

ОКРЕСТНОСТЬ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА В ГИПЕРЗВУКОВОМ ДВУХФАЗНОМ ПОТОКЕ

А. П. ВАСИЛЬКОВ

(Москва)

На основе уравнений механики двухскоростной и двухтемпературной среды исследуется течение в окрестности критической точки тупого тела, обтекаемого гиперзвуковым потоком газа, содержащего твердые или жидкие недеформируемые частицы. Анализируется влияние частиц на газодинамические параметры течения. Обнаружено возникновение релаксационного слоя вблизи тела с резким изменением параметров газа. Показано, что наличие частиц в потоке приводит к уменьшению отхода ударной волны. Обсуждаются результаты численных расчетов по динамике и нагреву частиц в ударном слое. В предельном случае мелких частиц методом сжимаемых асимптотических разложений получено решение в конечном виде.

Исследованию движения твердых или жидких частиц в гиперзвуковых ударных слоях посвящен ряд работ [1-6], в которых динамика частиц рассматривалась в предположении пренебрежимо малого их влияния на газодинамические параметры течения. Поэтому полученные решения ограничены условием достаточно малой массовой концентрации частиц в набегающем потоке. Численное решение задачи об обтекании клина сверхзвуковым двухфазным потоком, свободное от этого ограничения, получено в работе [7].

1. Постановка задачи. Рассмотрим обтекание гладкого затупленного тела гиперзвуковым потоком газа, содержащего инородные частицы. Предпологая выполненными условия справедливости модели сплошности дискретной фазы, будем описывать течение уравнениями механики двухфазной сплошной среды [8]. Полагаем, что среднее расстояние между частицами достаточно велико по сравнению с их размером, так что объемом, занимаемым частицами, пренебрегается и объемная сила взаимодействия и объемный тепловой поток между фазами определяются суммой соответствующих величин для уединенной частицы с условиями обтекания в данной точке. Предполагается, что дискретная фаза монодисперсна, частицы сферические, вязкость газа существенна только во взаимодействии с частицами, газ считается совершенным с постоянной теплоемкостью c_p .

Примем в меридиональном сечении систему координат с началом на оси симметрии течения, осью x вдоль ударной волны и осью y по нормали к ней в сторону тела и пусть u, v — соответствующие проекции вектора скорости. Для обезразмеривания уравнений отнесем скорости к скорости набегающего потока V_∞ , плотности к плотности газа перед ударной волной ρ_∞ , давление к $\rho_\infty V_\infty^2$, температуры к V_∞^2/c_p , линейные размеры к радиусу ударной волны R , которая в окрестности оси симметрии предполагается сферической. Тогда в выбранной системе координат уравнения, описывающие течение, в общепринятых обозначениях имеют вид

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial x}(r^j \rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(H r^j \rho v) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x}(r^j \rho_s u_s) + \frac{\partial}{\partial y}(H r^j \rho_s v_s) = 0$$
$$\rho \left(\frac{du}{dt} - uv \right) + \rho_s \left(\frac{d_s u_s}{dt} - u_s v_s \right) + \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad p = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \rho T$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{dv}{dt} + u^2 \right) + \rho_s \left(\frac{d_s v_s}{dt} + u_s^2 \right) + H \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ \rho \frac{d}{dt} \left(T + \frac{u^2 + v^2}{2} \right) + \rho_s \frac{d}{dt} \left(\lambda T_s + \frac{u_s^2 + v_s^2}{2} \right) &= 0 \\ \frac{d_s u_s}{dt} - u_s v_s &= H \beta T^n g(u - u_s), \quad \frac{d_s v_s}{dt} + u_s^2 = H \beta T^n g(v - v_s) \\ \frac{d_s T_s}{dt} &= H \Phi \beta T^n \text{Nu} (T_e - T_s) \end{aligned}$$

Здесь индекс s относится к параметрам частиц, $H=1-y$, r — расстояние до оси симметрии, $j=0$ и $j=1$ соответствуют плоскому и осесимметричному случаям, γ — показатель адиабаты, зависимость вязкости газа от температуры предполагается степенной $\mu = \mu_a (T/T_a)^n$, где T_a — температура газа за ударной волной на оси симметрии. Приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} &= u \frac{\partial}{\partial x} + vH \frac{\partial}{\partial y}, \quad \frac{d_s}{dt} = u_s \frac{\partial}{\partial x} + v_s H \frac{\partial}{\partial y} \\ \beta &= \frac{R}{V_\infty \tau} \left(\frac{V_\infty^2}{c_p T_a} \right)^n, \quad \tau = \frac{2\rho_s \sigma^2}{9\mu_a}, \quad \lambda = \frac{c}{c_p}, \quad \Phi = \frac{1}{3 \text{Pr} \lambda} \end{aligned}$$

где ρ_s — плотность материала частиц, σ — их радиус, c — теплоемкость материала частиц, Pr — число Прандтля, T_e — температура восстановления. Кроме этого, введена функция g , задающая отличие закона сопротивления от стоксовского: $g = c_x \text{Re} / 24$, где число Рейнольдса построено по относительной скорости частиц и их диаметру.

Предполагается, что на ударной волне для газа имеют место обычные соотношения Рэнкина — Гюгионо, а частицы проходят ударную волну без изменения своего состояния [8]. На теле, которое в предположении тонкого ударного слоя можно считать сферой, концентрической с ударной волной, ставится граничное условие непротекания для газа, а для частиц принимается модель абсолютно неупругого столкновения их с поверхностью тела, т. е. пренебрегается частицами, отраженными от тела. В соответствии с этим граничные условия для (1.1) имеют вид

$$(1.2) \quad \begin{aligned} y=0, \quad u &= \sin x, \quad v = k \cos x, \quad \rho = 1/k, \quad p = (1-k) \cos^2 x + (\gamma M_\infty^2)^{-1} \\ T &= 0.5(1-k^2) \cos^2 x + (\gamma-1)^{-1} M_\infty^{-2} \\ u_s &= \sin x, \quad v_s = \cos x, \quad \rho_s = w, \quad T_s = (\gamma-1)^{-1} M_\infty^{-2} \\ y &= \delta, \quad v = 0 \end{aligned}$$

Здесь k — отношение плотностей газа до и после ударной волны, M_∞ — число Маха в набегающем потоке, δ — отход ударной волны, $w = \rho_{s\infty} / \rho_\infty$. Считается, что частицы в набегающем потоке находятся в динамическом и тепловом равновесии с газом.

Таким образом, в общем случае течение определяется следующим набором параметров подобия:

$$(1.3) \quad \beta, w, \lambda, \gamma, \text{Pr}, n, M_\infty, \text{Re}_c = \rho_\infty V_\infty 2\sigma / \mu_a$$

и двумя функциями, задающими взаимодействие фаз $g = g(\text{Re}, M)$, $\text{Nu} = \text{Nu}(\text{Re}, M)$, где число Маха M определено по относительной скорости частиц. Отметим, что в частном случае стоксовского закона $g=1$, $\text{Nu}=2$ параметр Re_c исключается из (1.3), кроме того, в соответствии с гиперзвуковой стабилизацией M_∞ также исключается из параметров подобия.

Основной параметр взаимодействия фаз β , пропорциональный отношению характерного времени течения к времени релаксации τ , определяет интенсивность этого взаимодействия (τ — время, за которое начальная разность скоростей газа и частиц существенно уменьшается). Случай малых β , т. е. крупных частиц, соответствует малому изменению состояния частиц в ударном слое и может быть по аналогии с неравновесными течениями назван замороженным. В противоположном, равновесном случае $\beta \rightarrow \infty$ в узком слое около ударной волны происходит резкое изменение параметров частиц и далее они движутся почти в равновесии с газом.

2. Предельное решение при $\beta \rightarrow \infty$. С целью выяснения качественного характера влияния частиц на газодинамику течения представляет интерес получить асимптотическое решение при стремлении радиуса частиц к нулю. Как видно из (1.1), при $\beta = \infty$ скорость и температура частиц и газа оказываются равными, однако это решение не удовлетворяет граничным условиям для частиц на ударной волне, что является характерным признаком задачи особых возмущений [9]. Следуя методу сращиваемых асимптотических разложений для нахождения решения вблизи ударной волны, введем растянутую координату $Y = y\beta$. Строго говоря, торможение частиц происходит по направлению набегающего потока, но для окрестности критической точки оно близко к направлению оси y .

Решение для внутреннего разложения ищется в виде

$$(2.1) \quad F(x, Y) = F_0(x, Y) + \beta^{-1}F_1(x, Y) + \dots$$

Подставляя разложения всех параметров (2.1) в (1.1) и переходя к пределу при $\beta \rightarrow \infty$, получаем для нулевого приближения (индекс опущен)

$$(2.2) \quad \begin{aligned} v_s \frac{\partial v_s}{\partial Y} &= g T^n (v - v_s), & v_s \frac{\partial T_s}{\partial Y} &= \varphi \text{Nu} T^n (T_e - T_s) \\ u &= u_s = \sin x = x + \dots, & \rho v &= \cos x = 1 + \dots, & \rho_s v_s &= w \cos x = w + \dots \\ p + v \cos x + v_s w \cos x &= (1 + w) \cos^2 x \\ T + v^2/2 + w(\lambda T_s + v_s^2/2) &= 0.5(1 + w) \cos^2 x \end{aligned}$$

Из (2.2) можно получить предельные значения параметров при $Y \rightarrow \infty$; обозначая их индексом l , имеем

$$(2.3) \quad \begin{aligned} v_l &= v_{sl} = z/(1-z) + \dots, & \rho_l &= v_l^{-1} + \dots, & \rho_s l &= w v_l^{-1} + \dots \\ T_l &= T_{sl} = \frac{1+w}{2(1+w\lambda)} \frac{1-2z}{(1-z)^2} + \dots, & p_l &= (1+w) \frac{1-2z}{1-z} \cos^2 x \end{aligned}$$

где многоточием обозначены члены порядка x^2 по сравнению с единицей, $z = k(1+k)^{-1}(1+w\lambda)^{-1}$.

Отметим, что эти значения можно было бы получить и непосредственно из законов сохранения, не рассматривая в деталях узкую зону вблизи ударной волны.

Имея в виду получить качественное представление о поведении решения, найдем решение (2.2) в предположении стоксовского закона взаимодействия и $T_e = T$. Для малых Y имеет место $v \ll v_s$, поэтому, полагая $v \approx v_l$ и считая функцию T^n слабо меняющейся, решение первого уравнения (2.2) получаем в виде

$$(2.4) \quad Y = T^{-n} \left(1 - v_s + v_l \ln \frac{1 - v_l}{v_s - v_l} \right)$$

Аналогично в зависимости от v_s , можно выписать решение и для T .

Решение для внешнего разложения ищется в виде

$$(2.5) \quad f = f_0(x, y) + \beta^{-1} f_1(x, y) + \dots$$

Подставляя (2.5) в (1.1), получаем для нулевого приближения

$$(2.6) \quad u = u_s, \quad v = v_s, \quad T = T_s, \quad \rho = \text{const } \rho_s$$

и систему уравнений, отличающуюся от случая обтекания чистым газом лишь увеличенной плотностью $\rho_c = \rho + \rho_s$. Граничные условия для нее при $y=0$ должны быть получены сращиванием разложений, в результате чего для значений параметров внешнего разложения при $y=0$ получим предельные значения внутреннего разложения (2.3). Таким образом, в отличие от известной задачи об окрестности критической точки [10, 11] в данном случае имеем несколько измененные граничные условия и увеличенную плотность. Решение в предположении постоянной плотности ищется аналогично [10, 11]

$$(2.7) \quad v = f_0(y) + x^2 f_2(y) + \dots, \quad u = -f_0'x / (1+j) + \dots \\ p = p_0(y) - p_2(y)x^2 + \dots$$

Подставляя (2.7) в систему уравнений, в которой в силу тонкости ударного слоя полагаем $H \approx 1$, $r \approx x$, получаем

$$(2.8) \quad (f_0')^2 - (1+j)f_0 f_0'' = 2(1+j)^2 p_2 / \rho_c, \quad \rho_c (f_0')^2 + (1+j)^2 p_2' = 0.$$

Члены, содержащие f_2 , опущены как малые величины порядка k по сравнению с удержанными членами. В первом уравнении (2.8) правая часть существенна лишь вблизи тела, поэтому положим $p_2(y) = p_2(\delta) \equiv p_{2w}$. Значение p_{2w} получаем интегрированием второго уравнения

$$(2.9) \quad p_{2w} = (1+w)(3+j) / (2+j) + O(k).$$

Поскольку $p_0 \approx 1+w$ с точностью до k , распределение давления вдоль тела оказывается буземановским. Решение для f_0 имеем в виде

$$(2.10) \quad f_0 = C_1(\delta - y) + c_2(\delta - y)^2, \quad C_1 = 4(2k_s/3)^{1/2}, \quad 2\delta C_2 = 2 - C_1, \quad (j=1) \\ f_0 = C_1 \text{ sh } C_2(\delta - y), \quad C_1 = k_s(3k_s)^{1/2}, \quad C_2 = k_s^{-1} \quad (j=0) \\ \delta = k_s(1 + 2\sqrt{2}k_s/3)^{-1} \quad (j=1), \quad \delta = 0.5 \ln(4k_s^{-1}/3) \quad (j=0) \\ k_s = k[1 + w\lambda(1+k)]^{-1}$$

где k_s представляет собой отношение суммарной плотности газа и частиц перед ударной волной и после прохождения релаксационного слоя вблизи ударной волны.

Фигура 1 иллюстрирует влияние частиц на отход ударной волны, на ней для $j=1$ показана зависимость отношения $\xi = \delta(w) / \delta(0)$ от массовой концентрации частиц в набегающем потоке w для $\lambda=0.5$ (кривая 1), $\lambda=1$ (кривая 2) и $\lambda=3$ (кривая 3). Зависимость ξ от k для $0.05 < k < 0.25$ незначительна. На фиг. 2 представлено решение для тонкого слоя вблизи ударной волны при $w=0.3$, $k=1/6$, $n=0.5$, $\text{Pr}=0.72$, $\lambda=1$ (сплошные линии) и $\lambda=3$ (пунктир). Здесь кривые 1 — скорость частиц на оси симметрии, 2 — температура частиц, 3 — температура газа, 4 — скорость газа. Интересно отметить немонотонность профиля температуры газа. Аналогичный факт отмечался также в [12] при исследовании двухфазного течения за прямой ударной волной.

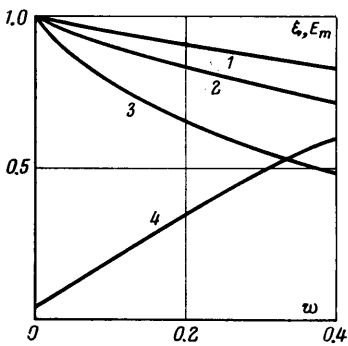
3. Исследование особой точки. Будем искать решение (1.1) разложением в ряд по x [10, 11]

$$(3.1) \quad u = u_1 x + \dots, \quad v = v_0 + v_2 x^2 + \dots, \quad p = p_0 + p_2 x^2 + \dots$$

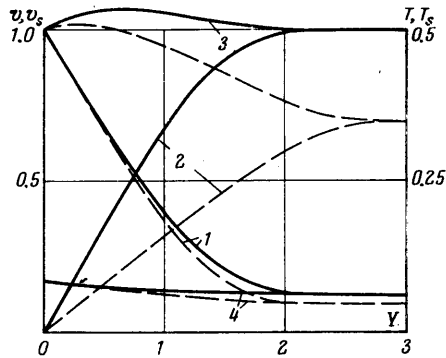
Аналогичные разложения принимаются и для остальных параметров. Подстановка (3.1) в (1.1) приводит в силу эллиптичности (1.1) к незамкнутой системе обыкновенных дифференциальных уравнений (индексы 0,1 опущены)

$$(3.2) \quad \begin{aligned} H(\rho_s v_s)' &= (1+j)\rho_s(v_s-u_s), \quad v_s v_s' = \beta T^n g(v-v_s) \\ v_s u_s' + u_s(u_s-v_s)H^{-1} &= \beta T^n g(u-u_s), \quad v_s T_s' = \varphi \beta T^n \text{Nu}(T_e-T_s) \\ H(\rho v)' &= (1+j)\rho(v-u), \quad \rho v v' + \rho_s v_s v_s' + p' = 0 \\ p &= (\gamma-1)\rho T / \gamma, \quad \rho v(T+v^2/2)' + \rho_s v_s(\lambda T_s + v_s^2/2) = 0 \\ \rho(vu' + u(u-v)H^{-1}) &+ \beta T^n g\rho_s(u-u_s) + 2p_2 H^{-1} = 0 \end{aligned}$$

Граничные условия для (3.2) получаются из (1.2) аналогичным разложением по x .



Фиг. 1



Фиг. 2

Исследуем поведение решения (3.2) вблизи особой точки $y=\delta$. Рассмотрим вначале такие β , что скорость частиц на теле отлична от нуля. Обозначая значения параметров на теле индексом w , $y_1 = \delta - y$, имеем при $y_1 \rightarrow 0$

$$(3.3) \quad \begin{aligned} v_s - v_{sw} &\sim A_v y_1, \quad u_s - u_{sw} \sim A_u y_1, \quad v \sim B_v y_1 \\ T_s - T_{sw} &\sim A_t y_1, \quad \rho_s - \rho_{sw} \sim A_\rho y_1 \end{aligned}$$

где все коэффициенты выражаются через значения параметров в критической точке. Из уравнения энергии системы (3.2) с учетом (3.3) получаем соотношение, связывающее значения параметров на теле

$$(3.4) \quad (\text{Nu}(T_e - T_s) - 3g \text{Pr} v_s^2)_w = 0$$

Соотношение (3.4) выражает тот физический факт, что, поскольку время достижения элементом газа критической точки бесконечно, для него должен установиться стационарный режим, при котором теплоотдача элемента в точности равна диссипации кинетической энергии частиц. Полученное соотношение по своему смыслу аналогично известному факту равновесия в критической точке для течений с релаксационными процессами [13]. Также аналогично замороженным течениям с релаксационными процессами для достаточно крупных частиц вблизи поверхности тела образуется релаксационный слой с резким изменением параметров газа. Действительно, пусть $\tau \gg t$, где t — время, за которое элемент газа проходит расстояние, например, 0.9δ , тогда все изменение состояния элемента до стационарного режима, определяемого по (3.4), будет сосредоточено в слое толщиной 0.1δ .

Будем искать асимптотическое поведение параметров газа по аналогии с [14] в виде

$$(3.5) \quad u = u_w(1 + B_u y_1^m + \dots), \quad \rho = \rho_w(1 + B_\rho y_1^m + \dots), \quad T = T_w(1 + B_t y_1^m + \dots)$$

Легко видеть из (3.2), что при $y_1 \rightarrow 0$ имеет место

$$(3.6) \quad p = p_w(1 + B_p y_1 + \dots)$$

Отметим, что в отличие от (3.6) для течений без частиц $p - p_w \sim y_1^2$. Из уравнения состояния газа тогда получаем, что всегда выполнено $m \leq 1$ и

$$(3.7) \quad B_\rho + B_t = \begin{cases} 0, & \text{если } m < 1 \\ B_p, & \text{если } m = 1 \end{cases}$$

Подставляя (3.5) в (3.2) и приравнивая члены одного порядка по y_1 , получим в предположении $g, Nu = \text{const}$

$$(3.8) \quad a_1 B_t = \begin{cases} 0 & m < 1 \\ d_1 & m = 1 \end{cases}, \quad a_2 B_\rho + a_3 B_t + a_4 B_u = \begin{cases} 0 & m < 1 \\ d_2 & m = 1 \end{cases}$$

где a_i, d_i выражаются через значения параметров в критической точке, кроме этого, d_2 содержит коэффициент асимптотики v_* , которая принята в виде, аналогичном (3.6).

Для $m < 1$ из условия нетривиальности решения полученной линейной системы уравнений определяется показатель $m = m_0$, где

$$(3.9) \quad m_0 = \beta \frac{T_w^n \rho_{sw}}{u_w \rho_w} \frac{Nu}{3 Pr} \frac{1 - \delta}{1 + j}$$

Если $m_0 > 1$, то следует положить $m = 1$, и тогда коэффициенты разложений (3.5) определяются из неоднородной системы уравнений (3.7) и (3.8). В особом случае $m_0 = 1$ оказывается необходимым заменить асимптотику (3.6) на $y_1 \ln y_1$ [14].

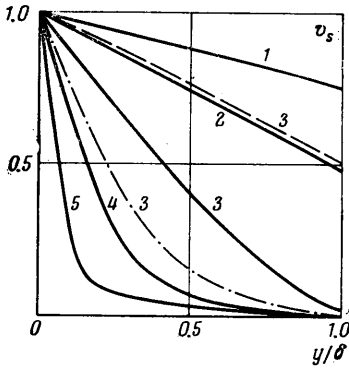
Отметим, что $m_0 < 1$ и, следовательно, наличие релаксационного слоя возможно только при достаточно малом β , т. е. для замороженного случая. Следует также отметить, что релаксационный слой существует при произвольно малой концентрации частиц и, следовательно, формально влияние частиц может быть не малым, хотя толщина релаксационного слоя уменьшается с уменьшением концентрации частиц.

Рассмотрим вкратце случай нулевой скорости частиц на теле. Строго доказать существование такого β_0 , что при $\beta > \beta_0$ имеет место $v_{sw} = 0$, можно в пренебрежении влиянием частиц на течение [15], здесь же приведем лишь следующее рассуждение. При $\beta \rightarrow \infty$ вне области вблизи ударной волны $v_s \rightarrow v$, а следовательно, можно полагать из физических соображений $v_s' \rightarrow v'$. С другой стороны, если $v_{sw} > 0$ для любого β , то из (3.3) имеем

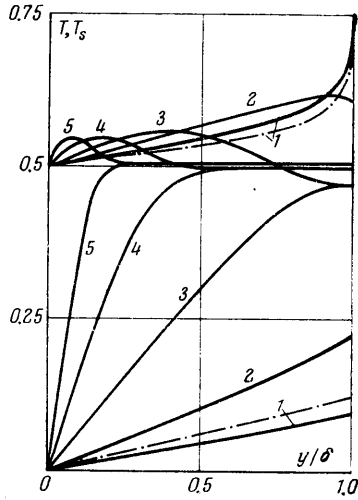
$$v_s'(\delta) = -\beta T_w^n g_w, \quad v'(\delta) = -(1+j)u_w / (1-\delta)$$

что противоречит $(v_s' - v') \rightarrow 0$ при $\beta \rightarrow \infty$. Покажем теперь, что если $v_{sw} = 0$, то в предположении конечности и отличия от нуля p_{2w} плотность частиц неограниченно возрастает при $y_1 \rightarrow 0$. Предполагая обратное, имеем из (3.2)

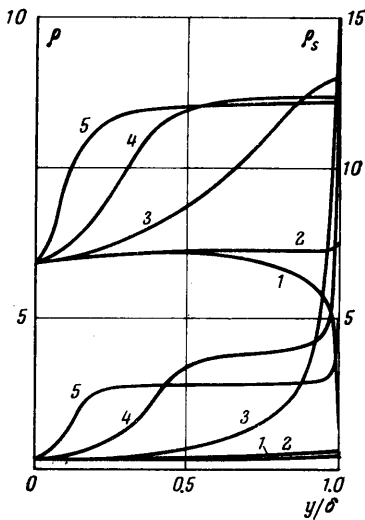
$$(3.10) \quad v_s - v \sim \frac{1+j}{1-\delta} (u_{sw} - u_w) y_1 + \dots$$



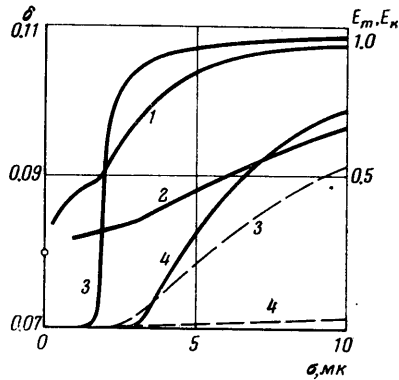
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

С другой стороны, из (3.2) получаем

$$(3.11) \quad \beta T_w^n g_w (u_w - u_{sw}) = u_{sw}^2 / (1 - \delta)$$

Ясно, что v_s не может стать меньше v , поэтому соотношения (3.10) и (3.11) противоречивы (отличие u_w , u_{sw} от нуля следует из предположения $p_{2w} \neq 0$). Обращение ρ_s на теле в бесконечность, отмечавшееся также в [15] для случая пренебрежения влиянием частиц, нарушает условия применимости уравнений (1.1). Физически такое поведение ρ_s связано с принятым предположением отсутствия взаимодействия между частицами, которое становится существенным при их значительной объемной концентрации.

4. Результаты численных расчетов. В (3.2) член, содержащий p_2 , существен лишь вблизи тела [11], поэтому для замыкания (3.2) полагают $p_2(y) = p_{2w}$, а p_{2w} принимают, например, по Ньютону. Здесь будем предпо-

лагать, что распределение давления по Ньютону в виде $p=p_w \cos^2 x$, где p_w — давление в критической точке, может быть распространено на случай течения с частицами. Заметим, что это предположение обосновано не только в случае малого влияния частиц (малые концентрации или достаточно крупные частицы), но и в случае мелких частиц, для которых выше было получено бузмановское распределение давления вдоль тела. Это дает возможность ожидать приемлемой точности принятого предположения и в общем случае произвольного размера частиц.

В численном решении значения параметров на теле аналогично [13] получались экстраполяцией с малых значений координаты y_1 , при этом для $v_{sw} > 0$ выполнение (3.4) требовалось с наперед заданной точностью. Для коэффициента сопротивления и числа Нуссельта частиц использовались выражения работы [16]. В основном расчетном варианте принято $w=0,3$, $\lambda=1$, $\gamma=1,4$, $\text{Pr}=0,72$, $n=0,5$, $M_\infty=15$, $R/V_\infty = 0,6 \cdot 10^{-4}$ сек, $\rho_s^\circ = 2 \cdot 10^3$ кг/м³, $\mu_a = 1,6 \cdot 10^{-4}$ кг/мсек, $\rho_\infty = 0,13$ кг/м³.

На фиг. 3 показаны профили скорости частиц на оси симметрии для $\sigma=10, 5, 2, 1, 0,5$ мк (кривые 1–5 соответственно). Для сравнения в случае $\sigma=2$ мк приведены результаты для стоксовского закона сопротивления (штриховая линия) и стандартного закона сопротивления в несжимаемой жидкости [1, 5] (штрихпунктир). На фиг. 4, 5 для тех же радиусов частиц приведены профили температуры и плотности газа и частиц. Хорошо видно наличие релаксационного слоя газа для частиц с $\sigma=10$ мк (кривые 1). Отмечается неограниченный рост плотности частиц у тела для $\sigma=1$ и 0,5 мк (кривые 4, 5), причем область неограниченного роста ρ_c сужается с увеличением β . Решение для $\sigma=0,5$ мк ($\beta=120$) оказывается уже близким к предельному решению. Отметим, что в этих расчетах полагалось $T_c=T$, использование температуры восстановления (штрихпунктир на фиг. 4) приводит к заметной отличающимся результатам только для крупных частиц. На фиг. 6 показана зависимость отхода ударной волны от σ для основного варианта и для $\rho_\infty=1,3$ кг/м³ (кривые 1, 2 соответственно). Светлой точкой отмечено полученное выше значение отхода при $\sigma=0$. Интересно отметить, что излом кривых соответствует такому σ , что частицы с меньшим радиусом имеют нулевую скорость на теле.

Важным в практическом плане является знание коэффициентов осаждения по массе и кинетической энергии частиц E_m и E_k , определяемых как отношение потоков массы и кинетической энергии частиц на тело к соответствующим потокам, имевшим бы место, если бы частицы не отклонялись в ударном слое, т. е. $E_m = (\rho_s v_s)_w / w$, $E_k = E_m v_{sw}^2$.

На фиг. 6. представлены зависимости E_m (сплошные линии) и E_k (штриховые) от σ для основного варианта (кривые 3) и $\rho_\infty=1,3$ кг/м³ (кривые 4). Следствием резкой зависимости E_m от σ является относительно сильная зависимость E_m от концентрации частиц в набегающем потоке w . Эта зависимость для $\sigma=1,7$ мк показана на фиг. 1, кривая 4.

Автор выражает искреннюю благодарность В. В. Луневу, И. Н. Мурзинову и А. Н. Румынскому за обсуждение работы.

Поступила 27 II 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Probstein R. F., Fassiio F. Dusty hypersonic flows. AIAA Journal, 1970, vol. 8, No. 4.
2. Waldman G. D., Reinecke W. G. Particle trajectories, heating and breakup in hypersonic shock layers. AIAA Journal, 1971, vol. 9, No. 6.
3. Spurk J. H., Gerber N. Dust collection efficiency for power law bodies in hypersonic flight. AIAA Journal, 1972, vol. 10, No. 6.
4. Jaffe N. A. Droplet dynamics in a hypersonic shock layer. AIAA Journal, 1973, vol. 11, No. 11.
5. Храмов Н. Е. Окрестность критической точки тупого тела в двухфазной гиперзвуковой струе. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 4.
6. Dunbar L. E., Courtney J. F., McMullen L. D. Heating augmentation in particle erosion environments. AIAA Paper, 1974, No. 74-607.
7. Салганов Г. А., Ткаленко Р. А. Обтекание клина сверхзвуковым двухфазным потоком. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 2.
8. Крайко А. Н., Стернин Л. Е. К теории течений двускоростной сплошной среды с твердыми или жидкими частицами. ПММ, 1965, т. 29, № 3.
9. Van Dyke M. D. Perturbation methods in fluid mechanics. New York — London, Acad. Press, 1964 (рус. перев.: Методы возмущений в механике жидкости, М., «Мир», 1967).

10. *Ting-Yi Li, Geiger R. E.* Stagnation point of a blunt body in hypersonic flow. *J. Aeronaut. Sci.*, 1957, vol. 24, No. 1 (рус. перев.: Критическая точка тупоносого тела в гиперзвуковом потоке. *Механика*, 1957, № 5).
 11. *Лунев В. В., Мураинов И. Н.* Влияние излучения на течение в окрестности критической точки тупого тела. *ПМТФ*, 1961, № 2.
 12. *Rudinger G.* Some properties of shock relaxation in gas flows carrying small particles. *Phys. Fluids*, 1964, vol. 7, No. 5.
 13. *Стулов В. П., Турчак Л. И.* Обтекание сферы сверхзвуковым потоком воздуха с учетом колебательной релаксации. *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1966, № 5.
 14. *Conti R., Van Dyke M.* Inviscid reacting flow near a stagnation point. *J. Fluid Mech.* 1969, vol. 35, pt 4.
 15. *Волощук В. М.* Введение в гидродинамику грубодисперсных аэрозолей. Л., Гидрометеиздат, 1971.
 16. *Алемасов В. Е., Дрегалин А. Ф., Тишин А. П.* Теория ракетных двигателей. М., «Машиностроение», 1969.
-