Следует отметить, что при получении формулы (2.3) не учитывалось влияние следов других пузырей на обтекание пробного пузыря, а также нагруженность его следа. При движении системы пузырей в жидкости происходит вовлечение пузырей в область следа предыдущих пузырей. Для системы однородной плотности, занимающей бесконечный горизонтальный слой толщины H, влияние следов на движение пузырей можно не учитывать, если толщина слоя достаточно мала и можно пренебречь вероятностью попадания пузыря в след другого пузыря. Для системы умеренной плотности это условие выполняется, если $H \sim a$ Re [9].

Автор благодарит А. М. Головина за ряд ценных замечаний.

Поступила 25 X 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Marrucci G.* Rising velocity of a swarm of spherical bubbles. Industr. and Engng. Chem. Fundament., 1965, vol. 4, No. 2.
2. *Bhatia V. K.* Gas holdup of a bubble swarm in two phase vertical flow. AIChE Journal, 1969, vol. 15, No. 3.
3. *Gal-Or B.* On motion of bubbles and drops. Can. J. Chem. Engng, 1970, vol. 48, No. 5.
4. *Le Clair B. P., Hamielec A. E.* Viscous flow through particle assemblages at intermediate Reynolds numbers — a cell model for transport in bubble swarms. Canad. J. Chem. Engng, 1971, vol. 49, No. 6.
5. *Буевич Ю. А., Марков В. Г.* Реология концентрированных смесей жидкости с мелкими частицами. Параметры межфазового взаимодействия.ПММ, 1972, т. 36, вып. 3.
6. *Tam C. K. W.* The drag on a cloud of spherical particles in low Reynolds number flow. J. Fluid Mech., 1969, vol. 38, pt 3.
7. *Буевич Ю. А., Марков В. Г.* Континуальная механика монодисперсных суспензий. Реологические уравнения состояния для суспензии умеренной концентрации. ПММ, 1973, т. 37, вып. 6.
8. *Левич В. Г.* Физико-химическая гидродинамика. М., Физматгиз, 1959.
9. *Головин А. М.* Уравнения Лагранжа для системы пузырей в жидкости малой вязкости. ПМТФ, 1967, № 6.

УДК 532.529.5/6

ПРИБЛИЖЕННЫЙ УЧЕТ ВЛИЯНИЯ СТЕНОК НА МОДЕЛЬ КАВЕРНЫ, МОДЕЛИРОВАННОЙ ПО СХЕМЕ ЭФРОСА ИЛИ РЯБУШИНСКОГО

Л. А. ЭПШТЕЙН

(Москва)

Излагается приближенный способ учета влияния стенок на площадь миделя плоской и осесимметричной каверны, моделированной по схеме Эфроса или Рябушинского. Для плоской задачи приводится сопоставление с результатами точного решения.

В [1, 2] был указан простой метод расчета минимального числа кавитации $\varkappa$ и площади S_* миделя каверны за расположенным на оси круглой трубы осесимметричным телом. Метод базировался на применении общих теорем механики при использовании схемы Жуковского – Рошко и единственном допущении о справедливости известной [3] связи коэффициента сопротивления c_x с числом кавитации $c_x(\varkappa)=c_x(0)(1+\varkappa)$. Метод в равной степени был применим в плоской задаче, где существовало строгое решение, которое могло служить критерием его точности.

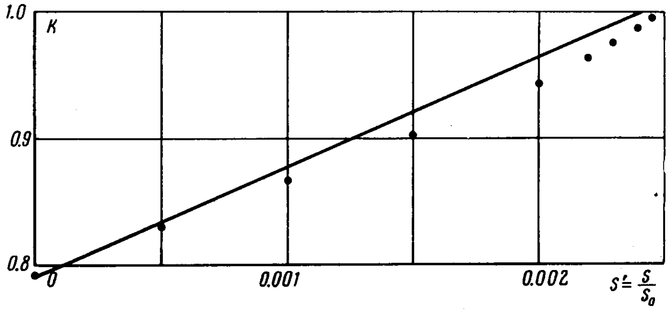
Сопоставление дало практически полное совпадение результатов при идентичной схематизации каверны, т. е. в том случае, когда теоретическое решение также выполнялось по схеме Жуковского – Рошко.

Точные расчеты, выполненные по более близким к действительности схемам Эфроса или Рябушинского, давали заметно отличные результаты, которые не могли быть получены в [1], так как этот метод не удавалось развить при других схемах, которые в дальнейшем для краткости именуются схемами со смыкающейся каверной.

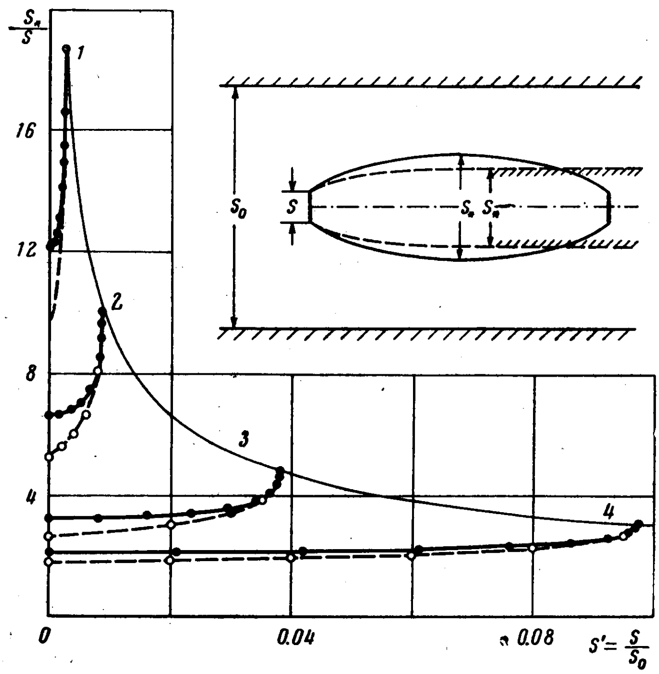
Применение законов количества движения и энергии для течения около тела со смыкающейся каверной в канале дает для определения площади миделя каверны S_* уравнение

$$S_*'^2 - S_*'\left[c_{x_0}S' + \frac{\varkappa}{\varkappa+1}\right] + c_{x_0}S' + \frac{(1-S_*')}{1+\varkappa}\iint\limits_{1-S_*'}\left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2 dS' = 0, \tag{1}$$

где $c_{x_0}=c_x(\varkappa=0)$, S – площадь миделя тела, v – скорость потока, Δv – изменения местной скорости от ее среднего значения в сечении, проходящем через мидель каверны, а штрих обозначает величины, отнесенные к площади сечения канала S_0.



Фиг. 1



Фиг. 2

В схеме Рошко $\Delta v=0$. Это обстоятельство делало выражение (1) эффективным. В случае других схем $\Delta v\neq 0$, а без значения последнего члена в (1) рассчитать величину S_* нельзя.

Аналогичное положение имеет место и в безграничной жидкости, где (1) переходит в известное соотношение Рейхардта

$$c_x\frac{S}{S_*}=\varkappa-\iint\limits_S\left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2\frac{dS}{S_*} \tag{2}$$

И здесь для схемы Рошко $\Delta v=0$, а следовательно, площадь каверны определяется равенством

$$\frac{S_*}{S}=\frac{C_x}{\varkappa} \tag{3}$$

В схемах со смыкающейся каверной, где $\Delta v\neq 0$, можно показать [3], что для малых $\varkappa$

$$\varkappa-\iint\limits_S\left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2\frac{dS}{S_*}=k\varkappa \tag{4}$$

где $0{,}5<k<1$ — некоторый коэффициент.

В плоской задаче $k=\pi/4$ при $\varkappa\to 0$, а в достаточно широком диапазоне $0<\varkappa<1$ может быть представлен зависимостью

(5) $$k=\pi/4+0.05\varkappa$$

В пространственном случае, по данным различных авторов [4, 5], $k=0{,}9\div 1$.

В соответствии с (2) и (4) имеем

(6) $$S_*/S=c_x/k\varkappa$$

Таким образом, влияние схемы каверны учитывается коэффициентом k, отличающим (6) от (3).

Возвращаясь к случаю каверны в канале, можем считать, что, как и в безграничной жидкости, величина S_* в схемах со смыкающейся каверной отличается от S_*, определенного (1) при $\Delta v=0$, сомножителем $1/k$, но для каверны в канале следует считать $k=f(\varkappa, S/S_0)$. Для определения функции $k(\varkappa, S/S_0)$ рассмотрим течение с некоторым числом кавитации $\varkappa_1$ при наличии границ трубы. Сблизим границы до положения S_1', при котором $\varkappa_1=\varkappa_{\min}$. Заметим, что при $\varkappa=\varkappa_{\min}$ течения для любых схем переходят в схему Рошко, Δv обращается в нуль и k – в единицу. С другой стороны, при раздвижении границ потока, т. е. стремлении $S'\to 0$, величина k, очевидно, принимает известные значения, соответствующие безграничному потоку (например, для плоской задачи определяемому по (5)).

Разлагая теперь $k(\varkappa_1, S')$ в ряд по степеням величины $S'\ll 1$ и ограничиваясь малыми первого порядка, получаем для $k(\varkappa_1, S')$ линейную зависимость, проходящую через точки $S'=0$, $k(\varkappa_1, 0)$ и $S'=S_1'$, $k=1$.

Таким образом

(7) $$k(\varkappa_1, S')=k(\varkappa_1, 0)+[1-k(\varkappa_1, 0)]\frac{S'}{S_1'}$$

где S_1' – значение S', при котором $\varkappa_1=\varkappa_{\min}$.

В соответствии с [1]

(8) $$S_1'=(\sqrt{1+\varkappa_{\min}}-1)^2[c_{x_0}(1+\varkappa_{\min})]^{-1}$$

На фиг. 1 дан пример сопоставления зависимости $k(\varkappa, S')$, рассчитанной по (5), (7), (8), с результатами расчетов А. Г. Терентьева, выполненных на ЭВМ по точному решению задачи о пластинке в канале по схеме Рябушинского при $\varkappa=0.1$.

В заключение сформулируем видоизменение метода [1] для расчета влияния стенок на мидель S_*' смыкающейся каверны при заданных c_{x_0}, $\varkappa_1$, S' и $k(\varkappa, 0)$. По уравнению (1) без последнего члена, т. е. при $\Delta v=0$, находим S_*', затем по (8) вычисляем S_1', зная S_1' (7), определяем $k(\varkappa_1, S')$.

Площадь миделя смыкающейся каверны

(9) $$S_*'=S_*'/k(\varkappa, S')$$

На фиг. 2 представлено сопоставление указанных расчетов (сплошные кривые) с упомянутыми расчетами А. Г. Терентьева (точки) и такое же сопоставление по схеме Рошко (пунктир) при $\varkappa=0.1$, 0.2, 0.5, 1.0 (кривые *1–4* соответственно).

Заметим, что изложенный метод не только позволяет заменить сложные расчеты на ЭВМ элементарными алгебраическими выкладками, но, главное, дает возможность определить столь же простым путем мидель сходящейся каверны в осесимметричной задаче, где какие-либо строгие расчеты вообще отсутствуют.

Поскольку значение $k(\varkappa, 0)<k(\varkappa, S')<1$, а величина $k(\varkappa, 0)$ в пространственном случае больше, чем в плоском, следует ожидать, что точность в определении миделя осесимметричных каверн будет еще бо́льшей, чем для плоских.

Автор пользуется случаем поблагодарить А. Г. Терентьева за любезно предоставленные расчеты.

Поступила 26 IV 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Эпштейн Л. А.* О минимальном числе кавитации и ширине каверны в плоском и осесимметричном каналах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 5.
2. *Эпштейн Л. А.* Об учете влияния стенок канала на величину миделя каверны. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 2.
3. *Эпштейн Л. А.* Течения около тел вращения при малых числах кавитации. Тр. ЦАГИ, 1961, № 817.
4. *Эпштейн Л. А.* Методы теории размерностей и подобия в задачах гидромеханики судов. Л., «Судостроение», 1970.
5. *Логвинович Г. В.* Гидродинамика течений со свободными границами. Киев, «Наукова думка», 1969.