

ПРИСТЕННАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ В СЛАБЫХ РАСТВОРАХ ПОЛИМЕРОВ

В. В. ДРОБЛЕНКОВ, Л. С. СИТЧЕНКО

(Ленинград)

Рассматриваются вопросы построения полуэмпирического метода определения характеристик пристенной турбулентности, основанного на теории подобия и размерностей и применении гипотезы о пути смешения, и обобщения этого метода на случай турбулентного течения слабых растворов полимеров вблизи гладких и шероховатых поверхностей.

1. Физические соображения, которые приводят к формулированию универсального закона распределения осредненной скорости U вблизи стенки, могут быть применены для описания любых одноточечных моментов поля скорости в этой области, в том числе для определения среднеквадратичных значений составляющих пульсации скорости $\sqrt{\langle u_i^2 \rangle}$ ($i=1, 2, 3$), рейнольдсовых напряжений $-\rho \langle u_1 u_2 \rangle$ и коэффициента корреляции $K = -\langle u_1 u_2 \rangle / \sqrt{\langle u_1^2 \rangle \langle u_2^2 \rangle}$ [1]. Здесь u_i — составляющие пульсационной скорости по координатным осям, индекс 1 соответствует продольной оси x , индекс 2 — поперечной оси y , а индекс 3 — трансверсальной оси z .

Все одноточечные моменты в пределах слоя с постоянным значением касательных напряжений $\tau = \tau_0 = \text{const}$ могут зависеть лишь от поперечной координаты, значения касательного напряжения на стенке τ_0 , плотности ρ и коэффициента кинематической вязкости ν , т. е. представляться в виде произведения некоторой степени динамической скорости $v_* = \sqrt{\tau_0 / \rho}$ на универсальную функцию от безразмерной координаты $y_* = y v_* / \nu$, свою для каждого из этих моментов и для данных параметров растворенного в жидкости полимера

$$(1.1) \quad \sqrt{\langle u_i^2 \rangle} = v_* f_i(y_*), \quad i=1, 2, 3; \quad -\langle u_1 u_2 \rangle = v_*^2 f_4(y_*)$$

При достаточно больших значениях y_* статистический режим турбулентных пульсаций уже не должен зависеть от вязкости и введения в поток полимерных добавок, и функции $f_i(y_*)$ должны стремиться к некоторым постоянным значениям, одинаковым как для течения обычной жидкости, так и для течения слабых растворов полимеров

$$(1.2) \quad f_i(\infty) = A_i, \quad i=1, 2, 3, 4$$

Для определения вида функций $f_i(y_*)$ удобно воспользоваться гипотезой о пути смешения, согласно которой

$$(1.3) \quad \sqrt{\langle u_i^2 \rangle} = l_i \frac{\partial U}{\partial y}, \quad i=1, 2, 3; \quad -\langle u_1 u_2 \rangle = l^2 \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 = l_1 l_2 K \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2$$

Здесь l и l_i — длины смешения, аналогичные интегральным масштабам турбулентности. Вводя безразмерные скорости и используя безразмерную координату y_* , соотношения (1.3) можно записать в виде

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \sqrt{\langle u_i^2 \rangle} &= v_* l_{i*} \partial U_* / \partial y_*, \quad i=1, 2, 3 \\ -\langle u_1 u_2 \rangle &= v_*^2 l_*^2 (\partial U_* / \partial y_*)^2 = v_*^2 l_{1*} l_{2*} K (\partial U_* / \partial y_*)^2 \\ l_{i*} &= l_i v_* / \nu, \quad l_* = l v_* / \nu, \quad U_* = U / v_* \end{aligned}$$

Из выражений (1.1) и (1.4) следует, что

$$(1.5) \quad \begin{aligned} f_i(y_*) &= l_{i*} \partial U_* / \partial y_* \quad i=1, 2, 3; \quad f_i(y_*) = l_*^2 (\partial U_* / \partial y_*)^2 = \\ &= l_{1*} l_{2*} K (\partial U_* / \partial y_*)^2 \end{aligned}$$

Значение l_* в слое постоянного напряжения может быть определено по формуле [2]

$$(1.6) \quad l_* = \kappa y_* [1 - \exp(-y_*/a)]$$

В случае обычной вязкой жидкости $\kappa=0.4$, $a=26 \div 27$. Выражению (1.6) соответствует следующее значение безразмерной производной осредненной скорости

$$(1.7) \quad \frac{\partial U_*}{\partial y_*} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4l_*^2}} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4\kappa^2 y_*^2 [1 - \exp(-y_*/a)]^2}}$$

Соотношения (1.6) и (1.7) определяют величину рейнولدсовых напряжений и профиль осредненной скорости во всем слое постоянного напряжения, включая вязкий подслой, буферную область и зону логарифмического профиля скорости. Величина коэффициента A_i получается тождественно равной единице.

Безразмерные длины смещения l_{i*} , определяющие поведение пульсационных скоростей в пристенной области, могут быть представлены в виде, аналогичном (1.6)

$$(1.8) \quad l_{i*} = A_i \kappa y_* [1 - B_i \exp(-C_i y_*/a)]$$

Коэффициенты A_i определяются по среднеквадратичным значениям составляющих пульсационной скорости в области логарифмического профиля скорости, где $y_*/a \gg 1$, и, следовательно, $\exp(-y_*/a) \approx 0$. Вязкими касательными напряжениями в этой зоне можно пренебречь по сравнению с турбулентными; тогда $\partial U_* / \partial y_* \approx 1/\kappa y_*$. С учетом сказанного

$$(1.9) \quad l_{i*} \approx A_i \kappa y_*, \quad \sqrt{\langle u_i^2 \rangle} \approx v_* A_i \quad \text{при } y_*/a \gg 1$$

Анализ экспериментальных данных позволяет определить значения коэффициентов A_i

$$(1.10) \quad A_1=2, \quad A_2=1.1, \quad A_3=1.5$$

Коэффициенты B_i и C_i определяют поведение l_{i*} и $f_i(y_*)$ в непосредственной близости от стенки, т. е. при малых значениях y_* , и могут быть найдены из представления функций $f_i(y_*)$ в виде рядов Тэйлора по y_* в окрестности точки $y_*=0$ и выполнения граничных условий при $y_*=0$

$$(1.11) \quad \left. \begin{aligned} f_3(y_*) &= a_3 y_* + b_3 y_*^2 + c_3 y_*^3 + \dots \\ f_2(y_*) &= b_2 y_*^2 + c_2 y_*^3 + \dots \\ f_1(y_*) &= a_1 y_* + b_1 y_*^2 + c_1 y_*^3 + \dots \end{aligned} \right\} y_* \rightarrow 0$$

В то же время представление l_{i*} в виде (1.8), разложение экспоненты $\exp(-C_i y_*/a)$ в ряд при $y_* \rightarrow 0$ и условие $\partial U_* / \partial y_* \approx 1$, следующее из выражения (1.7) при $y_* \rightarrow 0$, приводят к соотношению

$$(1.12) \quad f_i(y_*) = A_i \kappa (1 - B_i) y_* + A_i B_i C_i \kappa y_*^2 / a + \dots$$

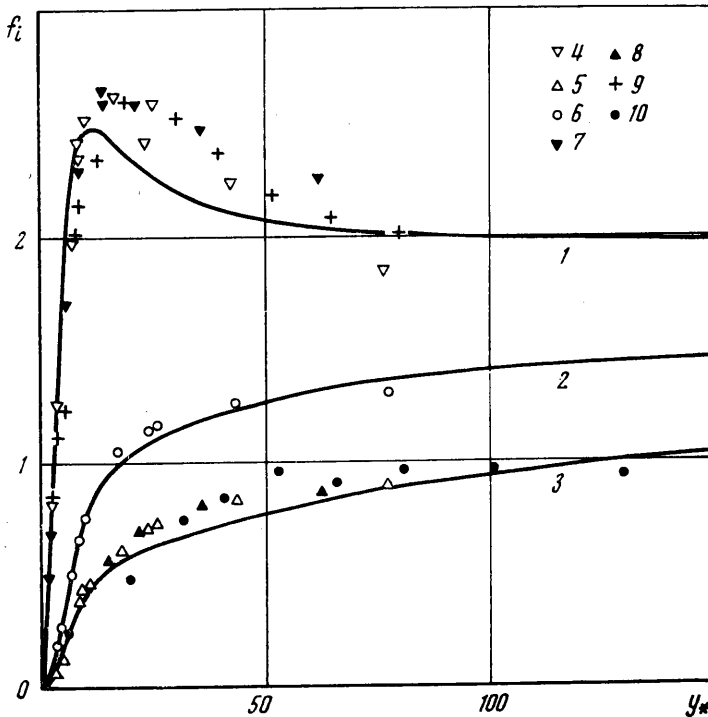
Коэффициенты B_i и C_i находятся из условия совпадения значений $\sqrt{\langle u_i^2 \rangle}$, определяемых зависимостью (1.12) при $\kappa=0.4$ и $a=26$, и опытных данных по распределению составляющих пульсационной скорости в пределах вязкого подслоя

$$(1.13) \quad B_1=0.625, \quad B_2=1, \quad B_3=0.99, \quad C_1=1, \quad C_2=0.5, \quad C_3=0.7$$

Этим значениям B_i и C_i соответствуют следующие величины первых коэффициентов в рядах (1.11):

$$(1.14) \quad a_1=0.3, \quad b_1=0.01922, \quad b_2=0.00846, \quad a_3=0.006, \quad b_3=0.016$$

Выражения (1.4), (1.4), (1.5), (1.7), (1.8) при значениях $\kappa=0.4$ и $a=26$ и коэффициентах A_i, B_i, C_i , определяемых соотношениями (1.10) и (1.13), полностью определяют среднеквадратичные значения составляю-



Фиг. 1

щих пульсационной скорости в вязком подслое, буферной области и зоне логарифмического профиля скорости для течений обычной вязкой жидкости в пограничном слое, круглой трубе и плоском канале.

На фиг. 1 результаты расчетов функций f_i ($i=1, 2, 3$) при $\kappa=0.4$ и $a=26$ сопоставлены с экспериментальными данными, полученными в круглой трубе [3] и в плоском канале [4]. Кривые 1, 2, 3 соответствуют рассчитанным значениям f_i для слоя постоянного напряжения. Точками 4, 5, 6 обозначены опытные данные [3] при числе Рейнольдса $Re=5 \cdot 10^5$, 7, 8 — при $Re=5 \cdot 10^6$, 9, 10 — данные [4]. Число Рейнольдса $Re=U_0 d/\nu$ построено по диаметру трубы d и скорости на ее оси U_0 . Точки 4, 7, 9 соответствуют значениям f_1 , 5, 8, 10 — f_2 , а точки 6 — f_3 . Совпадение расчетных и опытных данных можно считать вполне удовлетворительным.

2. Протяженность области, в которой касательные напряжения можно считать постоянными и равными их значению на стенке, существенно за-

висит от типа течения и составляет 10÷15% от характерного поперечного размера турбулентного потока — толщины пограничного слоя δ , полуширины канала b или радиуса трубы r . Во внешней части пограничного слоя или в приосевой области течения в трубе или канале на пульсационные характеристики значительное влияние оказывает характер распределения касательных напряжений τ , определяющим поперечным масштабом там является не безразмерная координата y_* , а отношение поперечной координаты y к характерному поперечному размеру течения $\eta=y/b$ для канала, $\eta=y/r$ — для трубы, $\eta_1=y/\delta$ — для пограничного слоя. Безразмерная производная профиля осредненной скорости в общем виде может быть записана следующим образом [5]:

$$(2.1) \quad \frac{\partial U_*}{\partial y_*} = \frac{2\tau_*}{1 + \sqrt{1 + 4l_*^2 \tau_*}}, \quad \tau_* = \frac{\tau}{\tau_0}$$

В случае течения в прямой круглой трубе или плоском канале

$$(2.2) \quad \tau_* = 1 - \eta$$

Точный вид функции $\tau_*(y)$ для пограничного слоя получить невозможно. Для описания распределения касательных напряжений поперек турбулентного пограничного слоя можно воспользоваться их аппроксимацией в виде полинома по степеням η_1 , коэффициенты которого определяются из граничных условий на стенке и на внешней границе слоя [5]. В случае произвольного продольного градиента давления p при использовании двух условий на стенке и двух на внешней границе слоя вид функции $\tau_*(y)$ определяется зависимостью

$$(2.3) \quad \tau_* = 1 - 3\eta_1^2 + 2\eta_1^3 + \Phi\eta_1(1 - \eta_1)^2$$

Здесь $\Phi = \delta \partial p / \tau_0 \partial x$ — форм-параметр, который учитывает продольный градиент давления и изменяется в пределах $-3 < \Phi < \infty$. Отрицательные значения Φ соответствуют ускоренному течению в пограничном слое, положительные — замедленному, а безградиентному пограничному слою соответствует величина $\Phi = 0$.

Во внешней части слоя или центральной области течения в трубе или канале формула (1.6) для длины пути смещения l_* становится неприменимой. В этих зонах правильнее считать путь смещения приблизительно постоянным. Согласно рекомендациям работы [5]

$$(2.4) \quad l_* \approx 0.075\delta, \quad \eta_1 \rightarrow 1$$

$$(2.5) \quad l_* \approx 0.14r, \quad l_* \approx 0.14b, \quad \eta \rightarrow 1$$

В случае пограничного слоя и течения в прямой круглой трубе и плоском канале соответственно. Для того чтобы сохранить распределение l_* в виде (1.6) в пристенной области и перейти к выражениям (2.4) или (2.5) во внешней или приосевой части течения, удобно воспользоваться модификацией интерполяционной формулы, предложенной в работе [6]. Тогда для описания l_* во всем сечении потока вместо (1.6) можно записать

$$(2.6) \quad l_* = \kappa y_* [1 - \exp(-y_*/a)] \exp(-D\eta_1)$$

$$(2.7) \quad l_* = \kappa y_* [1 - \exp(-y_*/a)] \exp(-E\eta)$$

где $D=1.65$ в случае пограничного слоя, что соответствует значению $l_* = 0.0768\delta_*$ при $\eta_1=1$, $\delta_* = \delta v_* / \nu$; $E=1.05$ в случае течения в круглой трубе или плоском канале, что обеспечивает значение $l_* = 0.14r_*$ или $l_* = 0.14b_*$ при $\eta=1$, $r_* = r v_* / \nu$; $b_* = b v_* / \nu$.

Среднеквадратичные значения пульсационных скоростей могут быть определены с помощью соотношений (1.5), (2.1) и (2.2) или (2.3), при этом формулы для длин смешения l_{i*} , полученные для слоя постоянного напряжения, должны быть скорректированы аналогично выражению для l_* . Необходимым дополнительным условием при их построении является обеспечение значения коэффициента корреляции $K=0$ на внешней границе пограничного слоя или на оси трубы или канала. Этому условию удовлетворяют выражения

$$(2.8) \quad l_{i*} = A_i \kappa y_* [1 - B_i \exp(-C_i y_*/a)] \exp(-D_i \eta_1) / \sqrt{1 - \eta_1}$$

$$(2.9) \quad l_{i*} = A_i \kappa y_* [1 - B_i \exp(-C_i y_*/a)] \exp(-E_i \eta) / \sqrt{1 - \eta}$$

Коэффициенты A_i , B_i , C_i сохраняют те же значения, что и в слое постоянного напряжения. Коэффициенты D_i и E_i были определены из результатов измерений пульсационных характеристик во внешней части пограничного слоя и приосевой области течения в трубе или канале.

$$(2.10) \quad D_1 = 2.6, \quad D_2 = 2.1, \quad D_3 = 2.4$$

$$(2.11) \quad E_1 = 2.0, \quad E_2 = 1.5, \quad E_3 = 1.8$$

Соотношения (1.5), (2.1), (2.3), (2.6), (2.8) при значениях коэффициентов (1.10), (1.13) и (2.10) определяют все три составляющие пульсационной скорости в пограничном слое, а выражения (1.5), (2.1), (2.2), (2.7), (2.9) при значениях коэффициентов (1.10), (1.13) и (2.11) — соответствующие величины при течении в прямой круглой трубе или плоском канале.

Расчитанные и измеренные значения $\sqrt{\langle u_i^2 \rangle} / v_*$ сопоставлены на фиг. 2 для течения в круглой трубе и на фиг. 3 для течения в пограничном слое на плоской пластине. Сплошные кривые 1, 2, 3 на фиг. 2 соответствуют расчитанным значениям $\sqrt{\langle u_i^2 \rangle} / v_*$ при $r_* = 8750$, а пунктирные кривые 4, 5, 6 — при $r_* = 1150$. Точки 7, 8, 9 соответствуют опытным данным [3] при $r_* = 8750$, а точки 10, 11, 12 — при $r_* = 1150$. Точки 1, 4, 7, 10 соответствуют значениям $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle} / v_*$, точки 2, 5, 8, 11 — значениям $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle} / v_*$, а 3, 6, 9, 12 — $\sqrt{\langle u_3^2 \rangle} / v_*$. На фиг. 3 результаты расчетов $\sqrt{\langle u_i^2 \rangle} / v_*$ при $\delta_* = 2960$ и $\Phi = 0$ показаны кривыми 1, 2, 3, а соответствующие опытные значения, полученные в [7] при измерениях в турбулентном пограничном слое плоской пластины при $\delta_* = 2960$, — точками 4, 5, 6. Как видно из фиг. 2, 3, совпадение расчетных графиков с опытными данными вполне удовлетворительное.

Полученные зависимости могут быть значительно упрощены при рассмотрении только внешней части течения в пограничном слое или центральной области в трубе или канале. В этих случаях можно пренебречь эффектами молекулярной вязкости, что приводит к упрощению формулы (2.1), которая тогда записывается в виде

$$(2.12) \quad \partial U_* / \partial y_* = \sqrt{\tau_*} / l_*$$

При $y_*/a \gg 1$ существенно упрощаются формулы (2.6) — (2.9), которые преобразуются к виду

$$(2.13) \quad l_* = \kappa y_* \exp(-D \eta_1); \quad l_{i*} = A_i \kappa y_* \exp(-D_i \eta_1) / \sqrt{1 - \eta_1}$$

$$(2.14) \quad l_* = \kappa y_* \exp(-E \eta), \quad l_{i*} = A_i \kappa y_* \exp(-E_i \eta) / \sqrt{1 - \eta}$$

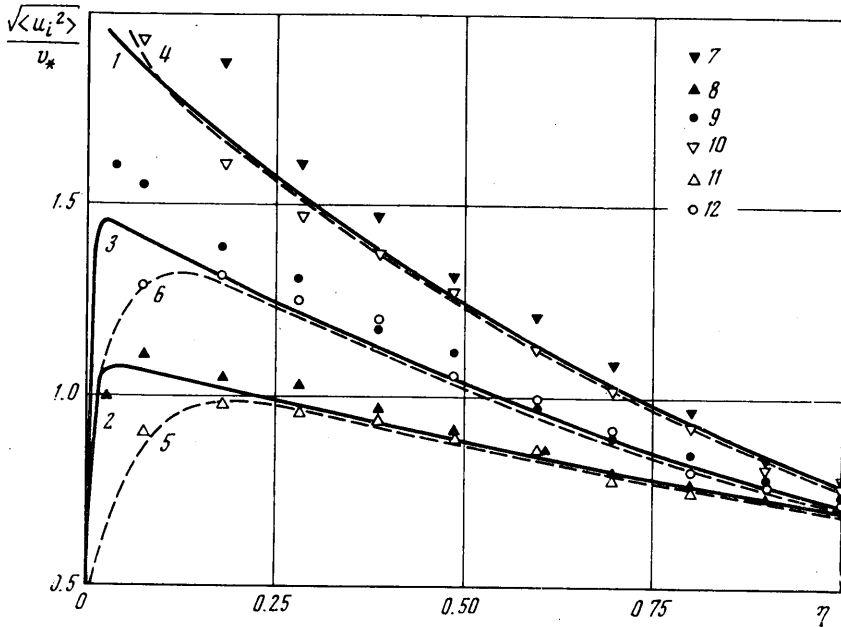
Соотношения (2.12) — (2.14) с учетом распределения τ_* в виде (2.2) или (2.3) позволяют определить среднеквадратичные значения составляющих пульсационной скорости в случае пограничного слоя и при течении

в трубе или канале следующим образом:

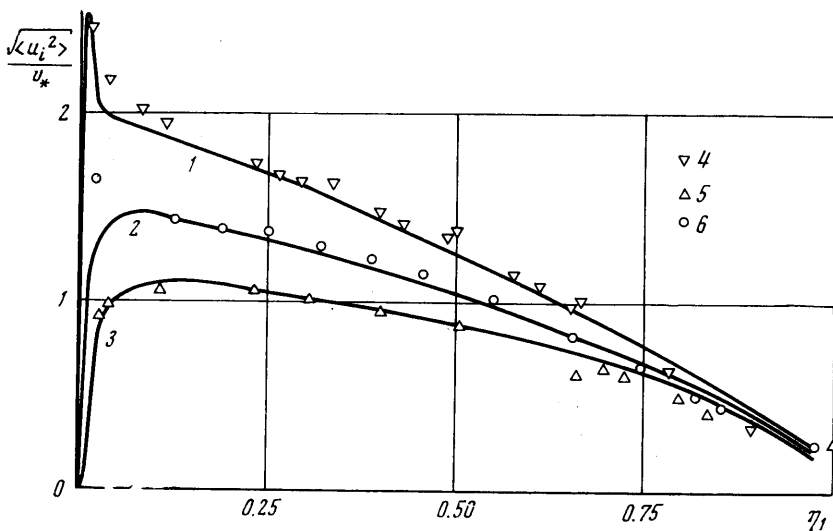
$$(2.15) \quad \sqrt{\langle u_i^2 \rangle} = v_* A_i \exp [-(D_i - D) \eta_i] \sqrt{1 + \eta_i - 2\eta_i^2 + \Phi \eta_i (1 - \eta_i)}$$

$$(2.16) \quad \sqrt{\langle u_i^2 \rangle} = v_* A_i \exp [-(E_i - E) \eta]$$

Значения A_i , D_i , E_i , D , E остаются прежними. Зависимости (2.15) и (2.16) оказываются справедливыми в случае развитого стационарного турбулентного течения обычной вязкой жидкости при $\eta_i > 0.1$, $\eta > 0.1$. Обращает на себя внимание тот факт, что в случае рассмотрения внешней или центральной части течения пульсационные характеристики в развитом



Фиг. 2



Фиг. 3

турбулентном потоке вообще не зависят от координаты стенки y_* , а определяются только относительным расстоянием от стенки η , или η .

3. Зависимости, установленные в пп. 1, 2, могут быть распространены на случай турбулентности при течении у поверхностей с равномерной зернистой шероховатостью. Для этого можно воспользоваться выражением для длины пути смешения, в которое кроме фактора сглаживания, учитывающего эффекты молекулярной вязкости, вводится дополнительный фактор, определяющий влияние шероховатости [2]

$$(3.1) \quad l_* = \kappa y_* [1 - \exp(y_*/a) + \exp(-60y_*/ah_*)]$$

Численные значения коэффициентов в формуле (3.1) выбраны из условия совпадения экспериментальных и расчетных значений коэффициентов гидравлического сопротивления шероховатых труб. Здесь $h_* = hv_*/\nu$, h — средняя высота бугорков шероховатости. При $h_* = 60$ эффекты молекулярной природы и влияние шероховатости взаимно компенсируют друг друга и $l_* = \kappa y_*$. При $h_* > 60$ имеет место режим развитой шероховатости, а при $h_* < 60$ — переходный режим.

Влияние шероховатости проявляется прежде всего в узкой пристенной области. Во внешней части слоя или в центральной части течения в трубе и канале характеристики турбулентности практически не зависят от шероховатости стенок. Это позволяет использовать для описания внешней части течения у шероховатых поверхностей те же поправочные множители, что и в случае гладких стенок. Тогда во всем сечении потока длина пути смешения l_* будет определяться зависимостями

$$(3.2) \quad l_* = \kappa y_* [1 - \exp(y_*/a) + \exp(-60y_*/ah_*)] \exp(-D\eta_1)$$

$$(3.3) \quad l_* = \kappa y_* [1 - \exp(-y_*/a) + \exp(-60y_*/ah_*)] \exp(-E\eta_*)$$

Формулы (2.8) и (2.9) для длин смешения, определяющих среднеквадратичные значения составляющих пульсационной скорости, должны быть скорректированы для случая течения у шероховатых поверхностей аналогичным образом. В предположении, что значение $h_* = 60$ является предельным при рассмотрении любых односточечных моментов поля скорости, можно получить следующие выражения для l_* в случае течения в пограничном слое или в трубе и канале:

$$(3.4) \quad l_* = A_i \kappa y_* [1 - B_i \exp(-C_i y_*/a) + B_i \exp(-C_i \cdot 60y_*/ah_*)] \times \\ \times \exp(-D_i \eta_1) / \sqrt{1 - \eta_1}$$

$$(3.5) \quad l_* = A_i \kappa y_* [1 - B_i \exp(-C_i y_*/a) + B_i \exp(-C_i \cdot 60y_*/ah_*)] \times \\ \times \exp(-E_i \eta) / \sqrt{1 - \eta}$$

Коэффициенты D , E , A_i , B_i , C_i , D_i , E_i и параметры κ и a сохраняют прежние значения. При $h_* = 0$ формулы (3.2)–(3.5) переходят в выражения (2.6)–(2.9) для течения у гладких поверхностей. Составляющие пульсационной скорости в случае пограничного слоя определяются зависимостями (1.5), (2.1), (2.3), (3.2), (3.4), (1.10), (1.13) и (2.10), а при течении в трубе или канале — выражениями (1.5), (2.1), (2.2), (3.3), (3.5), (1.10), (1.13) и (2.11).

Результаты расчетов показывают, что влияние шероховатости локализовано в области, непосредственно прилегающей к поверхности на расстояниях порядка высоты бугорков шероховатости, и приводит к существенному уменьшению анизотропии пристенной турбулентности.

4. Полученные выше расчетные зависимости, определяющие пульсационные характеристики в турбулентных течениях вблизи стенок, оказываются применимыми и для описания пристенной турбулентности в слабых растворах полимеров. В этом случае достаточно положить, что пара-

метр a , определяющий взаимодействие эффектов молекулярной и молярной природы, является величиной переменной и связан с видом полимера, его концентрацией в растворе и некоторыми его характеристиками, например молекулярным весом. В качестве соотношений, связывающих значение a с характеристиками полимера, можно использовать зависимости, предложенные в [8]. Константа κ предполагается не зависящей от введения в поток полимерных добавок и сохраняет обычное значение $\kappa=0.4$. Увеличение концентрации при прочих равных условиях приводит к увеличению значения a , что соответствует увеличению продолжительности жизни вихрей Кляйна. Этот результат подтверждается исследованиями течений растворов полимеров в области вязкого подслоя с помощью модели разрушения вихрей Кляйна, проведенными в [9].

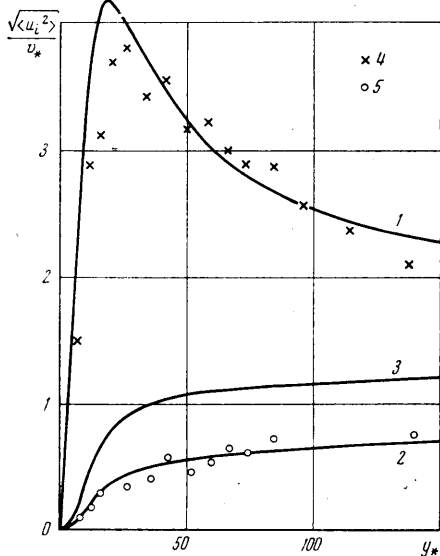
Существующие теоретические и экспериментальные результаты позволяют полагать, что влияние полимерных добавок на характеристики турбулентных течений в первую очередь проявляется в пристенной части потока. Эти результаты указывают на возможность использования для описания пристенной турбулентности в сдвиговых течениях растворов полимеров полученные в данной работе зависимости при

$$a = \text{var} (26 < a < \infty)$$

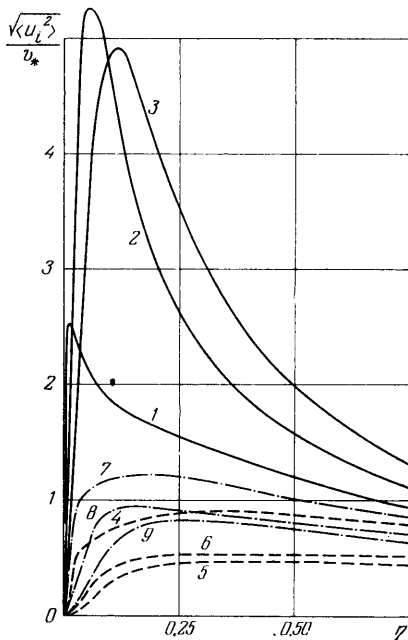
На фиг. 4 результаты расчетов составляющих пульсационной скорости для слоя постоянного напряжения при $a=125$ сопоставлены с данными измерений при течении 0.012%-ного раствора полиакриламида в плоском канале [4]. Кривые 1, 2, 3 соответствуют рассчитанным значениям $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle} / v_*$, точки 4 соответствуют экспериментальным значениям $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle} / v_*$, а точки 5 — экспериментальным значениям $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle} / v_*$. В полном соответствии с опытными данными наблюдается резкий рост $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle} / v_*$ при малых значениях y_* и уменьшение величин $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle} / v_*$ и $\sqrt{\langle u_3^2 \rangle} / v_*$ в этой области по сравнению с течением обычной вязкой жидкости. Введение малых полимерных добавок приводит к возрастанию анизотропии пульсаций скорости в пристенной части течения.

На фиг. 5 проиллюстрировано совместное влияние введения в поток полимерных добавок и числа Рейнольдса (изменения r_*) на распределение пульсационных характеристик поперек всего течения жидкости в трубе. Расчеты выполнены для $a=26$, $r_*=500$ — кривые 1, 4, 7; $a=300$, $r_*=500$ — кривые 2, 5, 8; $a=300$, $r_*=250$ — кривые 3, 6, 9. Кривые 1, 2, 3 соответствуют рассчитанным значениям $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle} / v_*$, кривые 4, 5, 6 — $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle} / v_*$, а кривые 7, 8, 9 — $\sqrt{\langle u_3^2 \rangle} / v_*$.

Результаты расчетов показывают, что введение в поток полимерных добавок приводит к значительному росту безразмерной величины продольной составляющей пульсационной скорости и существенному уменьшению величин поперечной и трансверсальной составляющих во всем сечении трубы. Максимальные значения $\sqrt{\langle u_i^2 \rangle} / v_*$ смещаются с ростом a на большие относительные расстояния от стенки. При одном и том же значении a уменьшение r_* , которое соответствует уменьшению числа Рейнольдса, приводит к некоторому уменьшению максимальных значений составляющих пульсационной скорости и смещению положения этих максимумов на большие относительные расстояния от стенки. С увеличением a при уменьшении r_* максимумы $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle} / v_*$ и $\sqrt{\langle u_3^2 \rangle} / v_*$ становятся все более слабо выраженными, а при больших a и малых r_* поперечная составляющая пульсационной скорости остается практически постоянной на значительной части сечения трубы (кривые 5, 6 на фиг. 5). Полученные результаты объясняются увеличением относительной толщины вязкого под-



Фиг. 4



Фиг. 5

слоя и буферной области при уменьшении числа Рейнольдса или при введении в поток малых полимерных добавок.

Результаты расчетов и их сопоставление с опытными данными свидетельствуют о том, что предлагаемые в настоящей работе зависимости полностью соответствуют известным экспериментальным фактам и основным представлениям об осредненном турбулентном течении обычной вязкой жидкости и слабых растворов полимеров в трубах, каналах и пограничном слое во всем диапазоне возможного изменения чисел Рейнольдса.

Полученные расчетные соотношения могут быть использованы для исследования влияния шероховатости поверхности, числа Рейнольдса, продольного градиента давления и введения в поток малых полимерных добавок на характеристики пристенной турбулентности, а также при построении интегральных и дифференциальных методов расчета пограничного слоя с использованием уравнения баланса турбулентной энергии.

Поступила 13 XII 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М., «Наука», 1965.
2. Driest E. R. van. On turbulent flow near a wall. J. Aero. Sci., 1956, vol. 23, № 11.
3. Laufer J. The structure of turbulence in fully developed pipe flow. NACA Rept, 1954, № 1174.
4. Хабахнашева Е. М., Перепелица Б. В. Поля скоростей и турбулентных пульсаций при малых добавках к воде высокомолекулярных веществ. Инж.-физ. ж., 1968, т. 14, № 4.
5. Федяевский К. К., Гиневский А. С., Колесников А. В. Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Л., «Судостроение», 1973.
6. Szablewski W. Eine neue Konzeption für die Berechnung inkompressibler turbulenter Grenzschichten. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 2.
7. Klebanoff P. S. Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient. NACA Rept, 1955, № 1247.
8. Васецкая Н. Г., Иоселевич В. А. О построении полуэмпирической теории турбулентности слабых растворов полимеров. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 2.
9. Black T. J. Viscous drag reduction examined in the light of a new model of wall turbulence. In: Viscous drag reduction. N. Y., Plenum Press, 1969.