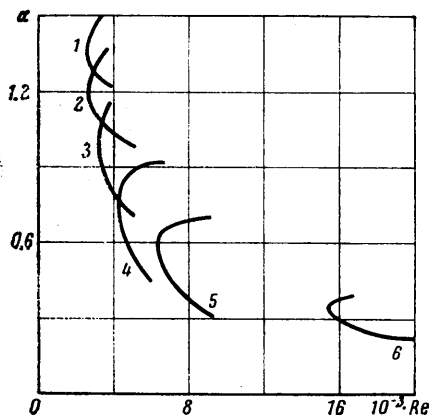
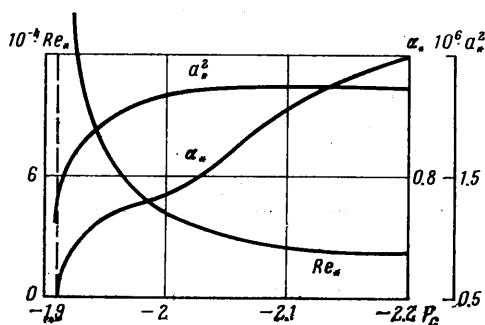


Зависимости критических значений числа Рейнольдса  $Re_*$ , квадрата амплитуды возмущения  $a^2$  и волнового числа  $\alpha$  от параметра  $P_c$  представлены на фиг. 2. Результаты расчетов показывают, что при  $P_c \geq P_c^* = -1.91$ ,  $Re_* = \infty$  при уменьшении  $P_c$  от значения  $P_c^*$ , значение  $Re_*$  выходит на асимптотическое значение  $Re_* = Re_*^* \approx 2 \cdot 10^4$ .



Фиг. 1



Фиг. 2

Отметим, что отношение  $Re_*^0 = Re_*^* / (1 - \zeta)$  определяет критическое значение числа Рейнольдса, если за характерный размер принять ширину канала, а за характерную скорость — скорость квазитвердой зоны.

В заключение авторы благодарят С. А. Регирера за обсуждение результатов работы.

Поступила 1 XI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Павлов К. Б., Романов А. С., Симхович С. Л. Гидродинамическая устойчивость пуазейлева течения неньютоновской вязкопластической жидкости. Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 6.
2. Огилалов П. М., Мирзаджанзаде А. Х. Нестационарные движения вязкопластических сред. М., Изд-во Моск. ун-та, 1970.
3. Рейнер М. Реология, М., «Наука», 1965.
4. Линь Цзя-цзяо. Теория гидродинамической устойчивости. М., Изд-во иностр. лит., 1958.
5. Meksyn D. Stability of laminar flow between parallel planes for two- and three-dimensional finite disturbances. Z. Physik, 1964, Bd 178, 2.

УДК 532.516

О НЕСТАЦИОНАРНОМ ВНУТРЕННЕМ РАЗОГРЕВЕ ЛЕДНИКОВ

А. Н. БОЖИНСКИЙ

(Москва)

Стационарная задача о внутреннем разогреве холодных ледников рассмотрена в работах [1, 2]. Было показано, что в стационарном состоянии тепло, выделяемое внутри ледника за счет вязкой диссипации, при определенных условиях не успевает отводиться через граничные поверхности, и имеет место аналогия со стационарной теорией теплового взрыва [3]. Предполагалось, что вследствие нестационарного разогрева температура на ложе ледника может достигнуть точки плавления и будут созданы предпосылки для подвижки ледника.

Здесь исследуется нестационарная реакция ледника, обусловленная малыми отклонениями параметров системы от критических значений, отвечающих стационарному состоянию.

1. Ледник моделируется слоем нелинейно-вязкой несжимаемой жидкости, медленно стекающей под действием силы тяжести по неограниченной наклонной плоскости. Реологической закон принимается в виде [4]

$$(1.1) \quad \tau = k(du/dy)^n, \quad k = k_0 \exp(Q/RT)$$

где  $\tau$  — напряжение сдвига,  $u$  — скорость течения, параллельная склону,  $k_0$ ,  $n$  — константы,  $Q$  — энергия активации,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $T$  — абсолютная температура,  $y$  — координата, направленная вдоль внешней нормали к склону; начало координат находится на ложе ледника.

Существенно, что константа  $k$  является сильно нелинейной функцией температуры. Предполагается, что показатель нелинейности  $n$  в реологическом законе слабо зависит от температуры. Аналогичные допущения принимались при анализе гидродинамического теплового взрыва химически инертных неньютоновских жидкостей [5].

Одномерное уравнение распространения тепла в слое с учетом вязкой диссипации, граничные и начальные условия в безразмерных переменных записываются в виде

$$(1.2) \quad \frac{\partial \theta_n}{\partial t} = \frac{\partial^2 \theta_n}{\partial \eta^2} + \kappa_n (1-\eta)^{(n+1)/n} e^{\theta_n}$$

$$(1.3) \quad \frac{\partial \theta_n}{\partial \eta} (0, t) = -\beta_n, \quad \theta_n(1, t) = 0; \quad \theta_n(\eta, 0) = \theta_n^*(\eta)$$

$$\eta = y/h, \quad \theta_n = \frac{Q}{nRT_s^2} (T - T_s), \quad t = t^* a/h^2$$

$$\kappa_n = \frac{h^{(3n+1)/n} (\rho g \sin \alpha)^{(n+1)/n} Q}{\lambda k^{1/n} (T_s) n RT_s^2}, \quad \beta_n = \frac{q h Q}{\lambda n RT_s^2}$$

Здесь  $h$  — толщина слоя,  $T_s$  — температура поверхности,  $t^*$  — время (размерное),  $a$ ,  $\lambda$  — коэффициенты температуро- и теплопроводности соответственно;  $\rho$  — плотность льда,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\alpha$  — угол наклона склона. Условия (1.3) отвечают заданию на поверхности ледника постоянной температуры  $T_s$ , геотермического потока тепла  $q$  на ложе и распределения температуры  $\theta_n^*(\eta)$  в начальный момент.

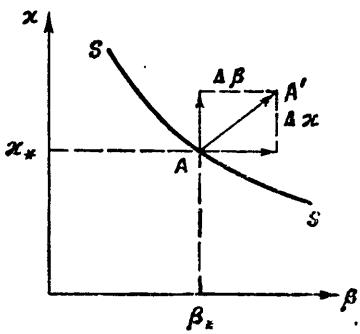
При выводе уравнения (1.2) использовалось обычное для теории теплового взрыва [3] разложение показателя экспоненты, поскольку для реальных диапазонов изменения температур в ледниках выполняется условие  $\Delta T/T \ll 1$ .

Из (1.2), (1.3) видно, что рассматриваемая система характеризуется двумя безразмерными параметрами  $\kappa_n$ ,  $\beta_n$ . Согласно [1, 2], стационарное состояние системы ограничено критическими значениями  $\kappa_{n*}$ ,  $\beta_{n*}$ . При  $\kappa_n > \kappa_{n*}$ ,  $\beta_n > \beta_{n*}$  стационарное решение уравнения теплопроводности не существует. Пусть система находится в критических условиях, отвечающих стационарному состоянию  $A$ , фиг. 1. На плоскости  $\kappa$ ,  $\beta$  показан элемент  $SS$  кривой, разграничивающей области существования и несуществования стационарных решений. Рассмотрим малые возмущения параметров системы  $\kappa_n = \kappa_{n*} + \Delta \kappa_n$ ,  $\beta_n = \beta_{n*} + \Delta \beta_n$ . В результате система перейдет из точки  $A$  в точку  $A'$ . Состояние системы будет описываться нестационарными уравнениями (1.2), (1.3).

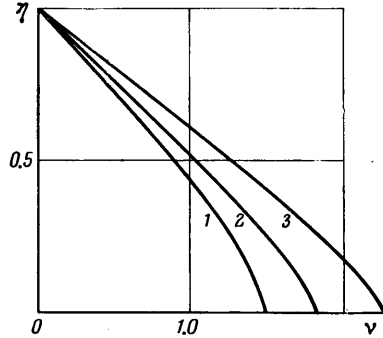
2. Квазилинейное уравнение (1.2) интегрировалось численно на ЭВМ «Мир-2». Выяснилось, что реакции системы на отдельные одинаковые относительные возмущения  $\Delta \kappa_n / \kappa_{n*}$  и  $\Delta \beta_n / \beta_{n*}$  соизмеримы. Поэтому в дальнейшем рассматривалась реакция на суммарное возмущение  $\Delta$ , при котором вектор  $AA'$  лишь изменял свою длину, но не поворачивался.

Типичное распределение температуры по толщине ледника, соответствующее значениям  $n=1$ ,  $\Delta=0.3$ ,  $\kappa_* = 1.1$ ,  $\beta_* = 0.5$ , в различные моменты времени показано на фиг. 2. Кривым 1–3 соответствуют значения  $t=0, 0.2, 0.4$ . Видно, что максимальный разогрев имеет место на ложе. Фигура 3 иллюстрирует рост температуры на ложе со временем при различных амплитудах возмущения для  $n=1/4$ . Кривые 1–6 соответствуют значениям  $\Delta = -0.05, 0, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3$ . Приведенные на этой фигуре кривые характерны для нестационарной задачи о тепловом взрыве [6]. Вначале скорость нарастания температуры замедляется, а затем наблюдается резкий разогрев системы. Точка перегиба кривой может быть принята в качестве критерия тепловой неустойчивости системы. При отрицательных возмущениях система медленно охлаждается. Период времени, соответствующий точке перегиба, представляет собой период индукции  $t_i$ . Зависимость периода индукции  $t_i$  системы от амплитуды возмущения и показателя  $n$  в законе течения дана на фиг. 4. Кривые 1–3 соответствуют значениям  $n=1, 0.5, 0.25$ .

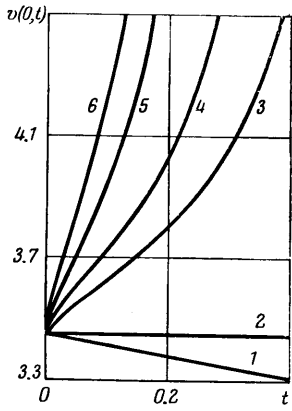
Влияние нелинейности закона течения на реакцию ледника оценивалось следующим образом. Задавались все теплофизические и геометрические параметры ледника:  $h=100$  м;  $T_s=260^\circ$  К;  $Q/RT_s=50$ ,  $\sin \alpha=2.1 \cdot 10^{-1}$ ,  $\rho=0.9$  г/см<sup>3</sup>,  $q=1.3 \cdot 10^{-6}$  кал/см<sup>2</sup>·сек,  $\lambda=5 \cdot 10^{-3}$  кал/см·сек·град,  $a=10^{-2}$  см<sup>2</sup>/сек. Далее рассматривались три пары значений параметров закона течения (1):  $n=1$ ,  $k(T_s)=3 \cdot 10^{14}$  нз;  $n=1/2$ ,  $k^{-1/2}(T_s)=0.5 \cdot 10^{-7}$  см<sup>4</sup>·г<sup>-2</sup>·год<sup>-1</sup>;  $n=1/4$ ,  $k^{-1/4}(T_s)=0.87 \cdot 10^{-14}$  г<sup>-4</sup>·см<sup>8</sup>·год<sup>-1</sup>. Кри-



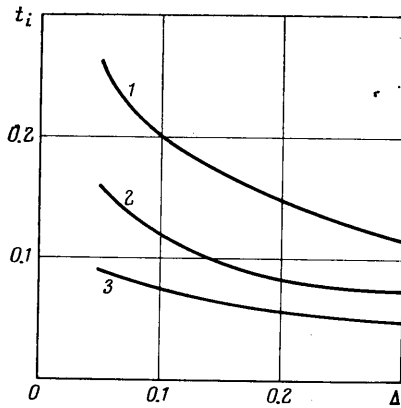
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

тические значения  $x_*$ ,  $\beta_*$  стационарного состояния были равны:  $x_{1*}=1.1$ ,  $\beta_{1*}=0.5$ ;  $x_{1/2*}=0.86$ ,  $\beta_{1/2*}=1.0$ ;  $x_{1/4*}=0.46$ ,  $\beta_{1/4*}=2.0$ . Принятые значения параметров ледника отвечают реальным значениям [4], но подобраны таким образом, чтобы при изменении реологических свойств ледник продолжал оставаться в критических условиях стационарного состояния.

Расчеты показали, что реакция ледника с уменьшением  $n$  усиливается. Период индукции ледника уменьшается с увеличением амплитуды возмущения и нелинейности закона течения. Для рассмотренного примера характерное время реакции ледника на тепловые возмущения составляет  $h^2/a \approx 280$  лет. Согласно фиг. 4, период индукции в случае  $n=1/4$  и  $\Delta=0.1-0.2$  составит 15-20 лет; температура на ложе ледника за 50 лет повысится примерно на  $10^\circ$  К. Таким образом, рассмотрение нестационарной реакции подтверждает возможность подвижки холодного ледника вследствие внутреннего разогрева [1, 2].

Поступила 27 I 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Божинский А. Н., Григорян С. С. О внутреннем разогреве и скольжении ледников. Докл. АН СССР, 1973, т. 212, № 3.
2. Божинский А. Н., Григорян С. С. Возможный механизм подвижек холодных ледников. В сб.: Материалы гляциологических исследований, 1974, вып. 24.

3. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., «Наука», 1967.
4. Шумский П. А. Динамическая гляциология. М., ВИНТИ, 1969 (Итоги науки. Сер. география. Вып. 1).
5. Бостанджиян С. А., Черняева С. М. О гидродинамическом тепловом «взрыве» не-ньютоновской жидкости. Докл. АН СССР, 1966, т. 170, № 2.
6. Барзыкин В. В., Гонтковская В. Т., Мержанов А. Г., Худяев С. И. К нестационарной теории теплового взрыва. ПМТФ, 1964, № 3.

УДК 532.525.6:536.24

### ПУЛЬСАЦИИ ДАВЛЕНИЯ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДОЗВУКОВОЙ СТРУИ И ДОЗВУКОВОГО УЧАСТКА СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ С ПЛОСКОЙ ПРЕГРАДОЙ

В. М. КУПЦОВ

(Москва)

Проведены измерения пульсаций давления при натекании на плоскую преграду дозвуковой струи и дозвукового участка нагретой сверхзвуковой струи. Получены данные по суммарным и спектральным уровням пульсаций давления на различных расстояниях  $X$  преграды от среза сопла. Показано, что при расположении преграды на участке струи, где местная скорость дозвуковая, уровни пульсаций вне зависимости от условий на срезе сопла (числа Маха  $0 < M_a \leq 3.0$ ; температуры торможения  $T_0 = 280 - 1200^\circ \text{K}$ ) изменяются прямо пропорционально местному скоростному напору  $q$ . Отношение суммарного уровня  $\sigma_z$  к  $q$ :  $(\sigma_z/q) = 0.2 \div 0.3$ . Установлено, что при дозвуковой скорости перед преградой все спектры, полученные при различных значениях  $M_a$ ,  $T_0$ ,  $d_a$  и  $X$ , в координатах  $Sh = f(d/V)$  и  $(\sigma_{1*}/q)\sqrt{V/d}$  ложатся на единый обобщенный спектр. Здесь  $\sigma_{1*}$  — уровень пульсаций в полосе 1  $\mu$ ;  $d$  и  $V$  — соответственно диаметр и скорость струи непосредственно перед преградой.

На практике часто требуется знать пульсации давления на обтекаемом струей теле. В настоящее время имеется значительное количество работ по исследованию пульсаций давления при взаимодействии сверхзвуковой струи с преградой (см., например, [1, 2]). Однако во всех этих работах рассматривается близкое взаимодействие, когда преграда находится вблизи среза сопла и взаимодействует со сверхзвуковым потоком. В отличие от этого в данной работе проведено исследование пульсаций давления при натекании на преграду дозвукового участка сверхзвуковой струи, т. е. когда преграда расположена далеко от среза сопла. Поскольку в прикладных задачах часто встречаются случаи взаимодействия с горячими струями, то было также проведено исследование влияния температуры на пульсации давления на преграде. В данной работе также рассмотрено взаимодействие с дозвуковыми струями.

Во всех опытах в качестве преграды использовалась плоская пластина, перпендикулярная к вектору скорости в набегающем потоке. По своим размерам пластина значительно превышала диаметр исследуемых струй. В данной работе измерения пульсаций давления были проведены только в центральной точке преграды, т. е. в точке пересечения оси струи с плоскостью преграды. Для измерения и анализа пульсаций давления использовалась та же аппаратура, что и в работе [3]. Кроме пульсаций давления на преграде были проведены измерения распределения вдоль оси струи полного давления  $P_{0x}$  и температуры торможения  $T_{0x}$ . Для измерения полного давления использовалась трубка Пито, а для измерения температуры торможения — хромель-алюмелевая термопара. Результаты измерения  $P_{0x}$  и  $T_{0x}$  позволяли определить распределение скорости  $V$  и скоростного напора  $q$  вдоль оси струи.

Для создания дозвуковых струй использовались сопла с различными диаметрами выходного сечения  $d_a = 8 \div 35$  мм. Измерения были проведены при числах  $M_a$  на срезе сопла  $M_a = 0.59 \div 1.04$  и различных положениях преграды  $X = (X_1/d_a) = 10 \div 20$ , где  $X_1$  — расстояние от преграды до среза сопла. Число  $M_a$  изменялось путем изменения давления в ресивере. Для получения сверхзвуковой струи использовались два сопла: сопло с  $M_a = 3.0$  и  $d_a = 30$  мм и сопло с  $M_a = 2.0$  и  $d_a = 4$  мм. В первом случае  $M_a = 3.0$  измерения были проведены на участке  $X = 23 \div 36$  при нерасчетности  $P_a = 0.44$ , а во втором — при  $X = 50$  и  $P_a = 1.0 \div 2.0$ . Во всех опытах со сверхзвуковой