

О ВЛИЯНИИ РАЗМЕРА ЧАСТИЦ ИЛИ КАПЕЛЬ НА ДИФФУЗИЮ ПРИМЕСИ В ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУЕ

Г. Н. АБРАМОВИЧ, Т. А. ГИРШОВИЧ

(Москва)

В предположении, что скорость частиц, попадающих в моле в начале его «жизни», отлична от нуля, определяется аналог числа Шмидта при турбулентном течении смеси газа с твердыми частицами. Согласно полученной формуле, в предельном случае, когда размер частиц стремится к нулю, число Шмидта для смеси газа с твердыми частицами стремится к числу Шмидта для газа. Предлагается модель для определения начальной скорости частиц в моле. Результаты расчета этой скорости и аналога числа Шмидта, проведенного по предлагаемой методике, удовлетворительно согласуются соответственно со значениями начальной скорости, косвенным путем определенными из эксперимента, и средним числом Шмидта для частиц небольшой и средней крупности.

В [1] с учетом влияния примеси на турбулентную структуру струи получена формула для числа Шмидта в турбулентной струе, содержащей тяжелые примеси. При этом число Шмидта оказалось зависящим от концентрации примеси и от разности скоростей турбулентного газового моля и частицы и прямо пропорционально числу Шмидта для газов. Следует отметить, что полученная в [1] формула не дает предельного перехода к числу Шмидта для газа при уменьшении размера частиц до нуля. Видимо, это объясняется тем, что в принятой в [1] модели считалось, что начальная пульсационная скорость газа отлична от нуля ($v_{og}' \sim l_u \partial u / \partial y$), а начальная скорость частиц в моле равна нулю. В действительности моле формируется в течение некоторого времени, за которое он разгоняется до скорости v_{og}' . За этот период тяжелые частицы могут приобрести скорость, величина которой зависит от их размера. Если время релаксации частицы велико по сравнению с временем формирования моля, то частицы за время формирования моля могут заметно повлиять на его начальную скорость, но начальная скорость частиц изменится незначительно. Если же размер частицы уменьшается, то время релаксации может стать соизмеримым с временем формирования моля и, следовательно, к концу периода формирования моля скорость частиц может стать близкой к скорости газа в моле. Скорости частиц и моля в конце его формирования будем называть для краткости начальными скоростями частиц и моля соответственно.

1. Получим на основе работы [2] и изложенных выше качественных соображений формулу для аналога числа Шмидта (в рамках теории Прадтля — для отношения путей смешения по скорости и концентрации) в предположении, что скорость частиц в конце формирования моля отлична от нуля, а закон сопротивления частицы, вообще говоря, отличается от закона Стокса.

В случае турбулентной диффузии газа отношение путей смешения по скорости и концентрации равно числу Шмидта, так как в этом случае пульсационные составляющие скорости смеси и отдельных компонент равны между собой. В случае диффузии частиц отношение путей смешения по скорости и концентрации не равно числу Шмидта и может рассматривать-

ся как его аналог

$$(1.1) \quad \alpha = l_u / l_k$$

В [1] было получено

$$(1.2) \quad \alpha = v_a' v_{pa}^{-1} Sc_g$$

$$(1.3) \quad v_a' = (v_0' + v') / 2$$

$$(1.4) \quad v_{pa} = (v_{p0} + v_p) / 2$$

$$(1.5) \quad Sc_g = \Delta \tau_u / \Delta \tau_k$$

Здесь v_a' — средняя за время жизни моля пульсационная составляющая скорости смеси, v_{pa} — средняя за время жизни моля пульсационная составляющая скорости частицы, v' , v_p — скорости смеси и частицы в конце жизни моля, v_0' , v_{p0} — скорости смеси и частицы в начале жизни моля, $\Delta \tau_u$ и $\Delta \tau_k$ — времена жизни моля по скорости и концентрации. Под пульсационными составляющими скорости понимаются их среднеквадратичные значения.

Согласно [2], скорость газа и частицы в конце жизни моля можно определить из уравнения количества движения системы газ — твердые частицы и уравнения движения частицы, в котором пренебрегается всеми силами, кроме сопротивления

$$(1.6) \quad v_g' dv_g' = -\kappa v_p dv_p$$

$$(1.7) \quad m_p \frac{dv_p}{dt} = C_x \frac{\rho_g (v_g - v_p)^2 \pi D_p^2}{2 \cdot 4}$$

Здесь $\kappa = G_p / G_g$ — концентрация примеси, G_p , G_g — расходы примеси и воздуха в струе соответственно, m_p , D_p — масса и диаметр частиц, C_x — коэффициент сопротивления частицы, который, согласно [3], в широком диапазоне изменения числа Рейнольдса можно принять равным

$$(1.8) \quad C_x = 24 Re^{-1} + 4.3 Re^{-1/2} + 0.32$$

Как указывалось выше, в [2] считалось, что скорость частицы в начале жизни моля равна нулю. В предположении, что начальная скорость частиц в моле отлична от нуля, из (1.6) имеем

$$(1.9) \quad \frac{v_g'}{v_{0g}'} = \frac{1 + \kappa v_* / v_{0g}' + \kappa v_{p0} / v_{0g}'}{1 + \kappa}$$

Здесь v_g' — пульсационная скорость газа, $v_* = v_g' - v_p$ — относительная пульсационная скорость газа, v_{0g}' — начальная скорость газового моля.

Интегрирование уравнения движения частицы (1.7) от начала движения моля до конца его жизни в предположении, что начальная скорость частицы в моле не равна нулю, дает

$$(1.10) \quad \frac{a_1}{48} \ln \frac{Re}{Re_0} - \frac{1}{24} \left\{ \frac{24 + 0.32 a_1}{0.64} \ln \frac{24 + 4.3 Re^{1/2} + 0.32 Re}{24 + 4.3 Re_0^{1/2} + 0.32 Re_0} - \right. \\ \left. - (91.8 - 1.22 a_1) \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{0.182 (Re^{1/2} - Re_0^{1/2})}{1 + (0.182 Re^{1/2} + 1.22) (0.182 Re_0^{1/2} + 1.22)} \right\} =$$

$$= - \frac{3}{8} \frac{\rho_g}{\rho_p D_p} (1 + \kappa)^2 l_u$$

$$(1.11) \quad a_1 = \rho_g D_p \mu_g^{-1} (v_{0g}' + \kappa v_{p0})$$

Здесь μ_g — вязкость воздуха, ρ_p — плотность частиц, l_u — путь смешения по скорости, $Re = \rho_g D_p |v_*| / \mu_g$.

Чтобы определить аналог числа Шмидта по формулам (1.1) — (1.5), нужно знать пульсационные составляющие скорости смеси. В [1] пульсационная составляющая скорости смеси определялась из условия $\rho \langle u'v' \rangle = \rho_g \langle u'_g v'_g \rangle + \rho_p \langle u_p v_p \rangle$, в котором $\rho = \rho_g (1 + \kappa)$ — плотность смеси.

Следуя Прандтлю, можно принять $u' \approx v'$, $u'_g \approx v'_g$, $u_p \approx v_p$. Тогда

$$v'^2 = (1 + \kappa)^{-1} (v_g'^2 + \kappa v_p^2)$$

откуда с учетом (1.9) получаем

$$(1.12) \quad v' = \frac{v_{0g}'}{1 + \kappa} \sqrt{1 + \kappa \left(\frac{v_*}{v_{0g}'} \right)^2 + \kappa^2 \left(\frac{v_{p0}}{v_{0g}'} \right)^2 + 2\kappa \frac{v_{p0}}{v_{0g}'}}$$

Пульсационная составляющая скорости смеси в начале жизни моля v_0' имеет вид

$$(1.13) \quad v_0' = \frac{v_{0g}'}{1 + \kappa} \sqrt{1 + \kappa + \kappa(1 + \kappa) \left(\frac{v_{p0}}{v_{0g}'} \right)^2}$$

Подстановка (1.3), (1.4), (1.12), (1.13) в (1.1) дает

$$(1.14) \quad \alpha = \left[1 - \frac{v_*}{v_{0g}'} + (1 + 2\kappa) \frac{v_{p0}}{v_{0g}'} \right]^{-1} \times \\ \times \left[\sqrt{1 + \kappa + \kappa(1 + \kappa) \left(\frac{v_{p0}}{v_{0g}'} \right)^2} + \right. \\ \left. + \sqrt{1 + \kappa \left(\frac{v_*}{v_{0g}'} \right)^2 + \kappa^2 \left(\frac{v_{p0}}{v_{0g}'} \right)^2 + 2\kappa \frac{v_{p0}}{v_{0g}'}} \right]$$

Величина v_* / v_{0g}' может быть определена из соотношения (1.10), получающегося в результате интегрирования уравнения движения частицы.

В предельном случае, если размер частиц уменьшается до нуля, начальная скорость частиц стремится к скорости моля, а относительная скорость газа стремится к нулю, получим

$$\alpha = Sc_g$$

Из (1.14) при $\kappa \rightarrow 0$ найдем

$$\alpha = 2 \left[1 - v_* / v_{0g}' + v_{p0} / v_{0g}' \right]^{-1} Sc_g$$

Для расчетов по формуле (1.14) требуется знать величину v_{p0} / v_{0g}' . Ее можно, например, определить косвенным путем из экспериментов [4] и [5] следующим образом. В эксперименте [4] для разных значений концентрации примеси и разных размеров частиц получены профили осредненной скорости газа и расхода примеси. По этим данным можно рассчитать профили концентрации примеси и определить границы струи по половине скорости и половине концентрации. Далее можно принять, что среднее по сечению число Шмидта (его аналог) равно отношению ординат границ струи по скорости и концентрации, т. е.

$$(1.15) \quad \delta_{1/2u} / \delta_{1/2\kappa} = \int_0^1 \alpha d\eta_\kappa$$

Здесь $\delta_{1/2u}$ и $\delta_{1/2k}$ — границы струи по половине скорости и половине концентрации соответственно.

Величина v_{p0}/v_{og}' определялась с помощью ЭВМ из условия, чтобы рассчитанная правая часть выражения (1.15) совпадала с заданной точностью с его левой частью, найденной из эксперимента. Число Шмидта для газов при этом принималось равным 0.75. Аналогичным образом обрабатывались экспериментальные данные [5]. Следует отметить, что при построении кривой для v_{p0}/v_{og}' не были учтены экспериментальные точки [5], для которых число Шмидта оказывалось меньше 0.75, т. е. меньше принятого при расчетах числа Шмидта для газов. На фигуре приведены результаты такой обработки в виде зависимости

$$v_{p0}^{\circ} = f(10^2 \times D_p^{\circ})$$

Здесь $v_{p0}^{\circ} = v_{p0}/v_{og}'$, $D_p^{\circ} = D_p/l_u$, точки 1—5 — эксперимент [4], 6—8 — эксперимент [5]; 1 — порошок М20 ($D_p \approx 17$ мк), 2 — М40 ($D_p \approx 34$ мк), 3 — № 5 ($D_p \approx 50$ мк), 4 — № 6 ($D_p \approx 65$ мк), 5 — № 8 ($D_p \approx 80$ мк), 6 — капли $D_p = 16.7$ мк, 7 — $D_p = 13.1$ мк, 8 — $D_p = 6.4$ мк.

График подтверждает приведенные выше качественные соображения о скоростях частиц в начале жизни моля.

2. Определим относительную скорость частиц в конце формирования моля на основе качественных соображений о механизме взаимодействия частиц и газа в моле.

Пусть время формирования моля равно

$$(2.1) \quad t_f = k \Delta \tau_u$$

где $\Delta \tau_u$ — время жизни моля, k — некоторый эмпирический коэффициент, меньший единицы. Будем считать, что в начале формирования газового моля на него действует импульс, который вызывает ускорение моля от скорости, равной нулю, до скорости $v_0' = l_u \partial u / \partial y$. Ускорение определим формулой

$$(2.2) \quad a = A + B \exp(-t/t_f)$$

где A и B должны быть определены из условий

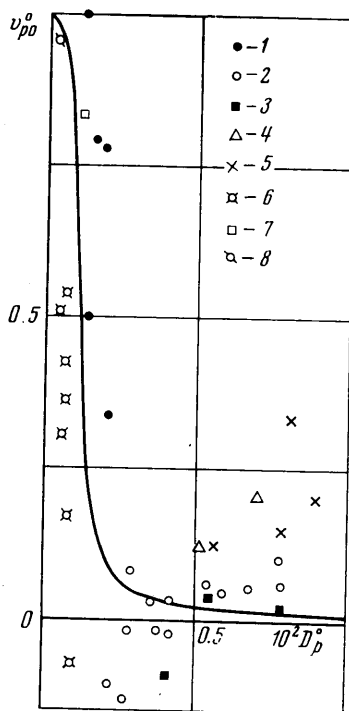
$$(2.3) \quad a = 0, \quad v' = -l_u \partial u / \partial y \quad \text{при} \quad t = t_f$$

С помощью (2.3) из (2.2) имеем

$$(2.4) \quad a = \frac{l_u \partial u / \partial y}{(e-2)t_f} [1 - \exp(1-t/t_f)]$$

В случае, если газ несет твердые частицы, будем считать, что на моль действует тот же импульс, что и на газ без частиц. Тогда уравнение количества движения будет иметь вид

$$(2.5) \quad dv_g' + \kappa dv_p = a dt$$



Уравнение движения частицы имеет вид

$$m_p \frac{dv_p}{dt} = C_x \rho_g \frac{(v_g' - v_p)^2}{2} \frac{\pi D_p^2}{4}$$

или

$$(2.6) \quad \frac{dv_p}{dt} = \frac{3}{4} C_x \frac{\rho_g}{D_p \rho_p} (v_g' - v_p)^2$$

Интегрирование уравнения (2.5) дает

$$(2.7) \quad v_{0g}' = -l_u \partial u / \partial y - \kappa v_{p0}$$

Из (2.6) с помощью (2.5) имеем

$$(2.8) \quad \frac{d \text{Re}}{d\tau} = N t_f [1 - \exp(1 - \tau)] + K t_f \text{Re} (24 - 4.3 \text{Re}^{1/2} + 0.32 \text{Re})$$

$$(2.9) \quad N = \frac{l_u \partial u / \partial y \rho_g D_p}{(e - 2) t_f \mu_g}, \quad K = \frac{3}{4} \frac{\mu_g}{\rho_p D_p^2} (1 + \kappa), \quad \tau = t / t_f$$

Уравнение (2.8) должно быть проинтегрировано при начальном условии $\tau = 0$, $\text{Re} = 0$ каким-либо приближенным способом. В результате интегрирования до $\tau = 1$ будет получена величина

$$(2.10) \quad v_{0g}' - v_{p0} = \text{Re}_0 (\rho_g D_p)^{-1} \mu_g$$

Совместное решение (2.7) и (2.10) дает

$$(2.11) \quad v_{p0} = -\frac{1}{1 + \kappa} \left(l_u \frac{\partial u}{\partial y} + \text{Re}_0 \frac{\mu_g}{\rho_g D_p} \right)$$

$$(2.12) \quad v_{0g}' = \text{Re}_0 \frac{\mu_g}{\rho_g D_p} - \frac{1}{1 + \kappa} \left(l_u \frac{\partial u}{\partial y} + \text{Re}_0 \frac{\mu_g}{\rho_g D_p} \right)$$

Если принять для частицы закон сопротивления Стокса, то уравнение (2.6) интегрируется точно. В результате из (2.6) и (2.7) найдем

$$(2.13) \quad v_{p0} = \frac{1}{1 + \kappa} \left\{ -l_u \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{l_u \partial u / \partial y}{e - 2} \left(\frac{1 - \exp[-(1 + \kappa) N_1 t_f]}{(1 + \kappa) N_1 t_f} + \frac{1 - \exp[1 - (1 + \kappa) N_1 t_f]}{1 - (1 + \kappa) N_1 t_f} \right) \right\}, \quad N_1 = 18 \mu_g / \rho_g D_p^2$$

Величина v_{0g}' определяется по-прежнему формулой (2.7).

В таблице приведено сравнение среднего числа Шмидта, определенно-го по формуле (1.15) для $k = 0.1$ и разной относительной крупности частиц, с отношением определенных по экспериментальным данным [4, 5] ординат границ струи по половине скорости и половине концентрации. Здесь же приведена величина средней относительной начальной скорости частиц. Из таблицы видно, что данные расчета удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными для частиц с небольшой и средней относительной крупностью, а относительная начальная скорость частиц в моле растет с уменьшением крупности, что согласуется с изложенными выше качественными соображениями. Из фигуры, на которой расчетная

$D_p/l_u \times 10^3$	$\delta_{1/2u}/\delta_{1/2x}$	α_a	$\left(\frac{v_{p0}}{v_{0g}}\right)_a$	x_m
М 40				
0.68	2.23	2.49	0.0179	2.92
0.78	1.98	2.65	0.0147	4.22
0.538	2.06	2.26	0.0238	2.12
0.354	2.08	2.06	0.0375	0.40
0.260	2.37	1.77	0.0616	0.24
0.793	2.10	2.39	0.0194	3.80
0.374	2.17	1.97	0.0420	0.49
0.416	2.35	2.13	0.0326	0.69
0.594	2.43	2.56	0.0198	1.07
0.812	2.28	2.94	0.0137	1.73
0.416	2.22	2.23	0.0313	0.29
0.278	2.03	1.85	0.0547	0.16
0.206	2.00	1.59	0.0899	0.05
М 20				
0.204	1.21	1.54	0.0949	0.16
0.138	1.01	1.27	0.2257	0.10
0.289	1.75	1.83	0.0538	0.30
0.157	0.825	1.22	0.3300	0.10
№ 5				
0.780	2.54	2.44	0.0184	6.05
0.540	2.51	2.63	0.0207	0.47
0.403	2.81	2.25	0.0308	0.34
№ 6				
0.700	2.11	3.07	0.0160	0.24
0.511	2.17	2.53	0.0240	0.20
№ 8				
0.790	2.28	3.16	0.0138	0.70
0.557	2.29	2.82	0.0193	0.18
0.805	1.78	3.62	0.0121	0.17
0.897	2.18	3.52	0.0115	0.71
16.7 мк				
0.083	1.63	0.826	0.813	
0.075	1.28	0.807	0.855	
0.062	1.06	0.780	0.921	
0.054	1.10	0.770	0.946	
0.050	1.15	0.767	0.954	
0.044	1.15	0.761	0.967	

величина v_{p0}/v_{0g}' показана сплошной линией, видно, что и количественно эта величина в основном удовлетворительно согласуется с найденными из эксперимента значениями.

Поступила 4 VII 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамович Г. Н., Гиршович Т. А. О диффузии тяжелых частиц в турбулентных газовых потоках. Докл. АН СССР, 1973, т. 212, № 3.
2. Абрамович Г. Н. О влиянии примеси твердых частиц или капель на структуру турбулентной газовой струи. Докл. АН СССР, 1970, т. 190, № 5.
3. Кравцов М. В. Сопротивление свободному установившемуся движению сферы в вязкой среде. Инж.-физ. ж., 1968, т. 15, № 33.
4. Лаатс М. К., Фришман Ф. А. О допущениях, применяемых при расчете двухфазной струи. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 2.
5. Goldschmidt V. W., Householder M. K., Ahmadi G., Chuang S. C. Turbulent diffusion of small particles suspended in turbulent jets. In: Progress in heat and mass transfer, vol. 6, N. Y., Pergamon Press, 1972.