2 < \alpha < 2$, то для того чтобы получить соответствующую краевую задачу, в уравнении (1.8) достаточно отбросить конвективные члены; краевые условия и порядок возмущений напряжения трения останутся прежними.

2. Пусть малая неровность на поверхности плоской пластины представляет собой полуцилиндрическую выпуклость $f(x) = \sqrt{1-x^2}$.

Численное решение краевой задачи (1.6) удобно проводить в новых переменных [14-16]

$$(2.1) \quad \xi = (1/\pi) \ln(x^2 + y^2)^{1/2}, \quad \eta = (1/\pi) \arg(y/x), \\ \varphi = \psi - y^2/2, \quad \omega = 1 - V^2\psi, \quad g = h - y$$

В плоскости (ξ, η) вся область течения представляет собой полуполосу $0 \leq \xi < \infty$ и $0 \leq \eta \leq 1$, а уравнения (1.6) в переменных (2.1) приводятся к виду

$$(2.2) \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} = -\pi^2 e^{2\pi\xi} \omega, \quad \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} = R \left(\lambda_1 \frac{\partial \omega}{\partial \xi} - \lambda_2 \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right) \\ \frac{\partial^2 g}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial \eta^2} = R \sigma \left(\lambda_1 \frac{\partial g}{\partial \xi} - \lambda_2 \frac{\partial g}{\partial \eta} - \lambda_3 \right), \\ \lambda_1 = \pi e^{2\pi\xi} \sin \pi\eta \cos \pi\eta + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \\ \lambda_2 = \pi e^{2\pi\xi} \sin^2 \pi\eta + \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}, \quad \lambda_3 = \pi e^{\pi\xi} \left(\cos \pi\eta \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} - \sin \pi\eta \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right)$$

Краевые условия на поверхности обтекаемого тела для функций $\varphi(\xi, \eta)$ и $g(\xi, \eta)$ будут

$$(2.3) \quad \varphi(0, \eta) = -\sin^2 \pi\eta/2, \quad g(0, \eta) = -\sin \pi\eta, \\ \varphi(\xi, 0) = \varphi(\xi, 1) = g(\xi, 0) = g(\xi, 1) = 0$$

Внутренние краевые условия для функции $\omega(\xi, \eta)$ задаются только приближенно [17]

$$(2.4) \quad \omega(0, \eta) = \cos 2\pi\eta \left(\frac{3}{2} + \pi\Delta\xi \right) - \frac{\omega(\Delta\xi, \eta) e^{2\pi\Delta\xi}}{2} - \\ - \frac{3[\varphi(\Delta\xi, \eta) + \sin^2 \pi\eta (1/2 + \pi\Delta\xi)]}{(\pi\Delta\xi)^2} + O(\Delta\xi^2) \\ \omega(\xi, 0) = -\frac{3\varphi(\xi, \Delta\eta)}{(\pi\Delta\eta e^{\pi\xi})^2} - \frac{\omega(\xi, \Delta\eta)}{2} + O(\Delta\eta^2) \\ \omega(\xi, 1) = -\frac{3\varphi(\xi, 1-\Delta\eta)}{(\pi\Delta\eta e^{\pi\xi})^2} - \frac{\omega(\xi, 1-\Delta\eta)}{2} + O(\Delta\eta^2)$$

Из первого уравнения (2.2) и краевых условий (2.3) получается, что в критических точках $\omega(0, 0) = \omega(0, 1) = 1$. Очевидно, что при $\xi \rightarrow \infty$ возмущения функции тока, завихренности потока и энтальпии, т. е. функции $\varphi(\xi, \eta)$, $\omega(\xi, \eta)$ и $g(\xi, \eta)$, должны быть по крайней мере много меньше значений самих функций во внешнем сдвиговом потоке, т. е.

$$(2.5) \quad \varphi \sim o(e^{2\pi\xi} \sin^2 \pi\eta), \quad \omega \sim o(1), \quad g \sim o(e^{\pi\xi} \sin \pi\eta) \quad (\xi \rightarrow \infty)$$

Легко убедиться, что выражения

$$(2.6) \quad \varphi = -\frac{1+2\pi\xi}{4}(1-\cos 2\pi\eta), \quad \omega = \frac{1+2\pi\xi}{e^{2\pi\xi}} \cos 2\pi\eta, \\ g = -\frac{1+2\pi\xi}{2e^{\pi\xi}} \sin \pi\eta$$

при $R=0$ и $\xi \rightarrow \infty$ удовлетворяют уравнениям (2.2) и краевым условиям (2.5) и, следовательно, описывают асимптотическое поведение решения краевой задачи (2.2) — (2.5) при $\xi \rightarrow \infty$ для случая $R=0$. Из (2.6) просто получить, что

$$(2.7) \quad \partial^2 \varphi / \partial \xi^2 \rightarrow 0, \quad \omega \rightarrow 0, \quad \partial g / \partial \xi \rightarrow 0 \quad (\xi \rightarrow \infty)$$

Условия (2.7) использовались в расчетах вместо внешних краевых условий (2.5) при всех значениях местного числа Рейнольдса R .

Возмущения теплового потока q и напряжения трения τ у поверхности обтекаемого тела определялись по формулам

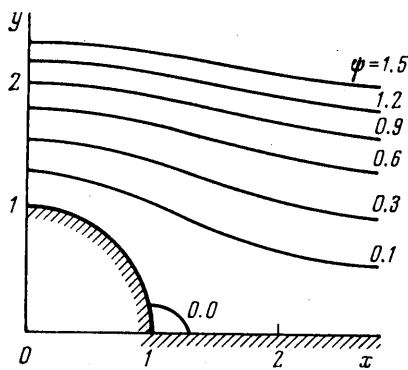
$$(2.8) \quad q = \pm \frac{1}{\pi e^{\pi \xi}} \frac{\partial g}{\partial \eta} \quad (\eta=0, 1), \quad q = \sin \pi \eta + \frac{1}{\pi e^{\pi \xi}} \frac{\partial g}{\partial \xi} - 1 \quad (\xi=0)$$

$$\tau = -\omega$$

Из формул (2.8) и внутренних краевых условий (2.3) следует, что в критических точках $q(0, 0) = q(0, 1) = -1$. Распределение давления у поверхности обтекаемого тела получалось путем интегрирования уравнений

$$(2.9) \quad \partial R p / \partial \xi = -\partial \omega / \partial \eta, \quad \partial R p / \partial \eta = \partial \omega / \partial \xi$$

вдоль поверхности тела, а безразмерные коэффициенты силы сопротивления за счет сил давления и сил вязкости (C_1 и C_2 соответственно), коэффициенты подъемной силы за счет сил давления и сил вязкости (C_3 и C_4) и коэффициент вращающего момента (по часовой стрелке) C_5 , действующих на выпуклость, вычислялись по следующим формулам



Фиг. 1

$$C_1 = -\pi \int_0^1 p \cos \pi \eta \, d\eta,$$

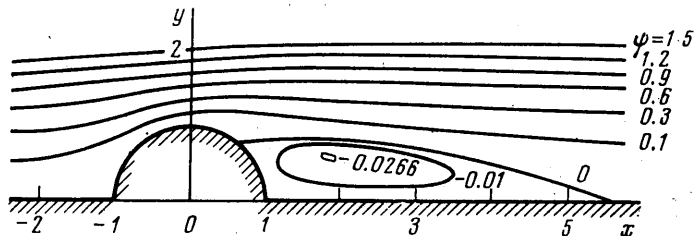
$$C_2 = \frac{1}{R} \left(2 - \pi \int_0^1 \omega \sin \pi \eta \, d\eta \right)$$

$$C_3 = -\pi \int_0^1 p \sin \pi \eta \, d\eta,$$

$$(2.10) \quad C_4 = \frac{\pi}{R} \int_0^1 \omega \cos \pi \eta \, d\eta,$$

$$C_5 = \frac{\pi}{R} \left(1 - \int_0^1 \omega \, d\eta \right)$$

3. В плоскости (ξ, η) задается равномерная по ξ и по η разностная сетка $\Delta \xi = \Delta \eta = h$ (в этом и следующем разделах буква h обозначает шаг разностной сетки). Дифференциальные уравнения (2.2) на стандартном шаблоне «крест» аппроксими-



Фиг. 2

руются разностными, при этом оператор $(\partial^2 / \partial \xi^2 + \partial^2 / \partial \eta^2)$, производные $\partial \phi / \partial \xi$ и $\partial \phi / \partial \eta$ в выражениях для λ_1 , λ_2 и λ_3 аппроксимируются с помощью центральных разностей, а производные $\partial \omega / \partial \xi$, $\partial \omega / \partial \eta$, $\partial g / \partial \xi$ и $\partial g / \partial \eta$ — с помощью односторонних разностей с учетом направления потока (знаков λ_1 и λ_2) [11]. Получающаяся при такой аппроксимации разностная краевая задача является хорошо обусловленной [18] и имеет первый порядок точности $\sim O(h)$.

Если же аппроксимировать не исходные уравнения (2.2), а уравнения с возмущенными коэффициентами [12], и использовать прежний способ аппроксимации, то новая разностная краевая задача снова будет хорошо обусловленной и иметь второй порядок точности $\sim O(h^2)$. При $R=0$ порядок аппроксимации обеих разностных схем будет $\sim O(h^2)$, с ростом числа R порядок аппроксимации второй разностной схемы будет понижаться [19].

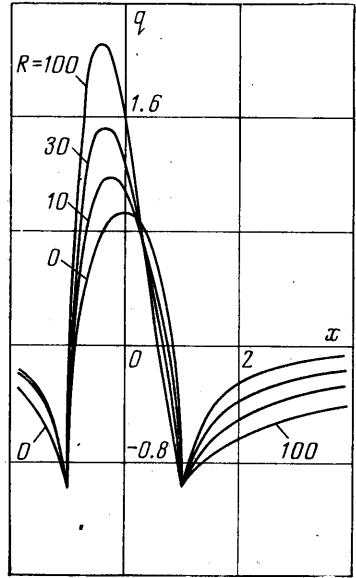
Внешние краевые условия (2.7) задавались при некотором максимальном значении продольной переменной ξ_1 , в плоскости (x, y) расстояние до внешней границы области течения при этом равно $r_1 = e^{\pi \xi_1}$.

Обе разностные краевые задачи решались с помощью неявного итерационного процесса («методом переменных направлений» [12]). При этом сначала получается решение для функций $\varphi(\xi, \eta)$ и $\omega(\xi, \eta)$, а затем — для $g(\xi, \eta)$. Итерации повторялись до тех пор, пока отличия значений давления, теплового потока и напряжения трения на поверхности обтекаемого тела на соседних итерациях не становились меньше заданной величины (в расчетах абсолютная точность была равна 10^{-4}); при интегрировании уравнений (2.9) и вычислении коэффициентов (2.10) использовался метод трапеций. В качестве начального приближения использовались распределения (2.6), число Прандтля полагалось равным $\sigma=0.71$.

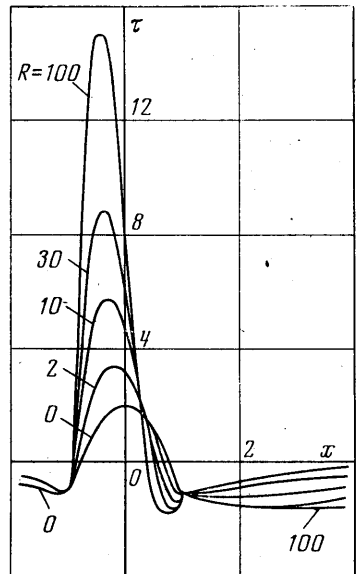
4. Картины линий тока при числах Рейнольдса $R=0$ и 30.0 представлены на фиг. 1 и 2. При $R=0$ течение является симметричным (это следует из вида уравнений и краевых условий при $R=0$), в критических точках имеются маленькие срывные зоны (аналогичные срывные зоны были получены в работе [20] при исследовании течений в прямоугольных кавернах). С ростом числа R передняя срывная зона слегка уменьшается в размерах, размеры задней срывной зоны при этом увеличиваются.

Распределения возмущения теплового потока q вдоль поверхности обтекаемого тела показаны на фиг. 3. Видно, что уже при $R=0.0$ максимальный тепловой поток к выпуклости почти в 2 раза превышает значение теплового потока в невозмущенном пограничном слое. С ростом числа R тепловые потоки к выпуклости увеличиваются, пики тепловых потоков смещаются вперед и уменьшается скорость затухания возмущений при $x \rightarrow \infty$. Подобным образом изменяются и распределения возмущения напряжения трения τ (см. фиг. 4), только здесь налицо более сильная зависимость от числа R .

Распределения давления p вдоль поверхности обтекаемого тела представлены на фиг. 5 (при $R=0$ возмущения давления в выбранных масштабах величин являются бесконечно большими, конечной является величина Rp). Видно, что по мере приближения к выпуклости давление возрастает, характер изменения давления вдоль поверхности выпуклости объясняется изменением наклона выпуклости и тем, что набегающий поток — сдвиговой.

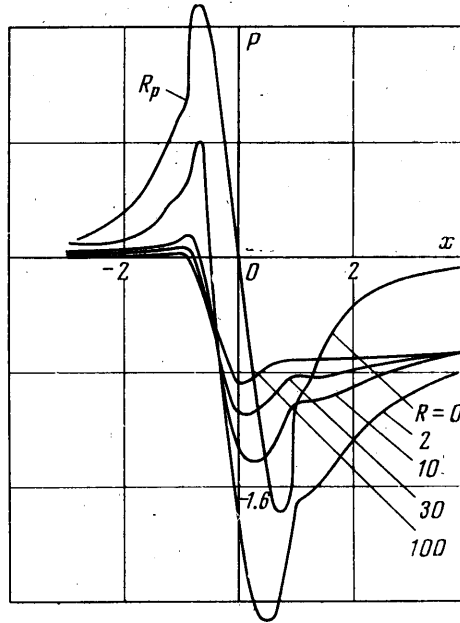


Фиг. 3



Фиг. 4

При $R=0$ эпюра давления антисимметричная, для чисел $R \geq 10$ выпуклость вызывает только малое повышение давления, а на основной части выпуклости возмущение давления отрицательное; с ростом числа R уменьшается также амплитуда давления. При удалении от выпуклости ($x \rightarrow \infty$) возмущение давления должно затухать.



Фиг. 5

Ниже приведены значения коэффициентов C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 и длины задней срывной зоны L при различных числах Рейнольдса R .

R	0	0.4	2.0	10	30	100
RC_1	2.81	3.35	4.99	10.93	22.97	58.95
RC_2	3.81	4.22	5.05	6.75	8.76	12.45
RC_3	0.00	1.47	4.96	17.67	43.46	120.26
RC_4	0.0	0.31	0.91	2.21	3.70	6.39
RC_5	4.31	4.78	5.70	7.61	9.95	14.46
L	0.33	0.40	0.74	2.20	4.67	7.88

Проведенные расчеты показали, что величина шага разностной сетки h , расстояние до внешней границы области течения r_1 , порядок используемой разностной схемы мало влияют на характеристики течения вблизи поверхности выпуклости. Это хорошо видно из таблицы (τ_1 и q_1 — максимальные значения возмущений напряжения трения и теплового потока на поверхности выпуклости, ϵ_1 — отношение возмущения давления при $x=r_1$ к величине амплитуды возмущения давления; результаты в нижней строке

h	ξ_1	r_1	τ_1				q_1				ϵ_1			
			R = 0	2	10	30	0	2	10	30	0	2	10	30
0.05	1.0	23.14	2.064		5.596	8.378	0.907	0.9341	1.134	1.417	0.041		0.438	0.566
	1.5	111.3	2.045	3.405	5.583	8.361	0.9121	0.9413	1.134	1.411	0.030	0.271	0.402	0.532
0.025	1.0	23.14	2.085	3.416	5.689	8.537	0.9337	0.9707	1.185	1.487	0.018	0.203	0.305	0.416
			2.085	3.432	5.797	8.894	0.9337	0.9645	1.192	1.532	0.018	0.098	0.173	0.337

таблицы получены при использовании разностной схемы второго порядка точности, все остальные — при использовании разностной схемы первого порядка точности). Величина ϵ_1 , которая характеризует точность расчетов параметров течения вдали от выпуклости, увеличивается с ростом числа R ; увеличение r_1 от 23.14 до 111.3 очень слабо влияет на ϵ_1 . Заметно уменьшается погрешность ϵ_1 при уменьшении шага разностной сетки h или при использовании разностной схемы более высокого порядка.

Известно, что в случае обтекания кругового цилиндра равномерным потоком уравнения Стокса не имеют решения. Решение настоящей задачи при $R=0$ удалось получить благодаря иному виду краевых условий на бесконечности ($\psi \rightarrow y^2/2$ при $x^2+y^2 \rightarrow \infty$ вместо $\psi \rightarrow y$ для равномерного потока). Из асимптотического поведения решения при $x^2+y^2 \rightarrow \infty$, $R=0$ (2.6) можно получить, что отношение отбрасываемых конвективных членов к составляемым вязким по порядку величины $\sim O[R(x^2+y^2)]$.

Автор благодарит В. Я. Нейланда и В. К. Молодцова за полезные советы.

Поступила 18 XI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Bertram M. H., Wiggs M. M.* Effect of surface distortions on the heat transfer to a wing at hypersonic speeds. IAS Paper, 1962, No. 127.
2. *Sedney R.* The effects of steady, three-dimensional perturbations in boundary layers. AIAA Paper, 1972, No. 713.
3. *Боголепов В. В., Нейланд В. Я.* Обтекание малых неровностей на поверхности тела сверхзвуковым потоком вязкого газа. Тр. ЦАГИ, 1971, вып. 1363.
4. *Нейланд В. Я., Сычев В. В.* Асимптотические решения уравнений Навье — Стокса в областях с большими локальными возмущениями. Изв. АН СССР. МЖГ, 1966, № 4.
5. *Нейланд В. Я.* К теории отрыва ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке. Изв. АН СССР. МЖГ, 1969, № 4.
6. *Зубцов А. В.* Влияние единичной шероховатости на течение жидкости в пограничном слое. Уч. зап. ЦАГИ, 1971, т. 2, № 1.
7. *Боголепов В. В.* Расчет взаимодействия сверхзвукового пограничного слоя с тонким препятствием. Уч. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 6.
8. *Боголепов В. В.* Обтекание малой цилиндрической выпуклости на поверхности пластины сверхзвуковым потоком вязкого газа. Уч. зап. ЦАГИ, 1975, № 4.
9. *Hunt J. C. R.* A theory for the laminar wake of a two-dimensional body in a boundary layer. J. Fluid Mech., 1971, vol. 49, Pt 1.
10. *Smith F. J.* Laminar flow over a small hump on a flat plate. J. Fluid Mech., 1973, vol. 57, pt 4.
11. *Госмен А. Д., Пан В. М., Ранчел А. К., Сполдинг Д. Б., Вольдштейн М.* Численные методы исследования течений вязкой жидкости. М., «Мир», 1972.
12. *Самарский А. А.* Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971.
13. *Ван-Дайк М.* Методы возмущений в механике жидкости. М., «Мир», 1967.
14. *Thom A.* The flow past circular cylinders at low speeds. Proc. Roy. Soc., 1933, Ser. A, vol. 141, No. 845.
15. *Kawaguti M.* Numerical solution of the Navier-Stokes equations for the flow around a circular cylinder at Reynolds Number 40. J. Phys. Soc. Japan, 1953, vol. 8, No. 6.
16. *Keller H. B., Takami H.* Numerical studies of steady viscous flow about cylinders. In: Numer. solut. nonlinear different. equat. N. Y.—London—Sydney, Willey, 1966.
17. *Woods L. C.* A note on numerical solution of a fourth order differential equations. Aeronaut. Quart., 1954, vol. 5, No. 3.
18. *Годунов С. К., Рябенький В. С.* Разностные схемы. М., «Наука», 1973.
19. *Гущин В. А., Щенников В. В.* Об одной монотонной разностной схеме второго порядка точности. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1974, т. 14, № 3.
20. *Burggraf O. R.* Analytical and numerical studies of the structure of steady separated flows. J. Fluid Mech., 1966, vol. 24, pt. 1.