

от числа M_∞ и радиуса сопряжения R приведена ниже

$\theta_s=26.5^\circ, R=0.172$						
M_∞	0.90	0.92	0.94	0.96	0.98	~ 1
c_τ	0.247	0.266	0.285	0.304	0.326	~ 0.357
$\theta_s=15^\circ, M_\infty=0.92$						
R	0.25	0.50	0.75	1.0	1.25	1.50
c_τ	0.093	0.087	0.0785	0.07	0.063	0.0575

Увеличение R вызывает падение сопротивления, так как звуковая точка расположена в начале разворота, и при больших R на значительной части поверхности сопряжения коэффициент давления $P'=(p-p_\infty)/q_\infty < 0$.

По характеру зависимости c_τ от M_∞ можно восстановить значение $M_\infty=M_k$, при котором на поверхности тела в районе сопряжения конуса с цилиндром появляется скорость, равная скорости звука. При $M_\infty < M_k$ и безотрывном обтекании сопротивление равно нулю (парадокс Даламбера). В расчете этому случаю соответствует сопротивление, по абсолютной величине не превышающее 0.001. Возникновение местной сверхзвуковой зоны приводит к перестройке распределения давления по конусу таким образом, что сопротивление становится отличным от нуля (цилиндрическая поверхность не дает вклада в c_τ). Точка пересечения кривой c_τ с осью абсцисс определяет величину M_k . Для тела с $\theta_s=26.5^\circ, R=0.172$ число M_k равно ~ 0.85 . Найденное таким способом значение числа M_k носит формальный характер, так как $M_k < M^*$, и в реальном потоке при $M_\infty=M_k$ существует развитая открытая зона.

Поступила 13 II 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Липницкий Ю. М., Лифшиц Ю. Б. О расчете обтекания тел вращения трансзвуковым потоком. ПММ, 1970., т. 34, вып. 3.
2. Гродзовский Г. Л. Экспериментальное исследование взаимодействия скачков уплотнения и пограничного слоя в диапазоне чисел $M_\infty=1.0 \div 1.8$. Изв. АН СССР. ОТН, Энергетика и автоматика, 1961, № 4.

УДК 533.6.011.55

О ВЛИЯНИИ УСКОРЕНИЯ КЛИНА НА ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ДАВЛЕНИЯ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

В. Л. МЕНЬШИКОВА, О. Ю. ПОЛЯНСКИЙ

(Москва)

Получены аналитические зависимости для расчета положения центра давления на тонком клине при его ускоренном движении с гиперзвуковыми скоростями в совершенном газе во всем диапазоне гиперзвукового параметра подобия $0 < K < \infty$. Проведены расчеты, показавшие, в частности, что максимальное смещение центра давления на клине относительно его положения при стационарных условиях для показателя адиабаты $\gamma=1.4$ во всем диапазоне K не превышает $0.04 SL$ (S — число Струхала, L — длина клина), причем при $K \ll 1$ смещение вообще отсутствует. Приведены результаты параметрических расчетов.

1. Как известно, ускорение движения тела может привести к изменению в распределении давления $p(x)$ по поверхности тела по сравнению с $p(x)$ при установившемся движении. В результате этого может измениться центр давления x_* и увеличиться или уменьшиться запас статической устойчивости. Суммарный эффект будет определяться большим числом факторов, например, конфигурацией тела, углом атаки, числом Маха M , числом Струхала S и т. д. ($S=aL/V^2$, a — ускорение, V — скорость, L — длина клина).

Не ставя перед собой цели дать исчерпывающий анализ этого явления для различных конфигураций и различных условий полета, рассмотрим влияние ускорения на положение центра давления на тонком клине, движущемся с гиперзвуковой скоростью в совершенном газе. Примем, что направление вектора скорости постоянно, вращение клина отсутствует

$$(1.1) \quad M \gg 1, \quad \theta \ll 1, \quad S \ll 1$$

M — число Маха, θ — угол между направлением вектора скорости и поверхностью клина $\theta = \theta \pm \alpha$. Знак плюс и минус соответственно для нижней и верхней поверхно-

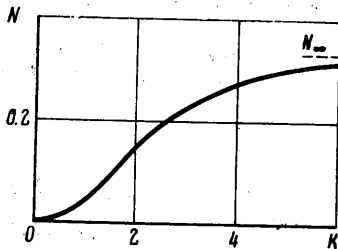
стей клина, ϕ – полуугол раствора клина, α – угол атаки. На величину гиперзвукового параметра подобия $K=M\theta$ никаких ограничений накладывать не будем.

Первые два неравенства (1.1) позволяют пользоваться нестационарной аналогией [1, 2], а третье неравенство обосновывает допущение, что поправки в распределении давления, обусловленные нестационарностью, малы. При этом для расчета распределения давления по поверхности клина можно воспользоваться в рамках нестационарной аналогии результатами, полученными при решении задачи о движении клина с постоянной скоростью и вращении относительно вершины с угловой скоростью $\dot{\theta}=d\theta/dt$ [3] (эту задачу назовем задачей В в отличие от прямой задачи А). Для этого сопоставим движение клина в задачах А и В, причем условием этого сопоставления, как обычно, будет равенство скоростей движения плоского поршня – границы щели, пробиваемой движущимся кливом в неподвижной плоскости (плоскости D), перпендикулярной вектору V.

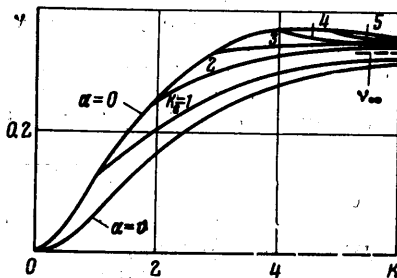
Найдем связь между параметрами движения клина в задачах А и В и давление на поверхности клина в точке x в момент времени t в задаче А (x – координата вдоль поверхности клина, отсчитываемая от его вершины). Уравнение движения поршня в плоскости D, на котором в момент t будет такое же давление, как в точке x клина в задаче А в тот же момент времени t , имеет вид

$$y_A = \int_{t_0}^t V(t) \operatorname{tg} \theta dt = V(t_0) \operatorname{tg} \theta(t-t_0) + \frac{1}{2} a \theta(t-t_0)^2$$

(члены более высокого порядка малости отброшены). Здесь t_0 – момент времени, когда вершина клина пробила плоскость D (каждой точке x отвечает своя плоскость D, свое значение параметра t_0 и своя функция y_A).



Фиг. 1



Фиг. 2

Для задачи В аналогичное уравнение движения поршня имеет вид

$$y_B = \int_{t_0}^t v_y dt = U_B \operatorname{tg} \theta(t-t_0) + U_B \dot{\theta}_B(t-t_0)^2,$$

$$v_y = U_B \operatorname{tg} \theta_B(t) + \dot{\theta}_B U_B(t-t_0), \quad \theta_B(t) = \theta_B(t_0) + \dot{\theta}_B(t-t_0)$$

Очевидно, что если выбрать

$$(1.2) \quad U_B = V(t_0), \quad \theta = \theta_B(t_0), \quad \dot{\theta}_B = a\theta/2U(t_0)$$

то с точностью до членов высшего порядка малости давление на клине в точке x в момент времени t в задаче А будет таким же, как на клине в точке x_1 в задаче В, где x и x_1 связаны соотношениями

$$x = \int_{t_0}^t V(t) dt = V(t_0)(t-t_0) + a(t-t_0)^2/2, \quad x_1 = U_B(t-t_0),$$

откуда

$$(1.3) \quad x_1 = x(1+O(S))$$

Для давления на клине в задаче В в работе [3] получено выражение

$$(1.4) \quad p(x_1, t) = p_* (1 + x_1 \dot{\theta}_B r_1 / U_B), \quad p_* = p_\infty \frac{2\gamma}{\gamma+1} \left[\frac{U_B^2}{c_\infty} \sin^2 \theta_{1B}(t) - \frac{\gamma-1}{2\gamma} \right]$$

Здесь $\theta_1 = f(\theta, M, \gamma)$ – угол наклона скачка уплотнения при установившемся обтекании клина с углом θ . Выражение для r_1 приведено в работе [3], в общем случае оно достаточно громоздко.

При $K \rightarrow \infty$ и $K \rightarrow 0$ p_* и p_1 принимают соответственно вид

$$(1.5) \quad p_* = \frac{\gamma+1}{2} \rho_\infty V_B^2 \theta_B^2(t), \quad p_1 = \frac{2}{\theta_B} \frac{\gamma+1}{2\gamma-1} \quad (K \rightarrow \infty)$$

$$p_* = p_\infty(1+\gamma K), \quad p_1 = \gamma K / \theta_B \quad (K \rightarrow 0)$$

Теперь, обращаясь к задаче А и учитывая (1.1) и (1.2), для давления на поверхности клина имеем

$$(1.6) \quad p(X, t) = p_\infty \frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[\frac{V^2(t_0)}{c_\infty^2} \theta_1^2(t) - \frac{\gamma-1}{2\gamma} \right] \left(1 + \frac{\theta p_1 SX}{2} + O(S^2) \right), \quad X = x/l$$

Остается исключить параметр t_0 и выразить явно $p(X, t)$ через величины, характеризующие движение клина в задаче А: скорость $V(t)$, угол θ , число Струхала S и т. д. Имеем

$$t - t_0 = \frac{x}{V(t)}(1 + O(S)), \quad V(t_0) = V(t) - a(t - t_0) = V(t)(1 + SX)$$

$$\theta_B(t) = \theta_B(t_0) + \dot{\theta}_B(t - t_0) = \theta(1 + SX/2).$$

$$M(t_0) = \frac{V(t_0)}{c_\infty} = \frac{V(t)}{c_\infty}(1 - SX) = M(t)(1 - SX)$$

$$\theta_1(t) = \theta_1[M(t_0), \theta_B(t)] = \theta_1(M(t), \theta) + \frac{\partial \theta_1}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial \theta_1}{\partial M} \Delta M$$

$$\Delta \theta = \frac{1}{2} SX, \quad \Delta M = -SX$$

Теперь (1.6) примет вид

$$(1.7) \quad p(X, t) = A(K)(1 + N(K)SX + O(S^2)),$$

$$A(K) = \frac{2\gamma}{\gamma+1} \left[K^2 \left(\frac{\theta_1}{\theta} \right)^2 - \frac{\gamma-1}{2\gamma} \right], \quad K = M(t)\theta$$

$$(1.8) \quad N(K) = \frac{1}{2} \theta p_1 + \left[\frac{\partial \ln \theta_1}{\partial \ln \theta} - 2 \frac{\partial \ln \theta_1}{\partial \ln M} - 2 \right] \left[1 + \frac{\gamma-1}{2\gamma} K^2 \left(\frac{\theta_1}{\theta} \right)^2 \right]^{-1}$$

(Значения $N(K)$, рассчитанные по этой формуле, приведены на фиг. 1.)
При условиях (1.1)

$$(1.9) \quad \frac{\theta_1}{\theta} = \frac{\gamma+1}{4} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{4}{(\gamma+1)K} \right)^2} \right) \frac{\partial \ln \theta_1}{\partial \ln \theta} = \left[1 + \left(\frac{4}{(\gamma+1)K} \right)^2 \right]^{-1/4}$$

$$\frac{\partial \ln \theta_1}{\partial \ln M} = - \left[1 + \left(\frac{\gamma+1}{4} K \right)^2 + \frac{\gamma+1}{4} K \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma+1}{4} K \right)^2} \right]^{-1}$$

p_1 определяется по формулам работы [3].

Учитывая (1.5), для предельных случаев $K \rightarrow \infty$ и $K \rightarrow 0$, получаем

$$(1.10) \quad p(X, t) = \frac{\gamma+1}{2} \rho_\infty V^2(t) \theta^2(1 + N_\infty SX), \quad N_\infty = \frac{2-\gamma}{2\gamma-1} \quad (K \rightarrow \infty)$$

$$p = p_\infty(1 + \gamma K) \quad (K \rightarrow 0)$$

(В последнем случае $N = O(K)$ и с рассматриваемой степенью точности p не зависит от X , т. е. ускорение не вызывает изменений в распределении давления по сравнению со случаем соответствующего стационарного движения, причем при $K \rightarrow 0$ этот вывод верен не только для клина, но и вообще для тонких заостренных профилей.)

Заметим, что по методу, эквивалентному методу «скачков-расширений» для стационарных течений, используя соотношения для простой волны [4] в случае $K \gg 1$,

можно получить для $p(X, t)$ выражение

$$p(X, t) = \frac{\gamma+1}{2} \rho_{\infty} V^2(t) \theta^2 \left[1 + \left(\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} - 2 \right) SX \right]$$

которое значительно отличается от (1.10).

Из формулы Буземана (формула Ньютона с учетом центробежных сил) для ускоренно движущегося клина получаем $p(X, t) = \rho_{\infty} V^2(t) \theta^2 (1 + SX)$.

Очевидно, что формула (1.10) при $\gamma \rightarrow 1$ переходит в эту формулу.

2. Определим смещение центра давления, обусловленное ускорением.

Положение центра давления X_* в случае $\theta \ll 1$ определяется по формуле

$$(2.1) \quad X_* = x_*/L = \frac{\int_0^1 \Delta p X dX}{\int_0^1 \Delta p dX}$$

$\Delta p(X, t)$ — разность давлений на нижней и верхней сторонах клина,

$$(2.2) \quad \Delta p = p_H - p_B = p_{\infty} [A(K_H) - A(K_B)] (1 + vSX)$$

$$(2.3) \quad v = \frac{A(K_H)N(K_H) - A(K_B)N(K_B)}{A(K_H) - A(K_B)} = f(\gamma, K_H, K_B)$$

Здесь K_H и K_B — значения параметра K для нижней и верхней сторон клина, $K_H = (\vartheta + \alpha)M$, $K_B = (\vartheta - \alpha)M$.

Полученные формулы применимы при $\alpha < \vartheta$. Если $\alpha \geq \vartheta$, то

$$p_B = p_{\infty} \zeta, \quad \zeta = [1 + 1/2(\gamma-1)K_B]^{2\gamma/(\gamma-1)} \quad (K_B \leq 0)$$

$$\Delta p = p_{\infty} [A(K_H) - \zeta] \left[1 + \frac{N(K_H) - SX}{1 - \zeta/A(K_H)} \right]$$

В случае $\alpha \rightarrow 0$ ($K_B \rightarrow K_H$) выражение для v после раскрытия неопределенности может быть представлено в виде

$$(2.4) \quad v_{\alpha \rightarrow 0} = \frac{AN'}{A'} + N, \quad N' = \frac{dN}{dK}, \quad A' = \frac{dA}{dK}$$

$$\frac{A}{A'} = \frac{K}{2} + \frac{3\gamma+1}{\gamma(\gamma+1)^2 K} + O(K^{-3}) \quad (K \gg 1), \quad \frac{A}{A'} = \frac{1}{\gamma} + \frac{\gamma-1}{2\gamma} K + O(K^2) \quad (K \ll 1)$$

На фиг. 2 приведены значения v в зависимости от K_H при различных значениях K_B . Расчеты проводились по формулам (2.3) и (2.4) для $\gamma = 1,4$. Штриховой линией нанесены асимптотические значения v при $K \rightarrow \infty$. Последняя формула дает представление о зависимости v от γ .

Из формул (2.1) и (2.2) определяем положение центра давления

$$X_* = \frac{1/2 + 1/3 vS}{1 + 1/2 vS} \approx \frac{1}{2} \left(1 + \frac{vS}{6} \right)$$

Смещение центра давления ΔX_* относительно его положения при установившемся движении будет $\Delta X_* \approx 1/12 vS$.

При ускорении центр давления смещается назад (затем статической устойчивости растёт), при замедлении — вперед. При малых числах Струхала это смещение невелико. Так, при $\gamma = 1,4$, $V = 3 \cdot 10^3$ м/сек, $L = 10$ м, $a = 10^4$ м/сек², $S = 10^{-2}$ и $\Delta X_* < 3 \cdot 10^{-4}$ во всем диапазоне K_H и α для условий (1.1).

Поступила 1 X 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
2. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
3. Полянский О. Ю. О некоторых особенностях нестационарного обтекания тел сверхзвуковым потоком газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 4.
4. Лайтхилл М. Колебания профилей при больших числах М. Механика, Сб. перев. и обз. иностр. период. лит., 1954, № 5.