

О РАСЧЕТЕ КУМУЛЯТИВНЫХ СТРУЙ

Л. В. ШУРШАЛОВ

(Москва)

Явление образования кумулятивных струй при схождении жидкости, газа или твердой деформируемой среды под некоторым углом к плоскости или оси симметрии хорошо известно. Оно изучалось теоретически и экспериментально в работах ряда авторов (см. ссылки в [1]). Главные теоретические результаты были получены на основе модели идеальной несжимаемой жидкости. Эта модель дает хорошее качественное и количественное согласие с наблюдениями. Вместе с тем имеется ряд экспериментальных фактов, не описываемых в рамках этой модели и требующих для своего объяснения учета сжимаемости и вязкоупругих свойств среды [1].

В настоящей работе с помощью численного анализа исследуется явление образования и развития кумулятивной струи на основе модели совершенного газа. Данная модель позволяет описать эффекты, связанные со сжимаемостью среды, такие, например, как образование ударных волн.

Изучается следующая математическая задача. Пусть все пространство разделено диафрагмой достаточно произвольной формы на две области, которые заполнены газами в различных однородных состояниях. В начальный момент времени $t=0$ диафрагма мгновенно исчезает. Задача определения возникающего при этом течения представляет собой обобщение известной задачи о распаде произвольного разрыва, детально изученной в случае одномерного течения, т. е. когда диафрагма плоская (см., например, [2]). Ниже будут рассматриваться ситуации, когда граница раздела между газами представляет собой поверхность двугранного угла или конуса, а начальное направление и величина скорости и значения давления и плотности газов выбраны такими, что течение обладает плоскостью или осью симметрии и является сходящимся к этой плоскости или оси. Случай расходящегося движения были рассмотрены автором ранее [3].

Данная постановка отличается от применявшейся в модели несжимаемой жидкости, где рассматривалось по существу взаимодействие двух встречных струй конечной толщины [1].

Обсуждаемые течения описываются нестационарными уравнениями идеальной газовой динамики, которые здесь не приводятся, и являются двумерными или осесимметричными. Если в условиях задачи отсутствует характерный линейный размер, то они обладают свойством автомодельности [4]. При этом все искомые характеристики течения являются функциями лишь отношений x/At , y/At или r/At , z/At , где через x , y и r , z обозначены соответственно декартовы и цилиндрические координаты (далее считалось, что начало координат расположено в вершине угла или конуса, y и z направлены вдоль плоскости и оси симметрии, x и r — по нормали к ним, $A=(p_1/\rho_1)^{1/2}$ — постоянная с размерностью скорости, p_1 и ρ_1 — начальные давление и плотность газа в одной из областей).

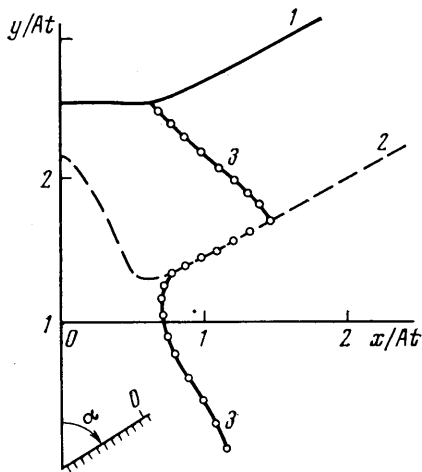
Для решения задачи был применен конечно-разностный численный метод, предложенный в [5, 6]. Использовалась подвижная расчетная сетка, в которой возникающие в течении основная ударная волна и контактный разрыв представлялись в качестве сеточных линий с выполнением на них необходимых граничных условий. Расчетная сетка бралась неравномерной. Сеточные линии располагались гуще в зоне кумулятивной струи, а также вблизи ударной волны и контактной поверхности.

Ниже обсуждаются некоторые результаты расчетов. Вначале рассматривается случай плоской струи.

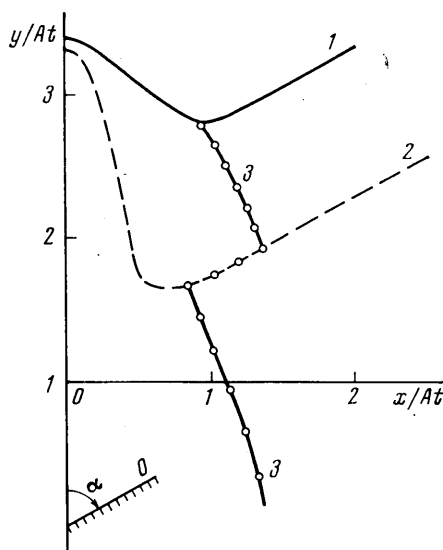
1. Пусть при $t=0$ имеются две плоские области, заполненные покоящимися газами с параметрами: $p_2/p_1=\rho_2/\rho_1=10^3$, $\gamma_1=1.4$, $\gamma_2=7$. Здесь p_i , ρ_i , γ_i ($i=1, 2$) — давление, плотность и показатель адиабаты газов. Область 1 задается в виде сектора с полууглом раствора $\alpha=60^\circ$, а область 2 дополняет ее до полной плоскости. Параметры с индексом 1, в частности, могут соответствовать воздуху при нормальных условиях ($p_1=1$ атм,

$\rho_1=0,00125 \text{ г/см}^3$), а с индексом 2 — среде типа воды, находящейся под большим давлением ($p_2=10^3 \text{ атм}$, $\rho_2=1,25 \text{ г/см}^3$).

Результаты расчета течения при $t>0$ представлены на фиг. 1. В плоскости автомодельных переменных x/At , y/At показана конфигурация границ. Цифрой 0 отмечено начальное положение разрыва, а цифрой 1 — ударная волна, идущая по воздуху. При $\alpha=60^\circ$ отражение волны от плоскости $x=0$, которую можно считать твердой стенкой, происходит нерегулярно с образованием маховской ножки. Цифрой 2 обозначена контактная



Фиг. 1



Фиг. 2

поверхность, разделяющая два газа. Вблизи оси y в положительном ее направлении выдавливается струя плотного газа из области 2. Давление в зоне струи, а также на ударной волне около плоскости симметрии, оказывается примерно в два раза выше, чем в области одномерного течения вдали от оси y .

Для того чтобы расчетная область в любой момент времени включала в себя всю зону двумерного течения, вводились помимо указанных выше еще две подвижные границы, одна, параллельная оси y и находящаяся справа от нее, и другая, совпадающая с передним фронтом волны разрежения, распространяющейся по газу в области 2. Скорость движения правой границы выбиралась такой, чтобы никакие возмущения, возникшие на плоскости симметрии $x=0$, не могли догнать ее. Поэтому данная граница всегда двигалась по области известного одномерного потока, что позволяло просто формулировать граничные условия на ней.

В рассматриваемом примере одномерный поток отделен от зоны сложного двумерного течения отраженной от плоскости симметрии ударной волной (отмечена цифрой 3; нанесена не полностью из-за ограниченности размеров фигуры). Между падающей ударной волной и контактным разрывом отраженная волна отошла дальше от оси y , чем за контактным разрывом из-за различия скоростей распространения возмущений в этих двух зонах. Отошедший дальше участок, переходя в область гораздо более плотного газа 2, становится весьма слабым. Соответствующая его часть на фигуре не нанесена. Изображенный участок в зоне газа 2 является собственно отраженной в этой области волной. По мере удаления от контактной

поверхности интенсивность этой части волны быстро падает, что связано с уменьшением составляющей скорости газа в направлении к оси y .

В автомодельных переменных дифференциальные уравнения, описывающие течение, являются уравнениями смешанного типа. Граница между зонами эллиптичности (расположена вблизи плоскости $x=0$) и гиперболичности нанесена на фиг. 1 кружками. Она здесь совпадает с фронтом отраженной волны.

Таким образом удается получить полное численное решение задачи. Применение модели газовых сред позволяет выявить ударные волны как в среде, в которую проникает струя, так и в материале самой струи. Кроме того, в данном решении в отличие от традиционного [1] строго определяется длина и форма струи.

Рассмотрим теперь другой пример, отличающийся от предыдущего тем, что начальные давления газов в обеих областях берутся одинаковыми, отношение $\rho_2 / \rho_1 = 800$ и газ в области 2 имеет скорость, равную по величине A и направленную в сторону области 1 по нормали к границе раздела. Можно считать, что «вода» здесь находится при нормальных условиях, но имеет значительную начальную скорость, по величине несколько большую скорости газа, возникшей после распада разрыва в предыдущем примере.

Результаты расчета представлены на фиг. 2 в прежних обозначениях. Отметим некоторые отличия данного течения от предыдущего.

1. Кумулятивная струя имеет большую длину, что связано с большей скоростью схождения газа к плоскости симметрии. Толщина основания струи в обоих случаях примерно одинакова.

2. Сильно выражено влияние струи на ударную волну в области маховской ножки. Струя действует в этом случае как поршень. В первом примере такое влияние явно не просматривалось, волна двигалась почти независимо от струи.

3. Наблюдается больший прирост давления в вершине кумулятивной струи, а также на ударной волне вблизи оси y . Давление здесь, на контактном разрыве, примерно, в 4 раза, а на волне в 3 раза больше соответствующих значений в области одномерного течения. Абсолютные величины давления в одномерной области в этом и предыдущем примере были почти одинаковы.

Таким образом наличие или отсутствие большого давления в материале струи перед началом движения не имеет определяющего влияния на параметры в струе, которые зависят главным образом от скорости схождения к плоскости симметрии.

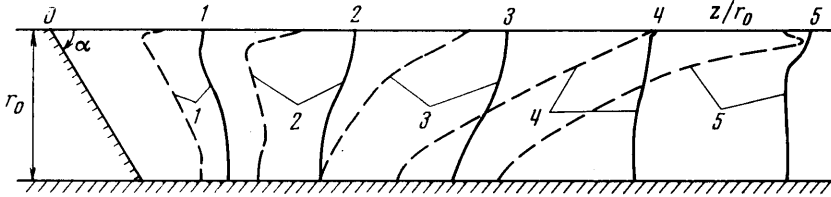
Полученные решения описывают фактически начальную стадию движения кумулятивной струи, процесс ее формирования.

Для некоторого набора исходных данных исследовалась зависимость параметров кумулятивной струи от величины угла α . Этими данными были $\rho_2 / \rho_1 = \rho_2 / \rho_1 = 100$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 1.4$, оба газа покоятся. Выбранные значения могут, в частности, соответствовать воздуху, находящемуся в области 1 при нормальных условиях, а в области 2 — сжатому до 100 атм при той же температуре. Угол α принимал различные значения от 30 до 90°. Случай $\alpha = 60^\circ$ был рассмотрен автором в [3].

Для этих данных движение ударной волны происходит практически независимо от движения струи за ней. Характер ее отражения определяется углом падения α . При $\alpha < \alpha_0$ отражение является регулярным, при $\alpha > \alpha_0$ — нерегулярным. Значение α_0 близко к 40°. Что касается поведения струи, то, как и следовало ожидать, при больших α , близких к 90°, струя выражена слабо. При уменьшении α до 55–60° длина струи становится максимальной. При дальнейшем уменьшении α эффект образования струи

ослабевает и при значениях α , меньших некоторого предельного $\alpha = \alpha_*$, струя не образуется вовсе. В рассматриваемом случае α_* несколько превышает α_0 и составляет примерно 44° .

В модели несжимаемой жидкости уменьшение угла схождения ведет к постоянному увеличению скорости и давления в струе вплоть до сколь угодно больших значений [1]. В опытах, однако, наблюдается предельный угол, приближаясь к которому струя уменьшает свою интенсивность,



Фиг. 3

а затем исчезает. Таким образом газовая модель приводит к правильному отражению этой особенности явления.

2. Осесимметричный случай, т. е. когда поверхность раздела газов при $t=0$ коническая, отличается от плоского тем, что возникающее течение является неоднородным и заранее неизвестным во всем пространстве. Здесь не удастся просто сформулировать граничные условия на подвижной границе, параллельной оси симметрии, поскольку соответствующие производные на ней не равны нулю и не известны. Поэтому в качестве таковой границы вводится неподвижная твердая стенка, на которой граничные условия очевидны. Вместо подвижной границы, соответствующей фронту волны разрежения, также вводится твердая стенка, расположенная перпендикулярно оси симметрии на некотором удалении от вершины конуса в области 2. Рассмотрение ударной волны и контактной поверхности проводится аналогично плоскому случаю.

Введение стенок на конечном расстоянии от угловой точки, вообще говоря, нарушает автомодельность задачи. Все же в окрестности вершины разделительного конуса течение будет оставаться автомодельным до моментов времени, пока к этой области не придут возмущения со стенок. Для нахождения автомодельной стадии развития кумулятивной струи необходимо достаточно точно рассчитать течение в начальные моменты времени в указанной окрестности. Не ограничиваясь рассмотрением лишь этой начальной стадии процесса, проследим за развитием струи со временем.

Сначала разберем случай, когда $\alpha = 60^\circ$, $p_2/p_1 = \rho_2/\rho_1 = 100$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 1.4$ и газы при $t=0$ покоятся. На фиг. 3 изображены положение и форма ударной волны (сплошная линия) и контактной поверхности (штриховая линия) для нескольких моментов времени τ ($\tau = t/t_0$, $t_0 = r_0/A$, r_0 — расстояние от оси симметрии до стенки). Цифрам 1–5 соответствуют значения τ , равные 0.25, 0.50, 0.82, 1.19, 1.55. Здесь и далее было удобно ось симметрии z направлять по горизонтали. Возникающее течение представляет собой по существу течение в полубесконечной цилиндрической ударной трубе, образующаяся при мгновенном удалении разделяющей два газа диафрагмы, которая имеет коническую форму. Начальное положение диафрагмы отмечено поперечной штриховкой.

Для выяснения динамики процесса полезны результаты, полученные в работе [3], где изучены различные случаи разлета газа, заполняющего при $t=0$ плоские угловые области. Это связано с качественным совпадением соответствующих плоских и конических течений.

Отметим кратко основные особенности решения. При $\tau = \tau_1$ вблизи оси симметрии (для $r \leq r_0/2$) течение еще автомодельно. Наблюдается образование небольшой струи. Ударная волна вблизи оси имеет конфигурацию, подобную возникающей при маховском отражении от плоской стенки. Волна движется практически независимо от струи за ней. Давление в струе и в волне вблизи оси больше, чем в аналогичном плоском случае, соответственно в 1.6 и 1.3 раза. Вблизи цилиндрической стенки наблюдается небольшой прогиб контактной поверхности, связанный с тем, что поток здесь расходится от стенки, при этом за контактным разрывом образуется вторичная ударная волна [3]. Контактная поверхность развивается почти автомодельно вплоть до $\tau = \tau_2$, причем это относится не только к кумулятивной струе, но и к прогибу вблизи твердой стенки. Этого нельзя сказать об ударной волне, которая к этому времени полностью теряет автомодельную форму. Ее наиболее сильная центральная часть уходит далеко вперед, обгоняя пристеночные участки.

В дальнейшем (при $\tau_3 \leq \tau \leq \tau_4$) развитие контактной поверхности происходит таким образом, что она по форме вновь становится почти конической, но с ориентацией, противоположной начальной. При этом величины давления и плотности за ней в целом выше окружающих значений. В результате происходит переход от сходящейся к оси фазы течения к расходящейся. Вследствие этого за контактным разрывом вблизи оси образуется вторичная ударная волна и наблюдается прогиб контактной поверхности (так же, как и в плоском случае [3]). Ударная волна к моменту времени $\tau = \tau_4$ значительно ослабевает. Ее догоняет кумулятивная струя и воздействует на нее подобно поршню. В результате центральная часть волны усиливается и вновь обгоняет пристеночные участки.

Приведенные результаты получены при использовании 1800 расчетных ячеек. Сравнение их с данными, найденными при числе ячеек, равном 900 и 300, показывает хорошую сходимость к решению.

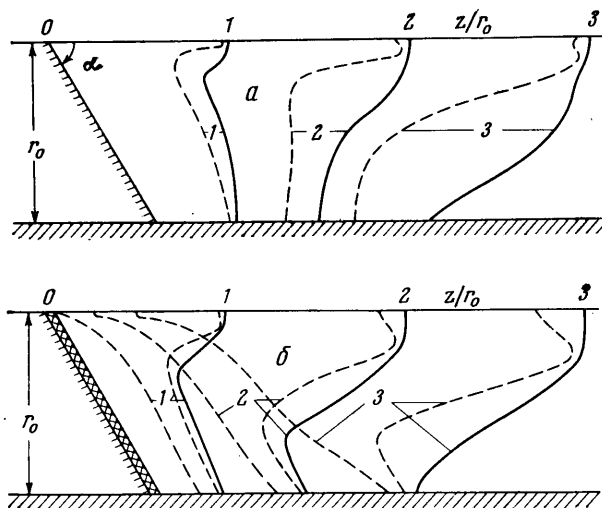
Рассмотрим теперь пример, когда исходные данные приближенно соответствуют условиям, имеющим место при взрыве кумулятивных зарядов. Пусть $\alpha = 60^\circ$, $p_2/p_1 = 10^5$, $\rho_2/\rho_1 = 10^3$, $\gamma_1 = 1.4$, $\gamma_2 = 3$, газы при $t = 0$ покоятся. Если считать, что область 1 заполнена воздухом при нормальных условиях, то $p_2 = 10^5$ атм, $\rho_2 = 1.25$ г/см³, что по порядку совпадает с величинами давления и плотности, возникающими при взрыве конденсированных взрывчатых веществ.

Динамика поведения ударной волны и контактной поверхности изображена на фиг. 4, а. Цифрами 1–3 отмечены моменты времени τ_1 – τ_3 , соответственно равные 0.021, 0.043, 0.069. Естественно, что развитие процесса здесь происходит намного быстрее, чем в предыдущем случае (\approx в 10 раз). Наблюдается более быстрая смена режимов. Уже при $\tau = \tau_1$ в вершине струи имеется углубление, которое при $\tau = \tau_3$ начинает заполняться из-за возникновения нового сходящегося движения к оси от краев углубления, где давление и плотность имеют наибольшие значения. Как видно из фигуры, движение струи и ее форма оказывают большое влияние на конфигурацию ударной волны, в особенности в ее центральной части. Перераспределение энергии в данном случае очень значительно. Наибольшее давление на контактном разрыве превышает наименьшее при $\tau = \tau_1$, τ_2 в 10 раз, при $\tau = \tau_3$ в 4 раза, на ударной волне — соответственно в 4 и 3 раза. При этом максимальное давление на контактной поверхности достигается на краю углубления, а на ударной волне — вблизи оси симметрии.

Представляет интерес рассчитать предыдущий пример, введя облицовку, т. е. тонкий слой более плотного материала, расположенный при $t = 0$ на границе раздела двух газов. На практике введение облицовки при-

водит к резкому усилению пробойного действия кумулятивной струи [1]. Ниже излагаются результаты одного такого расчета, когда в качестве облицовки был взят тонкий слой газа, у которого показатель адиабаты $\gamma=11$. Большие значения γ иногда принимаются при использовании модели газа для грубо приближенного учета свойств металлов в жидком состоянии [7]. Плотность газа в указанном слое была взята равной плотности стали (7.8 г/см^3), а давление — равным атмосферному.

Картина течения представлена на фиг. 4, б. Положение облицовки при $t=0$ отмечено двойной штриховкой. Ударная волна показана сплошной,



Фиг. 4

а две контактные поверхности, соответствующие двум сторонам облицовочного слоя, — штриховыми линиями. Цифрам 1—3 соответствуют τ , равные 0.053, 0.094, 0.139. Присутствие облицовки примерно вдвое замедляет развитие процесса и приводит к уменьшению абсолютных величин давления в приведенном диапазоне расстояний в среднем в 4 раза. Перераспределение давления имеет приблизительно такой же характер, как при отсутствии облицовки. Профили ударной волны и контактной поверхности изменяются здесь почти подобно для разных τ .

Обращает на себя внимание очень сильное расширение облицовочного слоя, связанное с большим ростом температуры в нем, значительно превышающим увеличение давления. Здесь проявляется ограниченность применяемой газовой модели. Действительно, если считать, что в области 1 воздух имеет нормальную температуру $T=300 \text{ К}$, то продукты взрыва в области 2 нагреты примерно до $3 \cdot 10^4 \text{ К}$, а в облицовочном слое при принятых естественных начальных условиях для давления и плотности температура близка к абсолютному нулю. В более поздние моменты времени температура в указанном слое резко возрастает, достигая нескольких тысяч градусов. Никакое изменение начальных данных в облицовочном слое не позволяет устранить такое неестественно сильное его расширение. Поэтому в принципе необходимо применять более реальную модель для термодинамического описания материала облицовки.

Несмотря на отмеченную ограниченность принятой модели, стоит указать на одну интересную качественную особенность данного течения. Если при отсутствии облицовки максимальное давление на ударной волне и на

контактной поверхности имеет место в начальные моменты времени и затем оно быстро и монотонно падает, то здесь сначала наблюдается рост давления, при некотором τ (в данном примере при τ , несколько большем τ_1) достигается максимум и лишь после этого начинается его падение. Подобное поведение наблюдается и у некоторых других характеристик течения, при этом времена достижения максимальных значений, вообще говоря, различны. Так, плотность за правой контактной поверхностью вблизи оси симметрии становится максимальной при $\tau \approx \tau_2$ (разумеется, в данном случае максимальное значение ρ меньше первоначального при $\tau=0$). Это же можно сказать и про произведение плотности на осевую компоненту скорости ρw . При этом абсолютные значения последних величин оказываются в противоположность давлению существенно большими, чем при отсутствии облицовки (соответственно в 7 и в 3 раза). Отмеченные факты могут, по-видимому, объяснить, с одной стороны, усиление пробойного эффекта при введении облицовки, а с другой — наличие определенного фокусного расстояния, при котором этот эффект наибольший.

В отличие от приведенного рассмотрения в модели несжимаемой жидкости для осесимметричных струй полного решения пока еще не получено. Имеется лишь приближенная теория. Разумеется, газовая модель сама по себе имеет много недостатков и, например, для расчета кумулятивных зарядов менее пригодна, чем модель несжимаемой жидкости. По существу она представляет собой другой предельный случай, рассмотрение которого позволяет выявить и изучить качественные эффекты, связанные со сжимаемостью среды.

Поступила 9 VII 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.*, Проблемы гидродинамики и их математические модели. М., «Наука», 1973.
2. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1953.
3. *Шуршалов Л. В.* Об одном классе двумерных нестационарных течений с ударными волнами. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 2.
4. *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1965.
5. *Годунов С. К.* Разностный метод численного расчета разрывных уравнений гидродинамики. Матем. сб., 1959, т. 47, вып. 3.
6. *Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П.* Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отошедшей ударной волной. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 6.
7. *Коробейников В. П., Остроумов Г. А.* Еще о кавитационном разрушении. Акуст. ж., 1965, т. 11, вып. 4.