

**КОНЦЕНТРАЦИЯ КОНВЕКТИВНЫХ ДВИЖЕНИЙ У ГРАНИЦЫ
ГОРИЗОНТАЛЬНОГО СЛОЯ ЖИДКОСТИ С НЕОДНОРОДНЫМ
ПО ВЫСОТЕ НЕУСТОЙЧИВЫМ ГРАДИЕНТОМ ТЕМПЕРАТУРЫ**

А. В. ГЕТЛИНГ

(Москва)

В отличие от задачи Бенара — Рэлея [1] в крупномасштабных системах с большим перепадом параметров (например, конвективные зоны звезд, атмосферы планет) размеры конвективных ячеек бывают существенно меньше вертикального размера области течения. Возможность развития мелкомасштабных движений, которые сосуществуют с обычными крупномасштабными или даже бывают предпочтительными, их локализация и размеры зависят от ряда внутренних факторов (равновесное распределение параметров, их зависимость от состояния вещества). Здесь в рамках простейшей модели будет рассмотрено влияние на характер развивающейся конвекции в горизонтальном слое лишь одного фактора в чистом виде — кривизны невозмущенного профиля температуры, точнее, резкого изменения наклона этого профиля на некоторой высоте, связанного с наличием внутренних источников тепла.

Проникающая конвекция ([2-4] и др.), при которой область развития движений ограничивается по высоте из-за наличия слоя устойчивой стратификации, и возможность появления в устойчивом слое «противоячеек» [3, 4], не относятся к предмету данной работы, где весь слой жидкости считается конвективно-неустойчивым.

Полученные ранее [5, 6] результаты показывают, что кривизна профиля температуры может оказывать как стабилизирующее, так и дестабилизирующее влияние на конвективную неустойчивость. Возможность появления мелкомасштабных ячеек вблизи границ слоя отмечена в [5], но этот результат относится к слою прозрачного излучающего вещества, что качественно меняет физику явления по сравнению с обычной тепловой конвекцией.

В настоящей работе для кусочно-линейного профиля температуры (1.6) решается линеаризованная задача для возмущений в приближении Буссинеска. Хотя критическое возмущение и заполняет по высоте весь слой в нестационарной задаче максимумы инкрементов в ряде случаев приходится на мелкомасштабные приповерхностные течения. Иногда быстрее всего нарастают два возмущения с различными пространственными масштабами.

1. Постановка задачи. Рассмотрим бесконечный плоский слой $0 \leq z \leq d$ несжимаемой жидкости с тепловым расширением (ось z направлена вертикально вниз). Систему уравнений Навье — Стокса в приближении Буссинеска [7], линеаризованную относительно малых возмущений переменных, запишем в общепринятых обозначениях в виде

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \partial \mathbf{v} / \partial t &= -\nabla p' / \rho_0 - g \alpha T' + \nu \Delta \mathbf{v} \\ \partial T' / \partial t + \beta v_z &= \chi \Delta T', \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \end{aligned}$$

Здесь индексом 0 отмечены невозмущенные значения, $\alpha = -(1/\rho) d\rho/dT$, $\beta(z) = dT_0/dz$. Считается, что плотность источников тепла зависит только от координат, но не от состояния вещества. Поэтому в (1.1) отсутствует член, содержащий возмущение этой плотности. Действуя по обычной схеме [7], исключим p' и T' и положим для частного решения

$$(1.2) \quad v_z = w(\xi) \exp \left\{ \lambda \frac{\nu}{d^2} t + i \left(a_x \frac{x}{d} + a_y \frac{y}{d} \right) \right\}, \quad \xi = \frac{z}{d}$$

Получим

$$(1.3) \quad (D^2 - a^2 - \lambda)(D^2 - a^2 - \lambda P)(D^2 - a^2)w = -Rr(\xi)a^2w$$

$$D = d/d\xi, \quad r(\xi) = \beta(\xi d) / \langle \beta \rangle$$

$$\langle \beta \rangle = \frac{1}{d} \int_0^d \beta(z) dz, \quad \int_0^1 r(\xi) d\xi = 1$$

Здесь $P = \nu/\chi$ — число Прандтля; $R = g\alpha \langle \beta \rangle d^4/\nu\chi$ — число Рэлея, $a^2 = a_x^2 + a_y^2$. Граничные условия для недеформируемых изотермических границ, свободной и жесткой соответственно, имеют вид [7]

$$(1.4) \quad w = D^2 w = D^4 w = 0$$

$$(1.5) \quad w = Dw = (D^2 - a^2 - \lambda)(D^2 - a^2)w = 0$$

Зафиксировав a и λ , будем трактовать (1.3), (1.4), (1.5) как краевую задачу на собственные значения R .

Будем считать $T_0(z)$ такой кусочно-линейной функцией, что

$$(1.6) \quad \beta(\xi) = \begin{cases} \beta^{(1)}, & 0 \leq \xi \leq \xi_1 \quad (\text{область 1}) \\ \beta^{(2)} = \beta^{(1)}/\gamma, & \xi_1 < \xi \leq 1 \quad (\text{область 2}) \end{cases}$$

Здесь $\beta^{(l)}$ ($l=1, 2$) и отношение градиентов γ — постоянные. Обозначим $R^{(l)} = R\beta^{(l)}/\langle \beta \rangle$. Из условия нормировки $r(\xi)$ (см. (1.3)) следует:

$$(1.7) \quad R^{(1)} = \gamma R / [1 + (\gamma - 1)\xi_1], \quad R^{(2)} = R^{(1)}/\gamma$$

При этом задача сводится к решению двух уравнений с постоянными коэффициентами (вида (1.3) с заменой $Rr(\xi) \rightarrow R^{(l)}$) и подбору таких R , при которых решения $w^{(l)}$ этих уравнений смогут удовлетворить, помимо шести граничных условий при $\xi=0, 1$, шести условиям сшивки при $\xi=\xi_1$. Именно, потребуем непрерывность функции w и ее первых пяти производных

$$(1.8) \quad w^{(1)}(\xi_1) = w^{(2)}(\xi_1), \quad [D^n w^{(1)}]_{\xi_1} = [D^n w^{(2)}]_{\xi_1}$$

$$(n=1, 2, 3, 4, 5)$$

Обычно в линейной теории конвекции ограничиваются исследованием режимов, при которых существуют стационарные ($\lambda=0$) решения задачи и которым соответствует нейтральная кривая $R=R_0(a)$ на плоскости (aR), разграничивающая области затухания и нарастания возмущений. Критическим числом Рэлея R_c называют минимальное значение функции $R_0(a)$, достигаемое при некотором $a=a_c$. Если $R=R_c$, то не затухают движения только с этим a . При $R>R_c$ нарастают и взаимодействуют между собой все возмущения, волновые числа которых лежат в некотором интервале. Поэтому исследование закритического режима в полном объеме требует решения нелинейной задачи о развитии всего непрерывного спектра взаимодействующих мод. Необходимый для этого математический аппарат пока еще не построен. Но малые возмущения в течение некоторого времени развиваются в согласии с линейной теорией, да и в любом случае при данном R максимум функции $\lambda(a)$ в точке $a=a_c$ должен отражать тенденцию к образованию ячеек с волновым числом a_c , заложенную в физике задачи.

Выделенная роль возмущений с максимальным λ видна из многочисленных экспериментов. Более или менее стабильные конвективные ячейки наблюдаются вплоть до $R \sim 10 R_c$, а иногда и до R в несколько десятков R_c . При этом всегда четко регистрируется их характерный масштаб, соответст-

вующий наибольшей скорости роста по линейной теории ([^{8, 9}] и др.; в [¹⁰] отмечен даже самопроизвольный переход к этому масштабу от других, связанных извне). Это — частный случай весьма распространенной в гидромеханике ситуации, когда структура поля возмущений в закритических условиях хорошо согласуется со спектром линейной задачи (см., например, исследования устойчивости пограничного слоя [¹¹] и двумерного следа [¹²]; в последней работе это обстоятельство особенно подчеркнуто).

Поэтому исследование спектра инкрементов в закритическом режиме в рамках линейной теории представляет интерес. Вероятно, оно будет необходимым этапом и для будущей нелинейной теории.

В данной работе рассматривается влияние излома температурного профиля как на условия существования нейтральных возмущений ($\lambda=0$), так и на спектр инкрементов в закритической области. Для фиксированных $P, \gamma, \zeta_1, \lambda, a$ вычисляются собственные значения $R_\lambda(a)$ описанной краевой задачи. Перебор значений a позволяет построить изолинии инкремента в плоскости (a, R) . Закритические режимы исследовались для «жестко-свободных» граничных условий: (1.4) при $\zeta_1=0$, (1.5) при $\zeta_1=1$. Задача о нейтральных возмущениях решалась как с «жестко-свободными», так и со «свободно-свободными» условиями ((1.4) при $\zeta_1=0, 1$). Результаты того и другого вариантов различаются не очень сильно и скорее количественно, чем качественно. Нейтральные кривые «свободно-свободной» задачи лежат несколько ниже соответствующих кривых для «жестко-свободных» условий в области небольших a , сближаются с ними по мере роста a и затем практически сливаются.

Таким образом, жесткая нижняя граница слоя, к которой примыкает область 2 с меньшим градиентом $\langle \beta \rangle r^{(2)}$ (здесь везде предполагается $\gamma \geq 1$), несколько стабилизирует течения типа больших ячеек, заполняющих весь слой (им соответствуют небольшие a), и никак не сказывается на мелко-масштабных течениях с большими a (в частности, на ячейках, сконцентрированных у верхней границы). Отметив этот понятный и естественный факт, будем в дальнейшем интересоваться только результатами для «жестко-свободных» условий, которые ближе к реальным ситуациям и более выгодны для проявления обсуждаемого эффекта.

2. Процедура решения. Поскольку (1.3) содержит только четные производные по ζ , и направление отсчета этой координаты несущественно, будем пользоваться вместо ζ координатой

$$x = \begin{cases} \zeta & \text{в области 1} \\ 1-\zeta & \text{в области 2} \end{cases}$$

Для области l ($l=1, 2$) заменой $D \rightarrow k$ получаем из дифференциального уравнения характеристическое. Оно кубично относительно k^2 и может быть решено по формулам Кардано.

Если его дискриминант $\delta \geq 0$, то в качестве корней находим для k^2 некоторые значения $m \pm ni, r^2$, а для k — соответствующие им $\pm(p \pm qi), \pm r$ (здесь m, n, p, q — действительные числа, а r — действительное или чисто мнимое). Заметим, что

$$\begin{aligned} \operatorname{sh}(p \pm qi)x &= S_r \pm iS_i, & \operatorname{ch}(p \pm qi)x &= C_r \pm iC_i \\ S_r &= \operatorname{sh} px \cos qx, & S_i &= \operatorname{ch} px \sin qx \\ C_r &= \operatorname{ch} px \cos qx, & C_i &= \operatorname{sh} px \sin qx \end{aligned}$$

Решения дифференциального уравнения, удовлетворяющие условиям (1.4) на свободной границе $x=0$ и (1.5) на жесткой границе $x=0$, соответственно имеют вид

$$(2.1) \quad \begin{aligned} w^{(1)} &= A^{(1)}S_r/p + B^{(1)}S_i/q + C^{(1)} \operatorname{sh} rx/r \\ w^{(1)} &= A^{(1)}(S_r/p - \operatorname{sh} rx/r) + B^{(1)}(S_i/q - \operatorname{sh} rx/r) \\ &+ C^{(1)}[C_r + (\rho - \alpha)C_i/\beta - \operatorname{ch} rx] \end{aligned}$$

Здесь $A^{(i)}, B^{(i)}, C^{(i)}$ — постоянные коэффициенты, $\alpha = (\lambda - m + a^2)(m - a^2) + n^2$, $\beta = (\lambda - 2m + 2a^2)n$, $\rho = (\lambda - r^2 + a^2)(r^2 - a^2)$; при C_i имеется делитель $pq = n/2$. В универсальной записи (2.1) объединены случаи $r^2 > 0$, $r^2 < 0$, а также нулевых p, q, r (если предполагать соответствующие предельные переходы в выражениях со знаменателями p, q, r). При $\lambda = 0$ всегда $\delta \geq 0$.

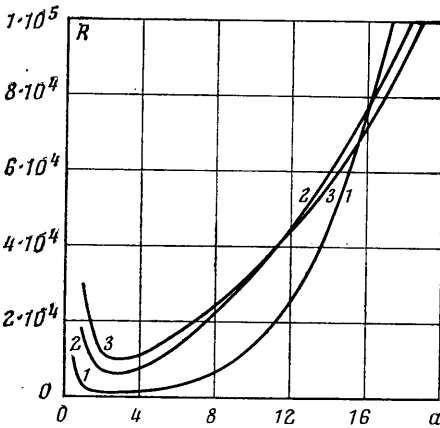
В случае $\delta < 0$ для k^2 получаем действительные значения r_1^2, r_2^2, r_3^2 . Удобная и универсальная (в указанном смысле) запись решения при свободной и при жесткой границе $x=0$ имеет вид соответственно

$$(2.2) \quad \begin{aligned} w^{(1)} &= A^{(1)} \operatorname{sh} r_1 x / r_1 + B^{(1)} \operatorname{sh} r_2 v / r_2 + C^{(1)} \operatorname{sh} r_3 x / r_3 \\ w^{(1)} &(\operatorname{sh} r_1 x / r_1 - \operatorname{sh} r_3 x / r_3) + \\ &+ B^{(1)} (\operatorname{sh} r_2 x / r_2 - \operatorname{sh} r_3 x / r_3) + \\ &+ C^{(1)} [(\alpha_2 - \alpha_3) \operatorname{ch} r_1 x + (\alpha_3 - \alpha_1) \operatorname{ch} r_2 x + (\alpha_1 - \alpha_2) \operatorname{ch} r_3 x]. \end{aligned}$$

Здесь $\alpha_i = (\lambda - r_i^2 + a^2)(r_i^2 - a^2)$, и допустимы любые перестановки индексов. Случаи кратных корней в практических вычислениях легко выделяются и не приводят к затруднениям поэтому их можно специально не рассматривать.

Условия сшивки (1.8) сводятся к алгебраической системе из шести уравнений для определения коэффициентов $A^{(i)}, B^{(i)}, C^{(i)}$, а задача вычисления собственных значений $R_\lambda(a)$ — к поиску нулей определителя этой системы при выбранных $P, \gamma, \zeta_1, \lambda, a$. Задав один из коэффициентов и отбросив одно уравнение в системе, соответствующей собственному значению, можно решить ее относительно остальных пяти коэффициентов и тем самым определить собственную функцию w , «составленную» из $w^{(1)}$ и $w^{(2)}$ (вырождения собственных значений в рассмотренной задаче нет). Все эти вычисления были выполнены на ЭВМ.

3. Результаты исследования нейтральной устойчивости. При $\lambda = 0$ уравнение (1.3) не содержит P , поэтому в задаче о нейтральной устойчивости варьируемыми параметрами являются ζ_1 и γ . Рассмотрим зависимость хода нейтральной кривой от этих величин (речь идет о низшей гармонике w , не имеющей узлов на отрезке $0 < \zeta < 1$).



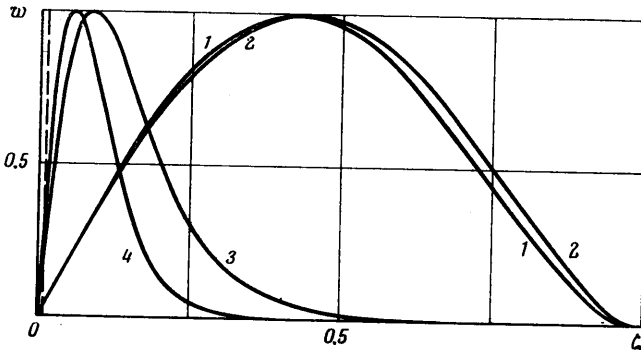
Фиг. 1

При $\zeta_1 < 0.4$ излом профиля температуры оказывает в целом стабилизирующее влияние. На фиг. 1 представлены нейтральные кривые $R = R_0(a)$ для $\zeta_1 = 0.1$; линии 1—3 соответствуют значениям $\gamma = 1, 10^2, \gamma \geq 10^4$. Видно, что $R_c = \min R_0(a) = R_0(a_c)$ растет с γ до некоторого значения, затем рост прекращается. Предельная стабилизация тем больше, чем меньше ζ_1 . При $\zeta_1 = 0.1$ для ее достижения требуется $\gamma \sim 10^4$, при $\zeta_1 = 0.01 - \gamma \sim 10^8$. В обоих этих случаях отношения локальных чисел Рэлея $R_{loc}^{(1)}$, рассчитанных для областей 1 и 2

$$\frac{R_{loc}^{(1)}}{R_{loc}^{(2)}} = \frac{R^{(1)} \zeta_1^4}{R^{(2)} (1 - \zeta_1)^4} \sim \gamma \zeta_1^4 \sim 1$$

Однако, в отличие от окрестностей точки $a = a_c$, при больших a наблюдается дестабилизация. Область абсолютной (т. е. по сравнению с $\gamma = 1$) дестабилизации при $\gamma \rightarrow \infty$ лежит справа от точки пересечения кривых для $\gamma = 1$ и для $\gamma \rightarrow \infty$, причем эта точка перемещается вправо с уменьшением ζ_1 . Имеется и промежуточная область, где R_0 сначала растет с γ , а затем несколько убывает. На фиг. 1 это, грубо говоря, интервал $10 < a < 16.5$, причем в узкой окрестности точки $a = 16$ разность $R_0 - [R_0]_{\gamma=1}$ даже меняет знак.

Кривые 1—4 на фиг. 2 показывают профили вертикальной компоненты скорости $w(\zeta)$ при $\zeta_1=0.01$, $\gamma=10^4$ соответственно для $a=1, 5, 20, 30$ (положение границы $\zeta=\zeta_1$ отмечено вертикальной штриховой прямой). При $\gamma \gg 1$, $\zeta_1 \ll 1$ область больших a соответствует мелкомасштабным течениям, локализованным в довольно тонком слое вблизи поверхности $\zeta=0$. В задаче Рэлея ($\gamma=1$), напротив, с ростом a максимум w приближается к $\zeta=0.5$, т. е. наблюдается симметризация течения (для ячеек-«колонн» асимметрия граничных условий менее существенна, чем для обычных «широких» ячеек). В рассматриваемом случае $\gamma \gg 1$, $\zeta_1 \ll 1$ эффект симметризации заметен при $a \approx a_c$, где граничные условия играют большую роль, чем профиль температуры.



Фиг. 2

Устойчивость возмущения с волновым числом a имеет смысл характеризовать относительной закритичностью $R_0(a) / R_c$ его нейтрального режима. Поэтому, сравнивая между собой зависимости $R_0(a)$ для разных γ , следует нормировать их на одно и то же значение R_c . Тогда оказывается, что все кривые для $\gamma \rightarrow \infty$ в области $a > a_c$ идут более полого (при $\zeta_1 \ll 1$ — значительно более полого), чем рэлеевская кривая $\gamma=1$. Относительная дестабилизация мелкомасштабных приповерхностных возмущений такова, что, например, при $\zeta_1=0.01$, $\gamma=10^8$ достаточно $R=4R_c$, чтобы возбудить течение с $a \approx 16$, $R \approx 5R_c$ — для $a \approx 20$ и т. д. Поэтому вполне возможно, что искусственное подавление крупномасштабных возмущений может сделать мелкие ячейки экспериментально наблюдаемыми.

Если $\zeta_1 > 0.4$, то при $\gamma > 1$ жидкость дестабилизирована в целом. R_c убывает с ростом ζ_1 вплоть до $\zeta_1=0.6$, а затем растет, стремясь к рэлеевскому значению при $\zeta_1 \rightarrow 1$. Факт дестабилизации при не слишком резком изломе профиля температуры наводит на мысль, что в случае $\zeta_1 \ll 1$ замена резкого излома на более плавный переход к большим градиентам у границы может облегчить развитие приповерхностных течений.

Таким образом, исследование нейтральной устойчивости показывает весьма сильную тенденцию к возбуждению мелкомасштабных течений, сконцентрированных у границы, при $\zeta_1 \ll 1$, $\gamma \gg 1$. Но этих результатов еще недостаточно для вывода о физической предпочтительности таких течений, поскольку при $R=R_c$ существуют лишь крупномасштабные ячейки, заполняющие всю толщину слоя.

4. Результаты исследования спектра растущих возмущений. При выбранных P , ζ_1 и γ спектры инкрементов λ для различных R удобнее всего представить семейством изолиний λ на плоскости (a, R) , задаваемых уравнением $R=R_\lambda(a)$. Если $R_\lambda(a)$ имеет минимум в точке $a=a_*$, то при фиксированном $R=R_\lambda(a_*)$ из всего спектра возмущений быстрее всего будет нарастать гармоника с $a=a_*$.

Обратимся к случаю $\zeta_1 \ll 1$, $\gamma \gg 1$. На фиг. 3 ($\zeta_1 = 0.01$, $\gamma = 10^6$) семейство изолиний относится к $P=1$ (кривые 1—7 соответствуют $\lambda = 0, 10, 50, 100, 200, 300, 400$), а геометрические места минимумов $R_\lambda(a)$ показаны для $P=1, 10, 100$ (соответственно сплошная, штриховая и штрихпунктирная тонкие линии). В случае $P=100$ номера точек вдоль линии минимумов совпадают со значениями λ в этих точках; в случае $P=10$ для получения λ эти номера следует умножить на 10. При всех трех значениях P форма изолиний с данным a_* почти одинакова. Практически не меняется картина при замене $P \rightarrow 1/P$, $\lambda \rightarrow \lambda P$, что говорит о малой роли условия на границе $\zeta=1$ в данном случае ((1.3) и (1.4) инвариантны относительно указанной замены, но неинвариантно (1.5)). Видно, что с увеличением R максимум λ быстро смещается в сторону больших a . При $P=1$, когда этот эффект выражен сильнее всего, значению $R=10R_c$ соответствует $a_* \approx 20$, при котором $\lambda \approx 370$ (в то время как $a_c \approx 3$). Возмущение с такими a и R сильно отличается от критического (a_c, R_c) тем, что $w(\zeta)$ образует довольно узкий пик в области небольших ζ (см. сплошные линии 1—4 на фиг. 4 для $\lambda = 0, 100, 200, 400$ и соответствующих $R = \min R_\lambda(a) = R_\lambda(a_*)$, $a = a_*$). Это возмущение представляет собой конвективные ячейки, занимающие по высоте менее четверти толщины слоя. Число Рэлея, при котором развивается такое течение, всего вдвое превышает R_0 для того же $a = a_*$.

Может показаться, что при столь большом γ весь перепад невозмущенных температур нужно считать сосредоточенным в области 1 (весьма тонкой по сравнению с d), пренебрегая dT_0/dz в остальной части слоя и полагая тем самым $\gamma = \infty$. Однако локальное число Рэлея, рассчитанное для области 2, при $R \sim 10^7$ равно $R_{loc}^{(2)} = R^{(2)}(1 - \zeta_1)^4 \approx R/\gamma \zeta_1 \sim 10^3$, тогда как для области 1 $R_{loc}^{(1)} = R^{(1)} \zeta_1^4 \approx R \zeta_1^3 \sim 10$. Распределение λ в плоскости (a, R) становится практически неизменным при $\gamma \gtrsim 10^8$, т. е. начиная с таких γ , когда $R_{loc}^{(1)}/R_{loc}^{(2)} \sim 1$.

Интересен случай, представленный на фиг. 5 ($P=10$, $\zeta_1 = 0.01$, $\gamma = 10^4$). Сплошные изолинии 1—6 соответствуют $\lambda = 0, 10, 50, 61.5, 70, 90$. Штриховые линии 7, 8 относятся к инкрементам $\lambda = 0, 50$ второй гармоники, штрихпунктирная 9 — к $\lambda = 0$ третьей гармоники. В некотором диапазоне λ функции $R_\lambda(a)$ имеют два минимума, которые при $\lambda = 61.5$ расположены на одной высоте ($R = 8.13 \cdot 10^6 \approx 80 R_c$) и отмечены короткими вертикальными стрелками. В этом случае наибольшей скоростью роста обладают два возмущения. Их профили $w(\zeta)$ показаны штриховыми линиями 5, 6 на фиг. 4 ($a_* = 5.9, 13.2$). Замена $P \rightarrow 1/P$, $\lambda \rightarrow \lambda P$ мало меняет картину.

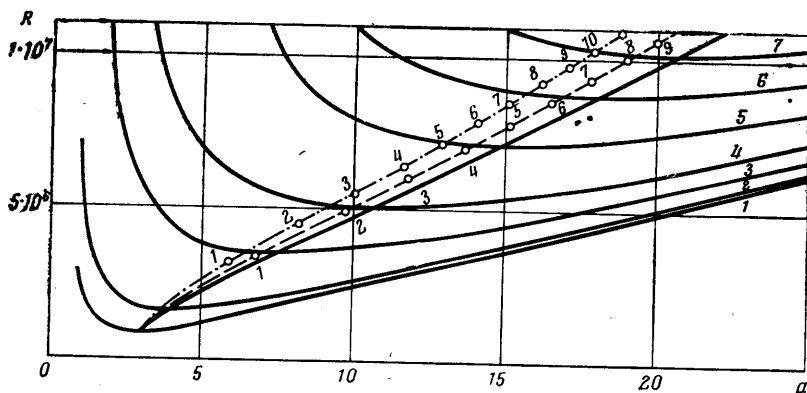
Если $P=1$, то все $R_\lambda(a)$ имеют только один минимум, но вблизи $\lambda = 186$, $R = 6 \cdot 10^6$ точка a_* этого минимума скачкообразно сдвигается вправо, а изолинии λ идут почти горизонтально. До и после скачка смещение a_* происходит сравнительно медленно.

При $P=100$ два минимума $R_\lambda(a)$ дальше разнесены по a , чем при $P=10$, но на одной высоте они оказываются при весьма большой закритичности ($R > 100 R_c$).

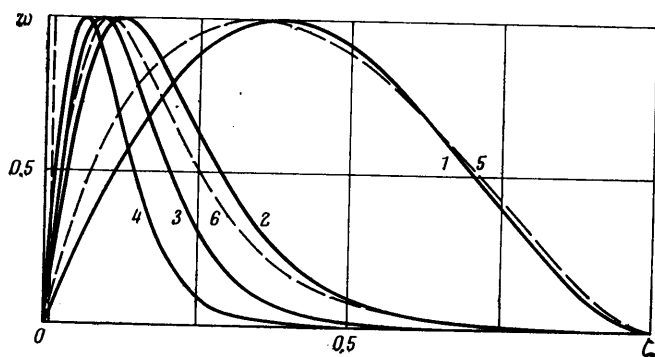
Диапазон γ , в котором наблюдается описанный быстрый переход от больших ячеек к мелким приповерхностным (в частности, возможно одинаково быстрое развитие тех и других), составляет всего десятые доли десятичного порядка.

При $\zeta_1 < 0.01$ все основные результаты качественно сохраняются, но эффект быстрого нарастания приповерхностных возмущений проявляется резче и при меньших R/R_c (но при больших γ). Когда имеется два минимума $R_\lambda(a)$, они дальше отстоят друг от друга.

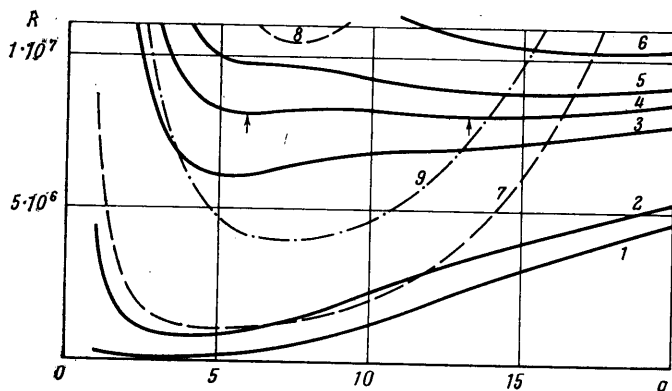
При $\zeta > 0.01$, наоборот, эффект концентрации движений у границы про-



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

является слабее. В частности, при $\zeta_1 = 0.1$ уже не наблюдается вырождение возмущений с разными a . При всех ζ_1 самое быстрое увеличение a с R имеет место при $P=1$. Это верно и для задачи Рэлея ($\gamma=1$), показывающей очень медленный сдвиг a .

Таким образом, если действие источников тепла обеспечивает резкий излом профиля невозмущенной температуры вблизи границы слоя, то при достаточно больших числах Рэлея R могут быстрее всего развиваться мелкомасштабные течения, сконцентрированные в приповерхностной области. Разумеется, для этого нужно, чтобы требуемое R (превосходящее кри-

тическое) было обеспечено уже в начальный момент, когда жидкость, еще почти неподвижна. Конвективные ячейки будут тем мельче, и тем меньше нужная относительная закритичность R/R_c , чем меньше ζ_1 , больше γ и ближе P к 1. При тех γ , когда возможно одинаково быстрое нарастание возмущений двух разных масштабов, эти масштабы тем более различны, чем сильнее P отличается от 1. Размеры мелких ячеек непосредственно не привязаны к характерным масштабам задачи, особенно если учесть, что они сильно изменяются с R/R_c .

Институт ядерной физики МГУ

Поступила 10 VII 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Pellew A., Southwell R. V.* On maintained convective motion in a fluid heated from below. Proc. Roy. Soc., 1940, Ser. A, vol. 176, No. 966.
2. *Грибов В. Н., Гуревич Л. Э.* К теории устойчивости слоя, находящегося при сверхадиабатическом градиенте температуры в поле тяжести. Ж. эксперим. и теор. физ., 1956, т. 31, № 5.
3. *Musman S.* Penetrative convection. J. Fluid Mech., 1968, vol. 31, No. 2.
4. *Faller A. J., Kaylor R.* Numerical study of penetrative convective instabilities. J. Geophys. Res., 1970, vol. 75, No. 3.
5. *Goody R. M.* The influence of radiative transfer on cellular convection. J. Fluid Mech., 1956, vol. 1, No. 4.
6. *Sparrow E. M., Goldstein R. J., Jonsson V. K.* Thermal instability in a horizontal fluid layer: effect of boundary conditions and non-linear temperature profile. J. Fluid Mech., 1964, vol. 18, No. 4.
7. *Chandrasekhar S.* Hydrodynamic and hydromagnetic stability. Oxford, Clarendon Press, 1961.
8. *Schmidt R. J., Saunders O. A.* On the motion of a fluid heated from below. Proc. Roy. Soc., London, Ser. A., 1938, vol. 165, No. 921.
9. *Silveston P. L.* Wärmedurchgang in waagerechten Flüssigkeitsschichten. Forsch. Geb. Ing. Wes., 1958, Bd. 24, Nr. 1, 2.
10. *Chen M. M., Whitehead J. A.* Evolution of two-dimensional periodic Rayleigh convection cells of arbitrary wave-numbers. J. Fluid Mech., 1968, vol. 31, No. 1.
11. *Schubauer G. B., Skramstad H. K.* Laminar boundary-layer oscillations and stability of laminar flow. J. Aeronaut. Sci., 1947, vol. 14, No. 2.
12. *Sato H.* An experimental study of non-linear interaction of velocity fluctuations in the transition region of a two-dimensional wake. J. Fluid Mech., 1970, vol. 44, No. 4.