МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 4 • 1975

УДК 533.6.011.5

ОСОБЕННОСТИ СВЕРХЗВУКОВЫХ ОБТЕКАНИЙ ЗАОСТРЕННЫХ ТЕЛ ПРИ ОТОШЕДШЕЙ УДАРНОЙ ВОЛНЕ

В. Н. ИВАНОВА, Ю. Б. РАДВОГИН

(Москва)

Приводятся результаты численного исследования осесимметрического обтекания одного семейства тел с таким заострением, при котором ударная волна является отошедшей. Показано, что сверхзвуковая часть потока для всех тел семейства при фиксированном значении M_∞ остается одной и той же, несмотря на то что форма дозвуковой зоны связана с углом заострения β весьма сильно. Выяснено, что заостренность существенно изменяет структуру потока лишь при β, близких к критическому значению β_*. Изучается зависимость от формы тела отхода ударной волны и ее радиуса кривизны на линии растекания. Обсуждаются эффекты, присущие течениям около сильно заостренных тел. Вводится безразмерный параметр, характеризующий каждое тело рассматриваемого семейства и с его помощью устанавливаются общие закономерности течений. Анализируются данные, иллюстрирующие возможность применения такой параметризации для более широкого класса заостренных тел.

1. Рассмотрим стационарное осесимметрическое сверхзвуковое обтекание невязким газом ($\gamma=1.4$) тела $Q(\beta)$ (фиг. 1), образованного присоединением к сфере единичного радиуса касательного конуса с углом полураствора, равным β. Пусть M_∞ — значение числа Маха набегающего потока. Как известно, при $\beta>\beta_*$ ударная волна обязана быть отошедшей ($\beta_*(M_\infty)$ — максимальный угол полураствора бесконечного конуса, для которого существует автомодельное, коническое течение). Для получения достаточно полной информации было проведено две серии расчетов:

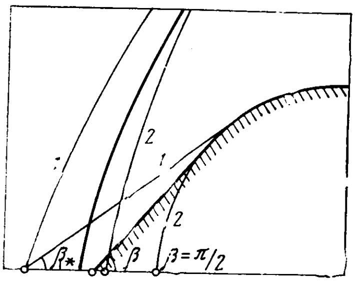
1. $M_\infty=2$; $\beta=70, 60, 50, 45°$; $\beta_*=0.6971\,(39°56{,}5')$

2. $M_\infty=6$; $\beta=80, 75, 70, 65, 60, 57°$; $\beta_*=0{,}9406\,(53°53{,}5')$

Течения с такими значениями M_∞ являются типичными для своих диапазонов: структура потока претерпевает качественные изменения при переходе через $M_\infty\sim3-4$. Интервал изменения β в каждой серии близок к максимальному. Во всех вариантах рассчитываемая часть потока ограничивалась конической поверхностью $\theta=1.631$ $(93°27')$ с вершиной в центре сферы.

Сравнительный анализ течений будем производить с помощью изолиний и графиков давления. Значения плотности ρ и давления P обезразмерены отнесением к одноименным функциям набегающего потока.

Начнем со случая $M_\infty=2$. На фиг. (2) представлено обтекание тела с $\beta=60°$ (*а*) и $\beta=45°$ (*б*). На верхних половинах показаны линии постоянных значений M — местного числа Маха, на нижних — изохоры. Изолинии M в первом случае являются выпуклыми вниз по потоку кривыми, качественно мало отличающимися от соответствующих кривых для потока, обтекающего сферу (ср., например, с фиг. 14.28 [1]). Расчет для тела с $\beta=70°$ дает, естественно, близкую картину. Даже при $\beta=50°$ различие еще невелико. И только для более острого тела — $\beta=45°$ — ситуация сущест-



Фиг. 1

венно меняется: изолинии M в дозвуковой части резко сдвигаются к носку и становятся пологими.

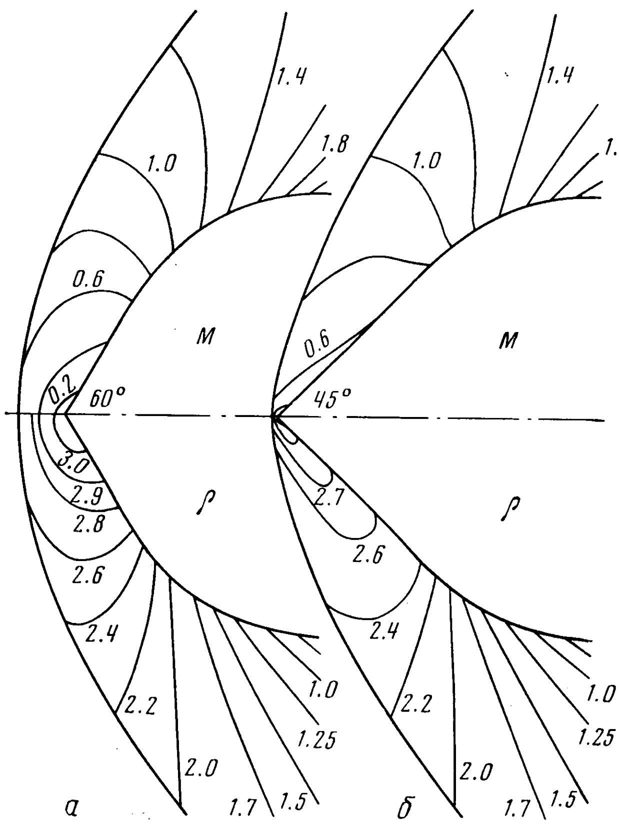
Подчеркнем, что сверхзвуковая часть потока почти не зависит от β. Сверхзвуковые изолинии M практически одни и те же для $\beta=90-50°$; некоторое различие появляется лишь при $\beta=45°$. Этот вывод представляется весьма важным.

Перестройка изохор, вызванная уменьшением β, аналогична описанной выше. Поле плотности в сверхзвуковой зоне также почти не зависит от угла заострения.

Иллюстрацию обтеканий завершают графики давления (фиг. 3). Аргумент — полярный угол θ. Верхняя (в левой части графика) группа кривых относится к поверхности тела, нижняя — к ударной волне. Цифрами обозначены различные углы заострения: *1*—70°, *2*—60°, *3*—50° и *4*—45°.

Перейдем к $M_\infty=6$. Здесь также справедливо утверждение о неизменности сверхзвуковой зоны. Как и при $M_\infty=2$, поток сильно деформируется лишь при околокритических заострениях. Это хорошо прослеживается по изолиниям, изображенным на фиг. 4, где представлены тела с $\beta=70°$ (*а*), 60° (*б*) и 57° (*в*).

Сравнивая изохоры, можно заметить одну любопытную деталь: линия, играющая роль сепаратрисы, соответствует одному и тому же значению плотности (≈5.15) вне зависимости от β.

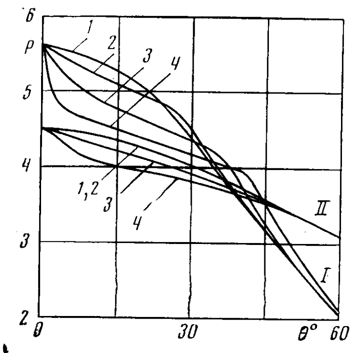


Фиг. 2

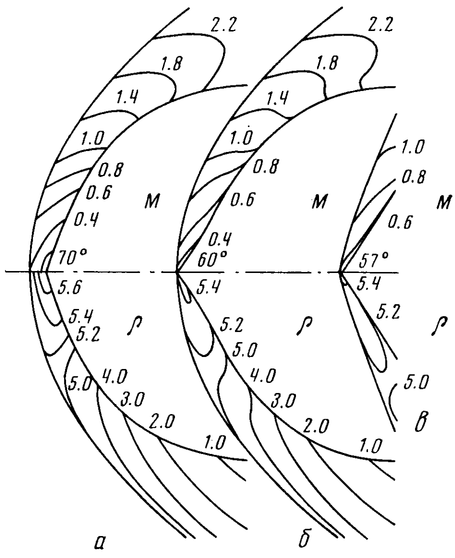
Последнее замечание. При каждом значении M_∞ газодинамические функции на линии растекания слабо зависят от β (при условии, что за единицу длины принят отход ударной волны).

2. В п. 1 основным аргументом, определяющим структуру потока, является угол заострения β. Такой выбор целесообразен при фиксированном значении M_∞. Для описания же общих закономерностей необходимо использовать другую величину, так как одному и тому же телу отвечают при разных M_∞ принципиально различные течения. Изучение околокритических ситуаций удобно проводить, используя в качестве аргумента разность $\beta-\beta_*$. Но тогда возникают трудности при сравнении обтеканий слабо заостренных тел ($\beta\approx 90°$).

Оказывается, можно ввести безразмерный параметр, удачно характеризующий течения в широком диапазоне изменения β и M_∞. Проведем следующее построение. Присоединим к сфере касательный конус с $\beta=\beta_*$, т. е. рассмотрим предельное тело $Q_*=Q(\beta_*)$ изучаемого семейства $Q(\beta)$. (На фиг. 1 Q_* и соответствующая ударная волна отмечены цифрой 1.) Другое предельное тело — $Q(\pi/2)$ — сфера (цифра 2). Пусть $\delta(\beta, M_\infty)$ — расстояние между вершинами Q и Q_*. Обозначим $\delta(\pi/2, M_\infty)$ через δ_* и введем безразмерную величину $\xi=\delta/\delta_*(\delta=\operatorname{cosec}\beta_*-\operatorname{cosec}\beta)$. При этом интервалу $\beta_*\leqslant\beta\leqslant\pi/2$ будет соответствовать интервал $0\leqslant\xi\leqslant 1$.



Фиг. 3



Фиг. 4

Рассмотрим теперь зависимость отхода ударной волны ε от формы тела, т. е. от β. Априори $\varepsilon=\varepsilon(\beta, M_\infty)$. Однако, как показано в [2], для безразмерной величины отхода $\varepsilon_0=\varepsilon/\delta_*$ число параметров понижается: $\varepsilon_0=\varepsilon_0(\xi)$.

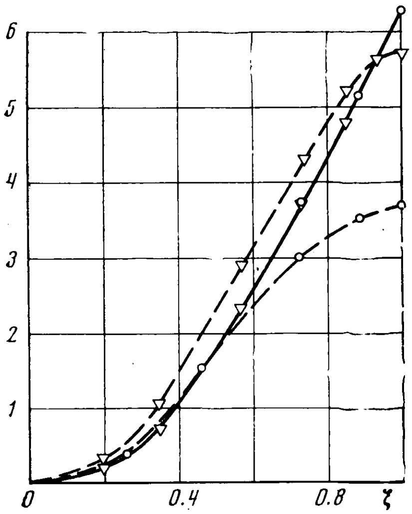
Подчеркнем, что переход от β к ξ — не просто отображение на единичный отрезок всего интервала изменения β: последнее можно реализовать проще, положив, например, $\xi=(\beta-\beta_*)/(\pi/2-\beta_*)$. Однако понижения числа параметров в этом случае не происходит.

Применим ту же переменную ξ для характеристики радиуса кривизны ударной волны R на линии растекания. Для определения R воспользуемся простым соотношением, полученным путем дифференцирования условий на ударной волне

$$R=2M_\infty c_\infty(\rho-\rho_\infty)\Big/\frac{\partial\rho u}{\partial z}$$

где c_∞ — скорость звука набегающего потока, а ρ и $\partial\rho u/\partial z$ вычисляются непосредственно за фронтом волны. (Эти функции гладкие и их численное дифференцирование может быть проведено с удовлетворительной точностью.)

В таблице представлены значения ξ, ε и R по всем рассчитанным вариантам, включая сферу. На фиг. 5 даны графики функций ε_0 (сплошная линия — $\varepsilon_0 \times 10$) и $R_0 = R/\delta_*$ (пунктир). Здесь, конечно, $R_0 = R_0(\xi, M_\infty)$, так как R_0 зависит от M_∞ даже для сферы — при $\xi = 1$. Расчетные точки, помеченные кружком, относятся к $M_\infty = 2$, треугольником — к $M_\infty = 6$.



Фиг. 5

3. Представляет интерес изучение поведения ε_0 и R_0 при $\xi \to 0$, т. е. для углов β, приближающихся к критическому значению. Из таблицы и фиг. 5 можно заключить, что обе эти функции ведут себя квадратично: $\varepsilon_0 \sim a\xi^2$ и $R_0 \approx b\xi^2$.

Ясно, что такая же асимптотика возникает и при обтекании других (отличных от сферы) тел с конической насадкой. Столь быстрое сближение ударной волны с телом означает, что при малой, но еще вполне заметной величине разности $\beta - \beta_*$ отход ε (и R) становится сравнимым с толщиной самой ударной волны, и, таким образом, последнюю можно рассматривать как присоединенную. Впрочем, при таких заострениях реальные процессы осложняются эффектами, выходящими за рамки рассматриваемой модели (невязкий, нетеплопроводный газ).

Сказанное выше означает, что экспериментальное определение критического значения β_* должно приводить к некоторой «затяжке», т. е. β_* (экспериментальное) обязано несколько превышать β_* (теоретическое). Используя результаты расчетов, можно показать, что разность между этими величинами должна быть порядка 0.5—1°. Это явление, действительно, наблюдалось при продувках ([3], стр. 330).

M_∞	β	90°	80°	75°	70°	65°	60°	57°	50°	45°
2	ξ	1.000			0.885		0.723		0.461	0.257
	ε	0.350			0.287		0.209		0.083	0.022
	R	2.06			1.96		1.67		0.88	0.23
6	ξ	1.000	0.935	0.851	0.730	0.565	0.349	0.191		
	ε	0.149	0.134	0.114	0.087	0.055	0.017	0.005		
	R	1.36	1.34	1.24	1.05	0.70	0.26	0.06		

Поведение ε_0 и R_0 вблизи $\xi = 1$ (при начальных, слабых заострениях) целиком определяется формой исходного затупленного тела. По-видимому, начальное смещение волны пропорционально изменению объема тела, вызванному присоединением конической насадки. Для исследуемого случая (сфера) такое предположение приводит к соотношению $\varepsilon_0'(\xi) = 1$ при $\xi = 1$, что прекрасно согласуется с расчетами. Отсюда, кстати, следует, что

$\varepsilon'(\beta)=0$ при $\beta=\pi/2$. При затуплениях с нулевой кривизной (торец, или $r=z^{\alpha}$, $\alpha<0.5$) следствием такой гипотезы является отличие от нуля производной $\varepsilon'(\beta)$ в окрестности начального затупления, что находит косвенное подтверждение в [4], где рассматривается обтекание конического тела с изломом образующей. Заметим, что вывод автора [4] о независимости отношения R/ε от β противоречит расчетам авторов данной работы и может быть объяснен лишь малостью диапазона исследованных значений β, что становится особенно ощутимым при пересчете на определенный соответствующим образом параметр ξ.

Вернемся к вопросу о поведении течения при $\xi\to 0$. Теперь ясно, что граница резкой перестройки потока вне зависимости от M_∞ определяется той окрестностью, где начинает сказываться асимптотический, квадратичный характер функций ε_0 и R_0 ($\xi<0.3$). При таких заострениях вся область четко делится на две части: переднюю, имеющую характерную длину порядка $(\beta-\beta_*)^2$, и основную, где градиенты всех функций сравнительно невелики (см. фиг. 2–4).

Очевидно, что предельная форма ударной волны присоединенная, коническая (локально). На фиг. 4, *в* показана структура передней части потока при заострении 57°. Однако расчеты не дают ответа на вопрос, будет ли предельная ударная волна прямолинейной в конечной окрестности носка, или ее кривизна везде отлична от нуля. Аналогии же с плоским случаем здесь неприменимы.

Подчеркнем еще, что предельный переход к течению с присоединенной ударной волной неравномерен, так как энтропия на линии растекания, а следовательно, и на поверхности тела, при отошедшей ударной волне определяется из условий прямого скачка. Эта неравномерность хорошо заметна на графиках.

4. Приведем некоторые данные, характеризующие вычислительную сторону задачи. Использовался конечно-разностный алгоритм [5], в который были внесены незначительные изменения, связанные с наличием заострения. На острие ставилось условие торможения; никакого «скругления» не производилось. Расчеты проводились на существенно неравномерной сетке (286 точек) со сгущением в окрестности носка, зависящим от β. Стационарное решение получалось с помощью процесса установления по t. Время установления, обезразмеренное соответствующим образом, зависит от M_∞. Для $M_\infty=6$ $T\sim 1$, для $M_\infty=2$ $T\sim 2-3$. Шаг по времени при умеренных заострениях равнялся 0.004. Однако по мере приближения β к β_* его приходилось уменьшать до 0.002 или даже до 0.001, что объясняется большими коэффициентами сгущения пространственной сетки.

Анализ значений энтропии на теле и интеграла Бернулли во всем потоке, а также согласованность результатов при вариации разностной сетки позволяют утверждать, что точность расчетов тел с умеренным заострением достаточно высока, а для последних вариантов каждой серии удовлетворительна – погрешность не превышает 3–5% на поверхности тела и резко падает во внутренней области.

Поступила 3 VIII 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Любимов А. Н., Русанов В. В.* Течения газа около тупых тел, ч. 1, М., «Наука», 1970.
2. *Радвогин Ю. Б.* Зависимость отхода ударной волны от числа Маха набегающего потока. Докл. АН СССР, 1974, т. 215, № 5.
3. *Краснов Н. Ф.* Аэродинамика, М., «Высшая школа», 1971.
4. *Rao P. P.* Supersonic flow past large — angle pointed cones. AIAA Journal, 1972, vol. 10, No. 12. (Рус. перев.: Сверхзвуковое обтекание конуса с большим углом при вершине. Ракетная техника и космонавтика, 1972, № 12.)
5. *Бабенко К. И., Иванова В. Н., Казанджан Э. П., Кукаркина М. А., Радвогин Ю. Б.* Нестационарное обтекание головной части затупленного тела идеальным газом. М., Препринт ИПМ АН СССР, 1969.