

Здесь $l_1(l)$ — линия равного потенциала, соответствующая $\eta=1$, $y_1(l)$ — ордината точки пересечения $l_1(l)$ и S_1 . Точку $y_1(l)$ найдем из (4) и (5)

$$y_1(l) = \sqrt{l^2 - 1 + \sqrt{(l^2 - 1)^2 + 4(l^2 - 1)}} / \sqrt{2}$$

Кривая $l_1(l)$ определяется уравнением

$$x^2 = (l^2 - 1)(l^2 - y^2)(1 + y^2 - l^2)^{-1}$$

Для давления p имеем

$$p = \sqrt{p_1^2 + [2(l^2 - 1)]^{-1/2}(p_0^2 - p_1^2) \sqrt{y^2 - x^2 - 1 + \sqrt{(1 + x^2 - y^2)^2 + 4x^2 y^2}}}$$

Введем безразмерные параметры $a_0 = ap_0$, $b_0 = b/p_0$ и $\tau = p_0 kt / 2\mu s^2$.

Для численных расчетов примем $a_0 = 6.25$, $b_0 = 0.34$, $m = 0.06$, $p_1/p_0 = 40$.

Зависимость l от τ , определяющая распространение зоны дегазации со временем, рассчитанная по (7), приведена на фиг. 2. Зная зависимость $l(\tau)$, из (2) можно найти зависимость расхода газа через скважину от τ , которая приведена на той же фигуре. Расход газа отнесен к q_1 — расходу при $l^2 = 2$; соответствующее распределение линий тока и линий равного потенциала изображено на правой половине фиг. 3. На левой половине фиг. 3 показано перемещение границы зоны дегазации со временем.

Заметим, что ввиду аналогии получаемые описанным способом решения плоских изотермических задач неустановившейся фильтрации полностью переносятся на соответствующие задачи безнапорных грунтовых потоков.

Донецкий государственный университет

Поступила 17 VI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Полубаринова-Кочина П. Я. Некоторые плоские задачи теории фильтрации газа в угольном пласте. ПММ, 1954, т. 18, вып. 1.
2. Чарный И. А. Метод последовательной смены стационарных состояний и его приложения к задачам нестационарной фильтрации жидкостей и газов. Изв. АН СССР, ОТН, 1949, № 3.

УДК 532.546

ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ К СИСТЕМЕ НЕСОВЕРШЕННЫХ СКВАЖИН В НЕОДНОРОДНЫХ ПО ПЛОЩАДИ И МОЩНОСТИ ПЛАСТАХ

Г. И. ДЖАЛАЛОВ, К. Н. ДЖАЛИЛОВ, Н. Д. ДЖАФАРОВ, Ф. А. МАСИМОВ

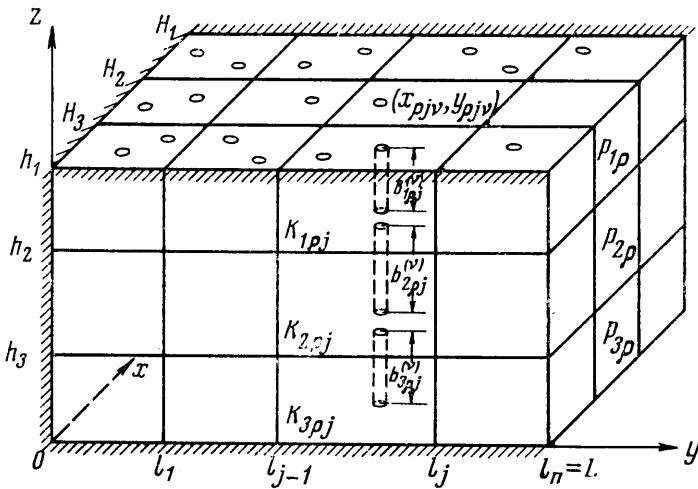
(Баку)

Задачи о фильтрации жидкостей к системе скважин в многопластовых неоднородных месторождениях исследованы мало, что связано с математическими трудностями и громоздкостью вычислений [1-3].

Нефтяные залежи обычно неоднородны по проницаемости, которая меняется от точки к точке как по площади, так и по мощности пласта. Путем соединения проницаемости по элементам площади и мощности залежь можно представить состоящей из объемов в виде параллелепипедов с разными постоянными проницаемостями $K_{\rho j}$. Будем считать, что плоскость xy совпадает с подошвой залежи, ось z направим вертикально вверх (фигура). Элементы объема выберем в виде параллелепипедов, полученных пересечением плоскостей $x = H_\rho$, $\rho = 1, 2, 3$; $y = l_j$, $j = 1, 2, \dots, n$; $z = h_i$, $i = 1, 2, 3$. Такое ограничение связано с получением решений, пригодных для практических расчетов.

На поверхности питания $y = L$ поддерживается постоянное давление $p_{i\rho}$ ($i, \rho = 1, 2, 3$). Каждый параллелепипед дренируется любым числом произвольно расположенных скважин, которые частично вскрывают все пласты, находящиеся один над другим. Пусть число скважин в параллелепипедах и их дебиты будут равны соответственно $s_{\rho i}$ и $q_{\rho j}^{(v)}$. Глубины вскрытия пластов скважиной с координатами проекции ее оси на плоскость xy , равными $x_{\rho j v}$, $y_{\rho j v}$, обозначаются через

$$b_{\rho j}^{(v)} \quad (i\rho = 1, 2, 3; j = 1, 2, \dots, n; v = 1, 2, \dots, s_{\rho i}).$$



Скважины заменяются линейными стоками (с теми же дебитами) и их действие учитывается непосредственно в уравнениях движения с помощью δ -функции Дирака и единичной функции Хевисайда.

Таким образом, решается следующая система уравнений и граничных условий:

$$\frac{\partial^2 \varphi_{ipj}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{ipj}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{ipj}}{\partial z^2} + \sum_{v=1}^{\rho j} \frac{q_{iqj}^{(v)}}{b_{ipj}^{(v)}} \delta(x - x_{\rho j v}, y - y_{\rho j v}) \times \\ \times [\sigma(h_i - z) - \sigma(h_i - b_{ipj}^{(v)} - z)] = 0$$

$$i, \rho = 1, 2, 3; j = 1, 2, \dots, n$$

$$\frac{\partial \varphi_{i1j}}{\partial x} \Big|_{x=H_1} = \frac{\partial \varphi_{i3j}}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\varphi_{ipj}}{K_{ipj}} \Big|_{x=H_{\rho+1}} = \frac{\varphi_{i(\rho+1)j}}{K_{i(\rho+1)j}} \Big|_{x=H_{\rho+1}}$$

$$\frac{\partial \varphi_{ipj}}{\partial x} \Big|_{x=H_{\rho+1}} = \frac{\partial \varphi_{i(\rho+1)j}}{\partial x} \Big|_{x=H_{\rho+1}}, \quad \rho = 1, 2$$

$$\frac{\partial \varphi_{ip1}}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad \varphi_{ipn} \Big|_{y=L} = \frac{K_{ipn}}{\mu} p_{ip}$$

$$\frac{\varphi_{ipj}}{K_{ipj}} \Big|_{y=l_j} = \frac{\varphi_{i(\rho+1)j}}{K_{i(\rho+1)j}} \Big|_{y=l_j}$$

$$\frac{\partial \varphi_{ipj}}{\partial y} \Big|_{y=l_j} = \frac{\partial \varphi_{i(\rho+1)j}}{\partial y} \Big|_{y=l_j}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$

$$\frac{\partial \varphi_{ipj}}{\partial z} \Big|_{z=h_1} = \frac{\partial \varphi_{3\rho j}}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad \frac{\varphi_{ipj}}{K_{ipj}} \Big|_{z=h_{i+1}} = \frac{\varphi_{(i+1)\rho j}}{K_{(i+1)\rho j}} \Big|_{z=h_{i+1}}$$

$$\frac{\partial \varphi_{ipj}}{\partial z} \Big|_{z=h_{i+1}} = \frac{\partial \varphi_{(i+1)\rho j}}{\partial z} \Big|_{z=h_{i+1}}, \quad i = 1, 2$$

Здесь $\varphi_{ipj} = \mu^{-1} K_{ipj} (p_{ipj} + \gamma z)$ — потенциальная функция течения, μ — вязкость жидкости, p_{ipj} — давление, γ — удельный вес жидкости, $\delta(t)$ — функция Дирака, $\sigma(t)$ — единичная функция Хевисайда.

Предполагая, что $K_{ipj}/K_{(i+1)\rho j} = \delta_i$ ($i = 1, 2$) и применяя метод [4] (по переменным z и x), задачи представим в виде

$$\varphi_{ipj}(x, y, z) = P_{j0}^{(0)}(y) \chi_{\rho 0} Q_{ipj}^{(0)} + Q_{ipj}^{(0)} \sum_{m=1}^{\infty} P_{jm}^{(0)}(y) \chi_{\rho m}(x) +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{k=1}^{\infty} \left[P_{j_0}^{(k)}(y) \chi_{\rho 0} + \sum_{m=1}^{\infty} P_{jm}^{(k)}(y) \chi_{\rho m}(x) \right] Q_{ipj}^{(k)}(z) \\
& i\rho = 1, 2, 3; \quad j = 1, 2, \dots, n \\
P_{jm}^{(k)}(y) & = \frac{1}{2\alpha_{km}} \sum_{\rho=1}^3 \sum_{\nu=1}^{s_{\rho j}} A_{\rho j\nu}^{(k)} \chi_{\rho m}(x_{\rho j\nu}) \exp(-\alpha_{km}|y-y_{\rho j\nu}|) + \\
& + E_{jm}^{(k)} \exp \alpha_{km} y + F_{jm}^{(k)} \exp(-\alpha_{km} y) \\
P_{j_0}^{(0)}(y) & = -\frac{1}{2} \sum_{\rho=1}^3 \sum_{\nu=1}^{s_{\rho j}} A_{\rho j\nu}^{(0)} \chi_{\rho 0}(x_{\rho j\nu}) |y-y_{\rho j\nu}| + C_j y + D_j \\
A_{\rho j\nu}^{(k)} & = \sum_{i=1}^3 \frac{q_{i\rho j}^{(\nu)}}{K_{i\rho j} b_{i\rho j}^{(\nu)}} \int_{h_1 - b_{i\rho j}^{(\nu)}}^{h_i} Q_{i\rho j}^{(k)}(z) dz, \quad \alpha_{km}^2 = \kappa_k^2 + \mu_m^2
\end{aligned}$$

Здесь $Q_{i\rho j}^{(k)}(z)$, $\chi_{\rho m}^{(x)}$ и κ_k , μ_m — собственные функции и собственные числа соответствующих задач Штурма — Ливилля. Коэффициенты $E_{jm}^{(k)}$, $F_{jm}^{(k)}$, C_j , D_j находятся в явном виде из системы алгебраических уравнений.

Рассмотрен пример, когда $i, \rho = 1, 2$; $n = 4$. При этом принималось, что эксплуатируется только верхний пласт, в первой и второй зонах которого работает по две скважины с равными дебитами q , равными глубинами вскрытия b и с координатами: $x_{11} = x_{12} = 300$ м, $x_{21} = x_{22} = 100$ м, $y_{11} = y_{21} = 50$ м, $y_{12} = y_{22} = 250$ м. Приняты следующие параметры пласта и скважин: $h_1 = 2h_2 = 20$ м, $H_1 = 2H_2 = 400$ м, $l_1 = 200$ м, $l_2 = 400$ м, $l_3 = 500$ м, $l_4 = 700$ м, $b = 1; 5; 10$ м, $\delta_1 = 0,2; 0,5; 1$; $K_{221} = 0,2\delta$, $K_{222} = 0,5\delta$, $K_{223} = 0,3\delta$, $K_{224} = 0,6\delta$, $K_{211} = 0,3\delta$, $K_{212} = 0,75\delta$, $K_{213} = 0,45\delta$, $K_{214} = 0,9\delta$, $r_0 = 0,1$ м (радиус скважины).

При этом среденные по высоте вскрываемой скважинами части пласта безразмерные перепады давлений после некоторых упрощений определяются формулами

$$\begin{aligned}
\langle \Delta p_{111} \rangle = \langle \Delta p_{121} \rangle & = \frac{0,8K_0}{H_2 K_{221} (1 + \delta_1)} \left[\left(\frac{2l_1 - y_{11}}{2K_{221}} + \frac{2l_2 - y_{22} - l_1}{K_{222}} + \right. \right. \\
& \left. \left. + 2 \frac{l_3 - l_2}{K_{223}} + 2 \frac{l_4 - l_3}{K_{224}} \right) K_{221} + \frac{H_2}{4\pi} \left(\ln \frac{H_2}{2\pi r_0} - \ln 2 \operatorname{sh} \frac{2\pi y_{11}}{H_2} \right) + \psi \right] \\
\langle \Delta p_{112} \rangle = \langle \Delta p_{122} \rangle & = \frac{0,8K_0}{H_2 K_{222} (1 + \delta_1)} \left[2 \left(\frac{l_2 - y_{22}}{K_{222}} + \frac{l_3 - l_2}{K_{223}} + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{l_4 - l_3}{K_{224}} \right) K_{222} + \frac{l_1 - y_{22}}{8} + \frac{H_2}{4\pi} \left(\ln \frac{H_2}{2\pi r_0} + \frac{1}{4} \ln 2 \operatorname{sh} 2\pi \frac{y_{22} - l_1}{H_2} \right) + \psi \right] \\
\psi & = \frac{h_2^3}{\pi^3 b^2} \sum_{K=1}^{\infty} \left[\frac{1}{K} \exp \left(-\frac{\pi K r_0}{H_2} \right) + \frac{H_2}{h_2 \sqrt{2}} \ln \frac{H_2}{2\pi r_0} + I_N(K) \right] \frac{1}{K^2} \operatorname{sh}^2 \frac{\pi K b}{h_2} \\
I_N(K) & = \sum_{m=1}^N \left\{ \left[K^2 + \left(\frac{m h_1}{H_2} \right)^2 \right]^{1/2} \exp \left(-\frac{\pi r_0}{h_2} \sqrt{K^2 + \left(\frac{m h_1}{H_2} \right)^2} \right) - \right. \\
& \left. - \left(\frac{m h_1}{H_2} \right)^{-1} \exp \left(-\frac{2\pi r_0}{H_2} m \right) \right\}, \quad (N h_1)^2 \gg (K H_2)^2.
\end{aligned}$$

Здесь $\langle \Delta p_{1pj} \rangle = [K_0 h_2 (p_K - \langle p_{1pj} \rangle)] (\mu q)^{-1}$, ρ , $j=1, 2$; $K_0=1\theta$; p_K — постоянное контурное давление, $\langle p_{1pj} \rangle$ — среднее давление.

Результаты вычислений, проведенных по этим формулам, приведены в таблице, из которой видно, что улучшение проницаемости верхнего пласта в 2.5 и 5 раз приводит к снижению безразмерного перепада давления соответственно на 20 и 40%. Степень несовершенства скважин в пределах рассмотренного примера относительно

δ_1	$\langle \Delta p_{11} \rangle = \langle \Delta p_{112} \rangle$			$\langle \Delta p_{112} \rangle = \langle \Delta p_{122} \rangle$		
	s, m					
	1	5	10	1	5	10
0.2	14.81	13.38	12.36	8.65	8.07	7.67
0.5	11.85	10.70	9.90	6.92	6.46	6.13
1	8.89	8.03	7.42	5.19	4.84	4.60

мало сказывается на их забойном давлении. Например, при увеличении степени вскрытия скважин в 5 раз (1 и 5 м) безразмерный перепад давления для скважин первой зоны независимо от δ_1 уменьшается на 10%, а для второй зоны — на 6.6%. Если степень вскрытия увеличить в 10 раз (1 и 10 м), то уменьшение перепада давлений равно соответственно 16.6 и 11.4%.

Поступила 15 VII 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Борисов Ю. П., Воинов В. В., Рябинина З. К. Влияние неоднородности пластов на разработку нефтяных месторождений. М., «Недра», 1970.
2. Крылов А. П., Белаиш П. М., Борисов Ю. П., Бучин А. Н., Воинов В. В., Глоговский М. М., Максимов М. И., Николаевский Н. М. Проектирование разработки нефтяных месторождений. М., Гостоптехиздат, 1962.
3. Музгарский Э. Д., Лысенко В. Д. Проектирование разработки нефтяных месторождений платформенного типа. М., «Недра», 1972.
4. Гринберг Г. А. О решении уравнений математической физики с частично или полностью разделяющимися переменными. Сборник, посвященный 70-летию академика А. Ф. Иоффе, М., Изд-во АН СССР, 1950.

УДК 532.546

ОБ АНИЗОТРОПИИ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ СВОЙСТВ ТРЕЩИНОВАТОЙ СРЕДЫ

М. Л. КАЧАНОВ

(Ленинград)

Трещиноватые среды, в частности горные породы, обычно анизотропны в отношении фильтрационных свойств. Ж. Феррандон [1] установил тензорный характер проницаемости пористой среды и сформулировал обобщенный закон Дарси

$$v = - \frac{1}{\mu} K \cdot \nabla p$$

Здесь v — скорость фильтрации, μ — коэффициент динамической вязкости, ∇p — градиент давления; точка обозначает свертывание по одному индексу. Двухвалентный симметричный тензор K получил название тензора проницаемости. Подразумевается, что величины, входящие в обобщенный закон Дарси, являются средними по некоторому «элементарному объему».

В работах [2, 3] введен тензор плотности трещин T_α , описывающий осредненную по некоторому объему геометрию трещиноватости. В настоящей заметке показывается, что тензор T_α может быть эффективно использован в задачах анизотропной