ЛИТЕРАТУРА

1. *Жуковский Н. Е.* Определение движения жидкости при каком-нибудь условии, данном на линии тока. Полн. собр. соч., т. 3, М.– Л., ОНТИ, 1936.
2. *Слезкин Н. А.* Обтекание наполненной газом оболочки плоским потоком идеальной жидкости. Уч. зап. МГУ, 1951, т. 3, вып. 152.
3. *Петрова С. И.* Формы равновесия полости, ограниченной упругой пленкой, в однородном потоке жидкости. В сб. 3-й Всес. съезд по теор. и прикл. механ. Аннотации докладов. М., 1968.
4. *Киселев О. М.* К задаче о газовом пузыре в плоском потоке идеальной жидкости Изв. АН СССР. МЖГ, 1969, № 4.
5. *Киселев О. М.* К задаче об обтекании наполненной газом оболочки плоским потоком идеальной жидкости. Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 3.
6. *Леглер Э. Л.* Расчетное и экспериментальное исследование обтекания потоком воздуха профиля мягкой надувной оболочки. Тр. ЦАГИ, 1972, вып. 1382.
7. *Берковский Б. С.* Стационарное движение упругого контура в ограниченной жидкости. Прикл. механ., 1967, т. 3, вып. 11.
8. *Гур-Мильнер С. И.* О форме упругого равновесия и устойчивости пластины в плоскопараллельном потоке несжимаемой жидкости. Тр. Ленингр. кораблестроит. ин-та, 1969, вып. 65.
9. *Магула В. Э.* Гибкая цилиндрическая оболочка под равномерным давлением. Тр. Николаевск. кораблестроит. ин-та, 1972, вып. 63.
10. *Гахов Ф. Д.* Краевые задачи. М., Физматгиз, 1963.

УДК 532.5

К ВОПРОСУ О ПРОНИКАНИИ КУМУЛЯТИВНОЙ СТРУИ В ПРЕГРАДУ

Н. С. САНАСАРЯН

(Москва)

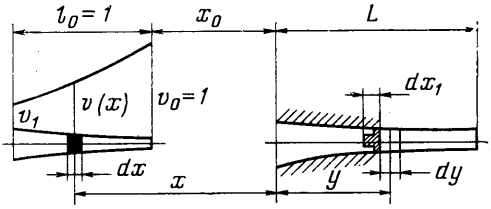
Решена задача о проникании кумулятивной струи с произвольным распределением скорости вдоль нее с учетом прочностных свойств преграды.

На примере струи с линейным распределением скорости показана возможность получения большой пробивной способности за счет изменения градиента вдоль струи в зависимости от физико-механических свойств преграды и струи.

Кроме того, получено распределение скорости вдоль струи, обеспечивающее максимальное пробитие в преграде, расположенной на таком расстоянии, когда частично или полностью по всей струе не достигается предельное растяжение.

Пусть к преграде подходит осесимметричная или плоская кумулятивная струя с произвольным распределением скорости вдоль струи и одинаковой скоростью в поперечном сечении.

Длину струи l_0 на расстоянии x_0 от преграды и скорость головной струи примем равными единице (фиг. 1).



Фиг. 1

Элемент струи dx с координатой x, отсчитываемой от преграды, подойдя со скоростью $v(x)$ ко дну пробитого отверстия длиной y, пробивает в преграде отверстие длиной dy [1]

$$dy = \frac{u}{v-u}dx_1 = \frac{u}{v-u}\left(dx - \frac{x+y}{v}dv\right) \tag{1}$$

где u – скорость проникания струи в преграду, являющаяся функцией скорости струи, dx_1 – длина элемента струи dx при подходе ко дну отверстия.

Уравнение (1) приводится к виду

$$\frac{d(y+x)}{dx} + \frac{f(v)}{v}\frac{dv}{dx}(x+y) = f(v)+1, \qquad f(v) = \frac{u}{v-u} \tag{2}$$

Решение уравнения (2) при начальных условиях $x=x_0$, $y=0$, $v=1$ имеет вид

$$y(x)=\frac{1}{\varphi(v)}\left[x_0+\int_{x_0}^{x}(1+f)\varphi\,dx\right]-x,\qquad \varphi(v)=\exp\int_{1}^{v}\frac{f(v)}{v}\,dv \tag{3}$$

Подставляя в (3) значения $x=x_0+1$ и $v=v_1$, где v_1 – скорость хвостовой части струи, определим полную глубину проникания струи в преграду

$$L=y(x_0+1) \tag{4}$$

Согласно [2], в произвольный момент времени проникания струи в преграду для границы раздела справедливо следующее соотношение:

$$\sigma_{SD}+k_c\rho_c(v-u)^2=H_D+k_n\rho_n u^2 \tag{5}$$

где σ_{SD} и H_D – динамические пределы текучести струи и твердость преграды, k_c и k_n – коэффициенты, зависящие от геометрии течения и приближенно равные $^1/_2$, ρ_c и ρ_n – плотности струи и преграды.

Из уравнения (5) определяем функцию $f(v)$

$$f(v)=\frac{\sqrt{\rho}}{v^2+H}\left(v\sqrt{v^2+\frac{\rho-1}{\rho}H}-\frac{H}{\sqrt{\rho}}\right) \tag{6}$$

$$\rho=\frac{k_c\rho_c}{k_n\rho_n},\qquad H=\frac{H_D-\sigma_{SD}}{k_n\rho_n}$$

Подставляя (6) в выражение для функции $\varphi(v)$ и проводя интегрирование, получим

$$\varphi(v)=\frac{1}{v}\,\frac{v^2+H}{1+H}\,\frac{\sqrt{\rho(1+RH)}+1}{\sqrt{\rho(v^2+RH)}+v^2}\left(\frac{\sqrt{v^2+RH}+v}{\sqrt{1+RH}+1}\right)^{\sqrt{\rho}},\qquad R=\frac{\rho-1}{\rho} \tag{7}$$

Решения (3) и (4) примут вид

$$y(x)=\frac{1}{\varphi(v_1)}\left[x_0+\frac{\sqrt{\rho(1+RH)}+1}{1+H}\int_{x_0}^{x}\left(\frac{\sqrt{v^2+RH}+v}{\sqrt{1+RH}+1}\right)^{\sqrt{\rho}}dx\right]-x \tag{8}$$

$$L=y(x_0+1) \tag{9}$$

Отметим, что полученные решения имеют физический смысл при $u\geqslant 0$, т. е. при $v\geqslant\sqrt{H/\rho}$.

Соотношения (8) и (9), определяющие зависимость глубины проникания струи в преграду y от длины струи $(x-x_0)$ и полную пробивную способность для заданного распределения скорости вдоль струи $v(x)$, получены без учета изменения распределения скорости вдоль струи и по мере ее проникания. В работе [2] это изменение скорости учитывалось, но для абсолютно жесткого стержня. Однако из приведенного там численного примера видно, что изменение скорости стержня незначительно даже при начальной скорости стержня 1470 *м/сек*, следовательно, оно тем более незначительно для кумулятивной струи, у которой даже скорости хвостовых частей порядка 2000 *м/сек*. Эксперименты также подтверждают, что по мере проникания кумулятивной струи в преграду распределение скорости вдоль струи не меняется.

В связи с тем что распределение скорости вдоль кумулятивной струи приближенно линейное, представляют интерес решения (8) и (9) для этого случая

$$y(x)=\left[\frac{1}{\varphi(v)}-1\right]\left(x_0+\frac{1}{1-v_1}\right) \tag{10}$$

$$L=\left[\frac{1}{\varphi(v_1)}-1\right]\left(x_0+\frac{1}{1-v_1}\right) \tag{11}$$

Здесь $\varphi(v)$ определяется отношением (7).

Анализ соотношений (10) и (11) показывает, что если пробивание прекращается при скорости $v=\sqrt{H/\rho}$, то максимальное пробитие, равное

$$\max L=v_1[1-\varphi(v_1)]^2[(1-v_1)^2\varphi(v_1)\cdot f(v_1)]^{-1} \tag{12}$$

достигается при скорости хвостовой части $v_1^* > \sqrt{H/\rho}$, удовлетворяющей уравнению

$$v_1^*[1-\varphi(v_1^*)]-f(v_1^*)(1-v_1^*)[x_0(1-v_1^*)+1]=0$$

На фиг. 2 показан примерный ход зависимости $L(v_1)$.

Запишем полученные соотношения для $\rho=1$:

$$y(x)=\frac{v-H}{v^2+H}[1+x_0(1-v)]\frac{1-v}{1-v_1}$$

$$v_1^*=\frac{H}{1+x_0(1+H)}+\sqrt{\frac{H^2}{[1+x_0(1+H)]^2}+H}$$

$$L=\frac{v_1-H}{v_1^2+H}[1+x_0(1-v_1)]$$

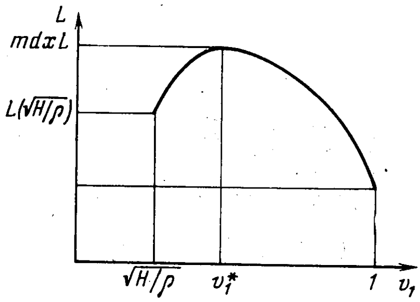
$$\max L=\frac{(v^*-H)^2}{(1+H)(v^{*2}-H)}$$

В работе [3] исходя из условия предельного растяжения определяется распределение скорости струи, обеспечивающее максимальную глубину проникания в преграду без учета ее прочностных свойств.

Сформулируем вариационную задачу об определении распределения скорости вдоль струи, обеспечивающего максимальное пробитие в преграде с учетом ее прочностных свойств для таких расстояний до преграды, когда частично или полностью по всей струе не достигается предельное растяжение.

Пусть жидкая струя истекает из резервуара, движущегося равномерно со скоростью v_0.

Согласно [3] относительное удлинение ε элемента струи dx равно



Фиг. 2

$$\varepsilon=\frac{dx_1}{dx_2}-1= \tag{13}$$

$$=\frac{dx-(x+y)v^{-1}\,dv}{dx+(v-v_0)^{-1}[z_0(1-v_0)-x+x_0v_0]dv}-1$$

Здесь dx_2 — длина элемента струи dx в момент его образования, z_0 — начальное расстояние резервуара от преграды.

Продифференцировав найденное из (13) y по x и подставив в (2), получим следующее дифференциальное уравнение

$$v\frac{d^2x}{dv^2}+\left[\frac{\varepsilon+1}{\varepsilon}\left(f-\frac{v_0}{v-v_0}\right)+\frac{v}{\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dv}\right]\left(\frac{dx}{dv}-\frac{x-x_0v_0}{v-v_0}+\frac{1-v_0}{v-v_0}z_0\right)=0 \tag{14}$$

начальными условиями

$$x=x_0,\qquad v=1,\qquad \frac{dx}{dv}=x_0-\frac{\varepsilon+1}{\varepsilon}z_0$$

Решение уравнения (14) имеет вид

$$x=z_0(v-v_0)\int_1^v v^{-1}(v-v_0)^{-1}\varphi^{-1}\Phi(\varepsilon)\,dv+(z_0-x_0)(1-v)+x_0, \tag{15}$$

$$\Phi(\varepsilon)=\frac{1}{\varepsilon}\exp\left[-\int_1^v\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{f}{v}+\frac{1}{v}-\frac{1}{v-v_0}\right)dv\right]$$

Среди всех функций $\varepsilon(v)$ из интервала $0\leqslant\varepsilon\leqslant\varepsilon_*$ (ε_* — предельное значение ε), определим ту, которая после подстановки в выражение (15) для $x(v)$, дает экстремум интегралу (4).

Применяя уравнение Эйлера для нахождения искомой функции $\varepsilon(v)$, имеем $\partial\Phi(\varepsilon)/\partial\varepsilon=0$, откуда нетрудно получить

$$\varepsilon(v)=\varepsilon(1)+\ln v^{-1}\varphi^{-1}(1-v_0)^{-1}(v-v_0)$$

Так как $\partial^2\Phi/\partial\varepsilon^2<0$, то найденная функция $\varepsilon(v)$ дает $\max L$.

При этом соотношения (15) и (3) примут вид

$$x=-\frac{z_0}{\varepsilon(1)}(v-v_0)\int\limits_1^v\frac{dv}{v\varphi(v-v_0)}+(z_0-x_0)(1-v)+x_0$$

$$y=\frac{z_0}{\varphi}\left[1+\frac{1}{\varepsilon(1)}\ln\frac{v-v_0}{(1-v_0)v\varphi}\right]-\frac{1-v_0}{v-v_0}\left[z_0v-\frac{v_0(x-x_0v)}{1-v_0}\right]$$

Если $\varepsilon(v)$ принимает свое предельное значение ε_* при $x=x_*$ внутри интервала $[x_0, x_0+1]$, то в интервале $[x_*, x_0+1]$ необходимо принять $\varepsilon=\varepsilon_*=\text{const}$.

В этом случае соотношения (15) и (3) примут вид

$$x=-z_0\varepsilon_1(v-v_0)(1-v_0)^{-\varepsilon_1}\int\limits_1^v(v-v_0)^{\varepsilon_1-1}(v\varphi)^{\varepsilon_1+1}\,dv+$$

$$+(z_0-x_0)(1-v)+x_0,\qquad \varepsilon_1=\frac{1}{\varepsilon_*}$$

$$y=\frac{z_0}{\varphi}\left(\frac{v-v_0}{v\varphi}\right)^{\varepsilon_1}(1-v_0)^{-\varepsilon_1}+\frac{1-v_0}{v-v_0}\left[z_0v-\frac{v_0(x-x_0v)}{1-v_0}\right]$$

В выражении для функции $f(v)$, учитывающей прочностные свойства преграды, можно использовать экспериментально определяемые зависимости скорости проникания струи от ее скорости для различных материалов струи и преграды.

В заключение отметим, что использование предлагаемого решения для практических расчетов ограничивается следующими условиями: 1) допустимая верхняя граница скорости струи определяется предположением о том, что сжимаемостью стержня и преграды можно пренебречь; 2) наименьшая допустимая длина струи определяется тем, что в принятой схеме не учитывается неустановившийся характер процесса в начале и в конце проникания; 3) удельная кинетическая энергия на единицу массы струи значительно превосходит энергию, уходящую на деформирование струи; 4) допустимая верхняя граница для расстояния преграды от струи x_0 определяется условием, что струя по мере проникания остается сплошной.

Поступила 13 II 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лаврентьев М. А.* Кумулятивный заряд и принцип его работы. Успехи матем. наук, 1957, т. 12, вып. 4.
2. *Алексеевский В. П.* К вопросу о проникании стержня в преграду с большой скоростью. Физика горения и взрыва, 1966, № 2.
3. *Григорян С. С., Санасарян Н. С.* Оптимальное проникание жидкой струи в преграду. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 6.