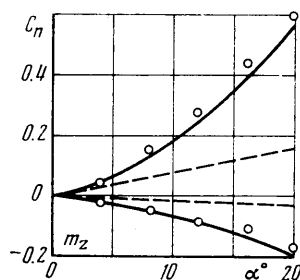


уточняются коэффициенты $a_{\mu k v p}$ и H_{ovp} . Из решения системы (1.4) находится следующее приближение $\delta_{H p}$ и $\Gamma_{\mu k}$ и по нему уточняются структуры и матрица коэффициентов и т. д. по сходимости решения с заданной точностью. После этого по теореме Жуковского в «малом» определяются аэродинамические нагрузки и вычисляются силы и моменты. Далее дается следующее приращение угла атаки и из решения на предыдущем шаге начинается следующий итерационный процесс для нового значения угла атаки и т. д.

2. Пример расчета. По изложенной методике на ЦВМ проведены расчеты для ряда крыльев. На фиг. 1 в безразмерных координатах ($\xi=x/b$; $\zeta=z/b$; $\eta=y/b$) приведена структура вихревой пелены, полученная при расчете безударного входа на угле атаки $\alpha=30^\circ$ прямоугольного крыла удлинением $\lambda=1$ с отклоняемыми носками, относительная хорда которых $b_H^*=0.15$. При построении свободных вихревых шнуров система отрезков заменена плавной кривой. Для этого же крыла на фиг. 2 показано изменение потребных углов отклонения носков δ_H по размаху крыла в зависимости от углов атаки α . Пунктирной линией приведен расчет безударного входа по линейной теории. На фиг. 3 изображено распределение по размаху и по хорде безразмерной разности давлений Δp , отнесенной к скоростному напору набегающего потока ($\lambda=1$; $b_H^*=0.15$; $\alpha=30^\circ$).

В работе [3] приведены результаты экспериментального исследования для прямоугольной пластины удлинением $\lambda=0.25$. Сравнение расчетных значений коэффициента нормальной силы c_n и коэффициента продольного момента m_z с опытными при различных углах атаки α для прямоугольного крыла ($\lambda=0.25$; $b_H^*=0.15$) производится на фиг. 4. Сплошной линией — расчет по вышеописанной методике. Точками — эксперимент [3]. Пунктирная прямая — расчет безударного входа по линейной теории.



Фиг. 4

Поступила 22 XI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский С. М. Расчет обтекания крыльев произвольной формы в плане в широком диапазоне углов атаки. Изв. АН СССР. МЖГ, 1968, № 4.
2. Белоцерковский С. М. Тонкая несущая поверхность в дозвуковом потоке газа. М., «Наука», 1965.
3. Wickens R. H. The vortex wake and aerodynamic load distribution of slender rectangular wings. Canad. Aeronaut. and Space J., 1967, vol. 13, No. 6. (Русск. перев.: Вихревой след и распределение аэродинамической нагрузки тонких прямоугольных крыльев. Авиастроение. Экспресс-информация, 1968, № 1.)

УДК 533.6.011.55

АНАЛИЗ ОСЕВОЙ ФОКУСИРОВКИ ВОЗМУЩЕНИЙ
В ГИПЕРЗВУКОВЫХ ТРУБАХ

Э. Г. ШИФРИН, Г. В. ШУБНИКОВ

(Москва)

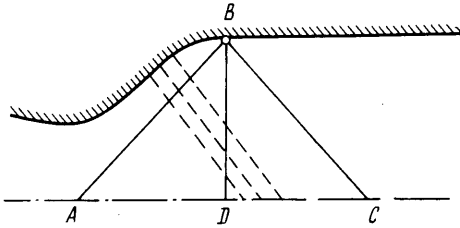
Проводится аналитическое исследование явления концентрации стационарных возмущений поля потока на оси симметрии в осесимметричных гиперзвуковых аэродинамических трубах [1]. В рамках линейной теории получено описание возрастания амплитуды возмущений. Произведена оценка «критической» частоты, ограничивающей спектр частот фокусируемых возмущений.

В ряде работ рассматриваются сходные эффекты поведения возмущений в слабозвуковом осесимметричном сверхзвуковом потоке. В работе [2] исследуется распространение малых возмущений от начальной линии в конических соплах. В рамках линейной теории показывается, что распространение малых возмущений носят колебательный характер. В работе [3] рассматривается сверхзвуковое обте-

кание тонкого осесимметричного тела с изломом контура и, в частности, показывается, что возмущения вдоль характеристики, выходящей из точки излома, возрастают к оси симметрии до бесконечности. Ряд свойств осесимметричных сверхзвуковых течений получен также в [4-6].

При создании аэродинамической трубы основным является требование высокой равномерности потока в его рабочей части. Полная равномерность в примыкающем к спрямляющему участку сопла характеристическом треугольнике ABC (AC — ось симметрии) обеспечивается отсутствием возмущений на характеристике AB , что принципиально выполнимо (фигура).

Однако погрешности используемых расчетных методов и отклонения в контуре сопла при его изготовлении приводят к возникновению возмущений на характеристике AB и, следовательно, во всем потоке. При этом если в плоских соплах возмущения распространяются вдоль характеристик, не изменяя своих величин, то в осесимметричных соплах амплитуда возмущений, исходящих от стенки трубы, резко возрастает к оси симметрии. Особенно отчетливо это проявляется, по-видимому, в гиперзвуковых трубах (именно там явление и было экспериментально обнаружено), вследствие чего широко применяется прием, когда исследуемую модель смещают в сторону от оси потока в зону «умеренной» неравномерности поля скоростей.



Ввиду высокого уровня требований к равномерности потока в современных трубах при анализе допустимо применение линейной теории.

Уравнение потенциала осесимметричных возмущений (x, r — цилиндрические координаты, M — число Маха возмущенного потока)

$$(M^2 - 1)\varphi_{xx} = \varphi_{rr} + \varphi_r/r$$

в характеристических переменных $\xi = x/\sqrt{M^2 - 1} + r$, $\eta = x/\sqrt{M^2 - 1} - r$ принимает вид уравнения Эйлера — Дарбу

$$(1) \quad 2(\xi - \eta)\varphi_{\xi\eta} = \varphi_{\xi} - \varphi_{\eta}$$

Общее решение (1) в переменных x, r выражается в виде [7]

$$(2) \quad \varphi(x, r) = \int_0^1 f(x/\sqrt{M^2 - 1} - r + 2rt) [t(1-t)]^{-1/2} dt + \\ + \int_0^1 F\left(\frac{x}{\sqrt{M^2 - 1}} - r + 2rt\right) [t(1-t)]^{-1/2} \ln[t(1-t)2r] dt$$

где $f(x), F(x)$ — произвольные функции.

Для решений, ограниченных на оси симметрии ($r=0$), следует положить $F(x) \equiv 0$, что обеспечивает также выполнение условия $V = \partial\varphi/\partial r = 0$ при $r=0$. Решение (2) при $F \equiv 0$ использовалось в другой форме в теории тонкого тела [8] (там условие $F \equiv 0$ обеспечивало ограниченность решения при $r \rightarrow \infty$). Произвольная функция $f(x)$ в этом случае пропорциональна распределению потенциала на оси симметрии, $\varphi(x, 0) = \pi f(x)$.

В соответствии со сказанным возмущения в треугольнике ABC , вызванные неравномерностью потока на характеристике AB , описываются решением задачи Коши — Гурса с условиями $\varphi_r(x, 0) = 0$, $\varphi(r/\sqrt{M^2 - 1}, r) = G(r)$, где $G(r)$ — некоторая заданная функция.

Эта задача сводится к задаче Коши с условиями $\varphi_r(x, 0) = 0$, $\varphi(x, 0) = p(x)$, где $p(x)$ определяется через $G(x)$. Действительно, при $r = x/\sqrt{M^2 - 1}$ из (2) получаем уравнение Абеля [9]

$$3G(r) = Q(2r) = \int_0^1 \frac{f(2rt)}{\sqrt{t(1-t)}} dt = \int_0^{2r} \frac{f(\xi) d\xi}{\sqrt{\xi} \sqrt{2r - \xi}} = \int_0^{2r} \frac{\Phi(\xi) d\xi}{\sqrt{2r - \xi}} \\ \Phi(\xi) = f(\xi)/\sqrt{\xi}, \quad \xi = 2rt$$

Обращая это уравнение, получим

$$p(x) = \pi f(x) = Q(0) + \sqrt{x} \int_0^x \frac{dQ(r)/dr}{\sqrt{x-r}} dr$$

Полагая без ограничения общности $Q=0$, представим $p(x)$ на промежутке $(0, 2R\sqrt{M^2-1})$ (где R — радиус трубы) в виде ряда Фурье

$$p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{\pi n x}{2R\sqrt{M^2-1}}, \quad a_n = \frac{1}{R\sqrt{M^2-1}} \int_0^{2R\sqrt{M^2-1}} p(x) \sin \frac{\pi n x}{2R\sqrt{M^2-1}} dx$$

Решение задачи Коши можно представить в виде ряда

$$(3) \quad \varphi(x, r) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{\pi n x}{2R\sqrt{M^2-1}} J_0 \left(\frac{\pi n r}{2R} \right)$$

Здесь $J_0(r)$ — функция Бесселя.

В рассматриваемой задаче интерес представляют только «высокочастотные» возмущения, у которых $n \gg 1$. Для них в соответствии с асимптотикой $J_0(z)$ при $z \rightarrow \infty$ получаем, что амплитуда элементарных возмущений убывает при удалении от оси пропорционально $[r\sqrt{M^2-1}/x_n]^{-1/2}$, где x_n — период возмущения.

Таким образом, эффект фокусировки возмущений одной и той же длины волны будет более заметным в потоке с большим числом M .

Анализ возмущений в области вниз по потоку от характеристики BC (порождаемых, например, пограничным слоем на стенках) может быть проведен аналогичным образом.

В потоке реального газа с диссипативными процессами решение (3) применимо только для описания распространения возмущений низких и средних частот, так как при $n > n_*$ диссипативные члены в уравнениях Навье — Стокса будут того же порядка, что и конвективные. Очевидно, воздействие вязкости и теплопроводности имеет сглаживающий характер, поэтому амплитуды высокочастотных возмущений не будут столь сильно возрастать к оси симметрии. Для оценки «критической» частоты следует подставить решение

$$\varphi(x, r) = u_0 x + a_n J_0(\omega r) \sin \frac{x\omega}{\sqrt{M^2-1}} \quad (\omega = \pi n / 2R, \quad a_n \ll u_0, \quad u_0 = Ma)$$

(здесь a — скорость звука) в уравнения Навье — Стокса и приравнять конвективные и диссипативные члены. Производя эту процедуру с уравнениями Навье — Стокса при $r \rightarrow 0$ и при $r \neq 0$, а также с уравнением притока тепла, получаем одну и ту же оценку, которая при больших числах M имеет вид $n_* \sim \text{Re}/M$.

Поступила 7 VIII 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Поуп А., Гойн К. Аэродинамические трубы больших скоростей. М., «Мир», 1968.
2. Жигулева И. С., Пирумов У. Г. Исследование распространения малых возмущений в сверхзвуковых конических соплах. М., Оборонгиз, 1959.
3. Крайко А. Н. Исследование слабо возмущенных сверхзвуковых течений при произвольном числе неравновесных процессов. ПММ, 1966, т. 30, вып. 4.
4. Шмыглевский Ю. Д. О некоторых свойствах осесимметричных сверхзвуковых течений газа. Докл. АН СССР, 1958, т. 122, № 5.
5. Рябовонь М. П. О линеаризованных сверхзвуковых течениях в соплах Лавала. ПММ, 1963, т. 27, вып. 4.
6. Чен Ю.-В. Течение в соплах и связанные с этим задачи о цилиндрических и сферических волнах. Механика. Сб. перев. иностр. период. лит., 1954, № 4, 5.
7. Кошляков Н. С., Галигер Э. В., Смирнов М. М. Дифференциальные уравнения математической физики. М., Физматгиз, 1962.
8. Общая теория аэродинамики больших скоростей. М., Воениздат, 1962.
9. Трикоми Ф. Интегральные уравнения. М., Изд-во иностр. лит., 1960.