

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛОСКОЙ  
ПОПЕРЕЧНОЙ СТРУИ ГАЗА СО СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ**

**В. В. ЕРЕМИН, Ю. М. ЛИПНИЦКИЙ, А. Н. ПОКРОВСКИЙ,  
В. И. УСКОВ, В. Н. ШМАНЕНКОВ**

(Москва)

Рассматривается задача о взаимодействии двумерной поперечной газовой струи, истекающей из щели на плоской пластине, со сверхзвуковым потоком. Для определения характеристик такого типа течений предложено несколько теоретических методов, базирующихся на различных подходах и физических моделях. Среди них можно выделить следующие основные направления: квазидномерный метод [1], использование теории сильного взрыва [2] и методы, основанные на эквивалентности воздействия на внешний поток струи и некоторого твердого тела [3, 4].

Однако перечисленные расчетные схемы [1-4] не позволяют выявить структуру течения в струе и во внешнем потоке (конфигурацию ударных волн, границы струи, распределение газодинамических параметров в поле течения и т. д.).

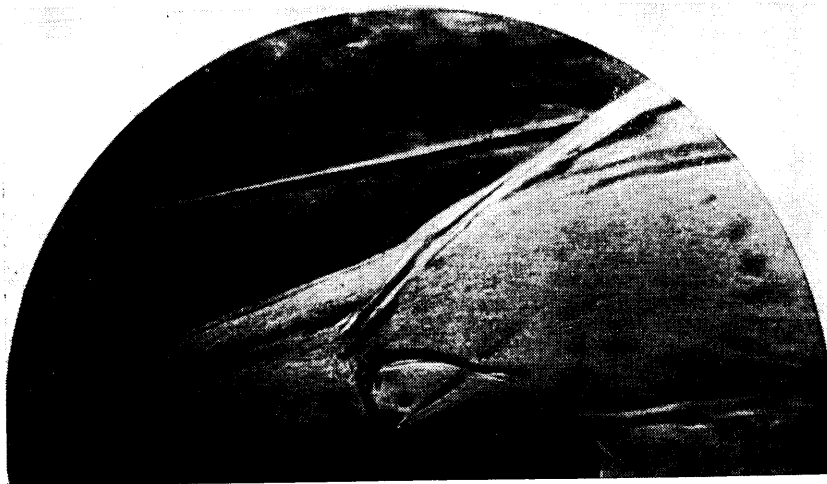
Одновременно с развитием теоретических методов проводились широкие экспериментальные исследования этого явления, в которых определялась картина течения, измерялось распределение давления в области взаимодействия и т. д. [5, 6]. В настоящей работе предлагается метод расчета, позволяющий детально исследовать структуру течения в струе и во внешнем потоке вне отрывной области. В основу метода положена экспериментально подтвержденная гипотеза: разделительная линия тока в слое смещения оторвавшегося пограничного слоя (линия «постоянных масс») пересекает границу струи в точке максимального отхода струи от среза сопла в сторону набегающего потока.

1. Известно, что при истечении интенсивной поперечной струи перед ней на теле может возникать развитая отрывная зона. Теплеровская фотография такого течения приведена на фиг. 1. Наличие передней отрывной области приводит к появлению в потоке косоугольного (критического) скачка уплотнения, который вместе с головным отошедшим скачком перед струей образует хорошо заметную на фотографии  $\lambda$ -конфигурацию. В районе соударения оторвавшегося пограничного слоя со струей в ней возникает сильная ударная волна, изображение которой отчетливо видно на фиг. 1. Так как ударная волна почти параллельна пластине, то непосредственно за ней должна существовать зона дозвуковых скоростей.

За струей образуется задняя отрывная область, напоминающая по своим характеристикам донную область за телом. Показано [1, 3, 4], что характеристики течения в передней зоне отрыва перед струей почти такие же, как и в отрывной области перед щитком или ступенькой (за исключением окрестности непосредственно перед струей). Об этом, в частности, свидетельствует распределение давления на поверхности пластины с характерным «плато» за точкой отрыва.

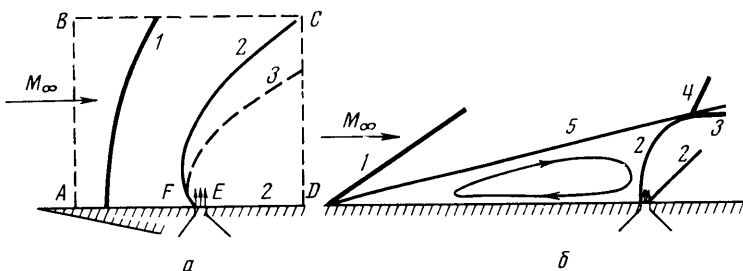
На основании изучения картины течения может быть предложено несколько расчетных схем решения задачи. Простейшей схемой взаимодействия поперечной струи с набегающим потоком является схема, не учитывающая существования отрывной зоны [7]. Перед струей возникает отошедшая ударная волна, а в самой струе — висячий скачок уплотнения. Такое течение было рассчитано авторами настоящей работы методом установления с использованием разностной схемы [8]. На фиг. 2, а представлены ре-

зультаты конкретного расчета: число Маха набегающего потока  $M_\infty=4$ , отношение полного давления в струе к статическому давлению в набегающем потоке  $p_{0j}/p_\infty=125$ , число Маха на выходе из сопла  $M_j=1.5$ , показатели адиабаты набегающего потока и струи  $\kappa_\infty=\kappa_j=1.4$ . Линией 1 здесь отмечена отходящая ударная волна, 2 — границы струи, 3 — внутренний висячий скачок уплотнения.



Фиг. 1

Однако отрывная зона, возникающая перед струей в реальных случаях, существенно меняет картину течения. Наличие отрывной зоны можно учесть, используя известный метод Чепмена — Корста [9]. При этом предполагается, что двумерная струя истекает в затопленное пространство с двумя различными величинами давления, соответствующими значениям в передней и задней отрывных зонах. Параметры передней отрывной зоны

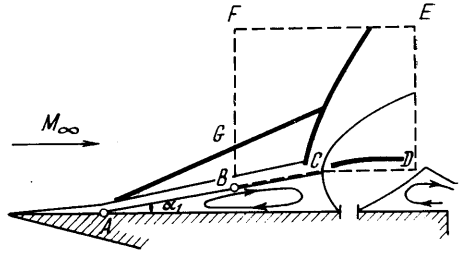


Фиг. 2

считаются известными (с точностью до положения точки отрыва), так как они определяются числами Маха и Рейнольдса набегающего потока. Протяженность отрывной зоны находится на основании замыкающего условия Чепмена — Корста. При этом в отличие от твердой стенки необходимо учесть излом контура струи и косой скачок уплотнения внутри струи, возникающий в точке пересечения ее с границей отрывной зоны. Пример подобного расчета приведен на фиг. 2, б ( $M_\infty=2.0$ ;  $p_{0j}/p_\infty=73.5$ ;  $\kappa_\infty=\kappa_j=1.4$ ;  $M_j=3.0$ ;  $Re_s=10^3$ , где  $Re_s$  — число Рейнольдса в точке отрыва). Линией 1

отмечен критический скачок уплотнения; 2 — границы струи, 3, 4 — скачки уплотнения в набегающем потоке и в струе в точке присоединения разделяющей линии тока 5 к струе. Следует отметить, что результаты этих расчетов плохо согласуются с экспериментальными данными.

Ниже предлагается модель течения, результаты расчета по которой хорошо подтверждаются экспериментальными данными. В основу этой модели положены следующие гипотезы: 1) характеристики течения в передней зоне отрыва перед струей такие же, как и в зоне отрыва перед плоским щитком, 2) разделяющая линия тока предполагается прямолинейной и достигает границы недорасширенной струи в точке максимального отклонения струи в сторону набегающего потока, 3) струя при выходе из сопла распространяется как в затопленном пространстве (течением в отрывной зоне ниже разделяющей линии тока пренебрегается) с переменным давлением вдоль передней границы и постоянным, равным донному давлению за плоским уступом, — вдоль задней, 4) давление на передней границе струи изменяется от давления в области плато передней отрывной области до давления торможения на разделяющей линии тока, 5) влиянием вязкости на границах струи пренебрегается.



Фиг. 3

2. Отметим некоторые особенности процедуры расчета в рамках предложенной модели течения. Начальными данными являются:  $M_\infty$ ,  $Re_L$ ,  $M_j$ ,  $p_{0j}/p_\infty$ ,  $\kappa_\infty$ ,  $\kappa_j$ ,  $\varphi_j$ , где  $L$  — расстояние от передней кромки пластины до сопла,  $\varphi_j$  — угол раскрытия плоского сопла.

Произвольно выбирается положение точки отрыва пограничного слоя и по известным зависимостям находятся наклон критического скачка уплотнения и положение разделяющей линии тока [10, 11]. Таким образом определяются давление в области плато и полное давление на разделяющей линии тока, которые служат исходными данными для расчета струи. Из геометрических соотношений приближенно определяется координата  $y_1^{(0)}$  (координата точки пересечения границы струи с разделяющей линией тока). Далее производится расчет струи и определяется новое значение координаты  $y_1^{(1)}$ . В случае несовпадения значений  $y_1^{(0)}$  и  $y_1^{(1)}$  производится изменение положения точки отрыва и определяется новое значение  $y_1^{(2)}$ . Итерационный процесс повторяется до тех пор, пока оба значения не совпадут с заранее заданной точностью ( $|y_1^{(i)} - y_1^{(i-1)}| < \epsilon$ ).

Следует отметить, что газодинамические параметры на разделяющей линии тока зависят от числа  $Re$ , в точке отрыва. В случае турбулентного пограничного слоя этим влиянием можно пренебречь, если размеры отрывной зоны значительно превышают толщину пограничного слоя [10].

Задание давления на передней и задней границах сверхзвуковой струи позволяет провести расчет параметров в ней. Однако поскольку давление вдоль передней границы струи переменное, необходимо задать закон его изменения. Анализ различных видов аппроксимации давления (коэффициента нерасчетности) вдоль передней границы струи показал, что удовлетворительное совпадение с экспериментом дает параболический закон

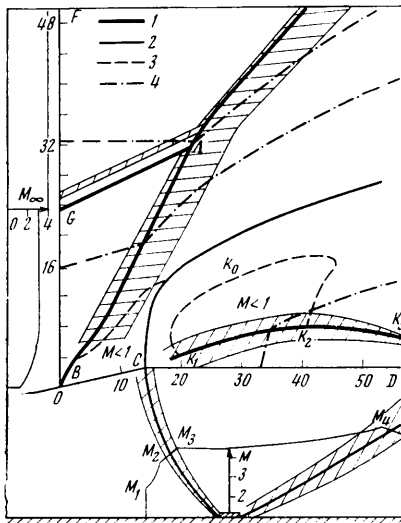
изменения коэффициента нерасчетности  $n$  ( $n=ay^2+n_2$ ), где  $x, y$  — прямоугольная система координат с началом в центре сопла, ось  $x$  направлена вдоль пластины, ось  $y$  — по нормали к ней; все размеры отнесены к ширине выходного сечения сопла  $d$ ;  $n=p/p_1$ ;  $p_1$  — статическое давление в струе на выходе из сопла,  $p_1$  — переменное давление на внешней границе струи;  $n_2=p/p_2$ , где  $p_2$  — давление в области плато передней зоны отрыва. Коэффициент  $a$  определяется из условия, что при некотором  $y_1$ , соответствующем максимальному отклонению струи в сторону набегающего потока, коэффициент нерасчетности  $n=n_3=p/p_3$ , где  $p_3$  — давление торможения на разделительной линии тока.

В настоящей работе для расчета струи использовался конечно-разностный метод [12], позволяющей определять все необходимые газодинамические параметры в поперечных сечениях струи.

Определение параметров в слое смещения выше разделительной линии тока осуществлялось на основании работы [11], где найдены автомодельные профили скорости и плотности в зоне свободного турбулентного перемешивания сжимаемого газа. Необходимо отметить, что направление разделительной линии тока не совпадает с вектором скорости за критическим скачком уплотнения. Указанная разница  $\sim 1^\circ$  для несжимаемого течения и увеличивается с ростом числа  $M$ .

Таким образом, определены все необходимые граничные условия для решения задачи о взаимодействии струи с потоком (фиг. 3): на отрезке  $BF$  — профили газодинамических функций перед и за критическим скачком уплотнения и в слое смещения; на отрезке  $BC$  — условие непротекания; на отрезке  $CD$  — параметры в сечении струи; на участках  $DE$  и  $FE$  — условия «свободного вытекания» (выравнивания параметров по нормальной координате). Область  $BCDEF$  с помощью преобразования  $\xi=[y-y_2(x)]/[y_3(x)-y_2(x)]$  преобразуется в прямоугольник  $0 \leq \xi \leq 1$ ,  $x_B \leq x \leq x_D$ . Здесь  $y=y_2(x)$  — уравнение нижней границы  $BCE$ ,  $y=y_3(x)$  — уравнение верхней границы  $FE$ . Расчет течения в этой области проводится методом установления с использованием явной разностной схемы [8]. Для уменьшения осцилляций, возникающих в окрестности разрывов функций, применяется процедура сглаживания. Коэффициент при операторе сглаживания выбирается автоматически по параметрам потока. В качестве начальных условий берется набегающий сверхзвуковой поток во всем поле течения.

3. Картина течения, полученная в результате численного решения задачи о взаимодействии плоской боковой струи со сверхзвуковым потоком, изображена на фиг. 4, где по координатным осям отмечены номера координатных линий. В данном случае  $M_\infty=4$ ,  $M_j=1.5$ ,  $p_j/p_\infty=34$ ,  $\kappa_\infty=\kappa_j=1.4$ . В области струи между выходным сечением сопла и отрезком  $CD$  отметим следующие особенности течения, полученные в расчете: внутри струи не возникает всячих скачков уплотнения, хотя наблюдается значительный



Фиг. 4

отрезке  $CD$  — параметры в сечении струи; на участках  $DE$  и  $FE$  — условия «свободного вытекания» (выравнивания параметров по нормальной координате). Область  $BCDEF$  с помощью преобразования  $\xi=[y-y_2(x)]/[y_3(x)-y_2(x)]$  преобразуется в прямоугольник  $0 \leq \xi \leq 1$ ,  $x_B \leq x \leq x_D$ . Здесь  $y=y_2(x)$  — уравнение нижней границы  $BCE$ ,  $y=y_3(x)$  — уравнение верхней границы  $FE$ . Расчет течения в этой области проводится методом установления с использованием явной разностной схемы [8]. Для уменьшения осцилляций, возникающих в окрестности разрывов функций, применяется процедура сглаживания. Коэффициент при операторе сглаживания выбирается автоматически по параметрам потока. В качестве начальных условий берется набегающий сверхзвуковой поток во всем поле течения.

3. Картина течения, полученная в результате численного решения задачи о взаимодействии плоской боковой струи со сверхзвуковым потоком, изображена на фиг. 4, где по координатным осям отмечены номера координатных линий. В данном случае  $M_\infty=4$ ,  $M_j=1.5$ ,  $p_j/p_\infty=34$ ,  $\kappa_\infty=\kappa_j=1.4$ . В области струи между выходным сечением сопла и отрезком  $CD$  отметим следующие особенности течения, полученные в расчете: внутри струи не возникает всячих скачков уплотнения, хотя наблюдается значительный

градиент давления вблизи передней границы струи; центральная линия тока струи сохраняется прямолинейной, что свидетельствует об отсутствии взаимного влияния границ струи.

Профили чисел  $M$  струи и набегающего потока вдоль отрезков  $BF$  и  $CD$  приведены на фиг. 4. Отметим здесь область малых чисел  $M$  в окрестности разделяющей линии тока и критический скачок уплотнения в точке  $G$ . В распределении числа  $M$  на отрезке  $CD$  имеется область  $M_1M_2$  резкого изменения числа  $M$ , что свидетельствует о зарождении висячего скачка уплотнения, который, как будет показано ниже, возникает в струе в окрестности точки  $C$ . Распределение числа  $M$  дает полное представление о распределении остальных газодинамических параметров, таких, как  $|V|$ ,  $p$ ,  $\rho$ , однозначно связанных с числом  $M$  и параметрами на срезе сопла формулами изобарического течения. Отметим, что давление в точке  $C$  равно давлению торможения на разделительной линии тока.

На фиг. 4 линиями 1 изображены ударные волны, линией 2 — граница струи (контактный разрыв), 3 — звуковые линии. Экспериментальное положение ударных волн и границы струи нанесено на этой фигуре в виде заштрихованных полос. Наблюдается хорошее согласование результатов расчета с экспериментальными данными, полученными авторами. Ударные волны и контактный разрыв выстраивались по точкам, характеризующим максимальные изменения газодинамических параметров (ударные волны — по распределению давлений, граница струи — по распределению плотности). При построении линий тока, приведенных на фиг. 4 линиями 4, использовался закон сохранения потока массы через контрольную поверхность, верхней границей которой выбиралась искомая линия тока. Следует подчеркнуть, что построенная таким образом граница струи (линия нулевого расхода) хорошо согласуется с результатами, полученными из анализа распределения плотности.

В рамках модели идеального газа границу струи можно рассматривать как поверхность некоторого затупленного тела, перед которым возникает отошедшая ударная волна. При этом неравномерность набегающего потока в области  $BG$  (фиг. 4) приводит к появлению на отошедшей ударной волне точки перегиба и к увеличению отхода волны на разделительной линии тока. Звуковая линия, отделяющая область дозвуковых скоростей в ударном слое перед струей, приходит в окрестность точки перегиба отошедшего скачка уплотнения. На границе струи эта звуковая линия попадает в область максимального изменения угла наклона границы струи. Отметим, что поворот вектора скорости в ударном слое вдоль границы струи в звуковой точке составляет  $\sim 45^\circ$ , что близко к положению звуковой точки на цилиндре при обтекании его сверхзвуковым потоком.

Пересечение отошедшей ударной волны с критическим скачком уплотнения происходит в сверхзвуковой области течения. Локальное рассмотрение точки пересечения двух входящих скачков подробно исследовано в работе [13], где определены области существования различных конфигураций и даны количественные оценки интенсивности отраженных разрывов. Располагая результатами численного решения, можно определить углы наклона взаимодействующих скачков и определить по результатам этой работы интенсивность отраженного разрыва. Оказалось, что в рассматриваемом случае интенсивность отраженного разрыва близка к нулю.

Внутри струи возникает висячий скачок уплотнения  $K_1K_2$ , зарождающийся в передней части струи вблизи точки пересечения ее границы с разделительной линией тока. Интенсивность этого скачка весьма значительна, и на некоторой его части ( $K_1K_2$ ) поток в нем тормозится до дозвукового. Область дозвукового течения в струе ограничена скачком  $K_1K_2$  и звуковой линией  $K_1K_0K_2$ .

Вдоль всей границы струи в передней ее части существует область сверхзвуковых скоростей («сверхзвуковое горло»). Действительно, в силу распределения газодинамических функций в сечении  $CD$  возникающая внутри струи ударная волна  $K_1K_2$  не может быть гладко продолжена вплоть до границы струи. В противном случае давление на границе струи на порядок (в 7—8 раз) превышало бы давление в точке торможения внешнего потока. Эти оценки получаются в предположении, что углы между линиями тока струи и ударной волной в передней части струи близки к  $90^\circ$ . Положение внутреннего скачка уплотнения, полученное в расчете, хорошо согласуется с экспериментальными данными и позволяет сделать такое предположение. Следовательно, продолжить внутренний скачок к границе струи можно только резко изменив его наклон. Вниз по потоку струи скачок отклониться не может, так как это привело бы к отклонению границы струи в сторону набегающего потока, что противоречит имеющимся экспериментальным данным и расчетной модели течения. Резкое отклонение скачка вверх по потоку привело бы к тому, что он пересек бы отрезок  $CD$ , и в точке пересечения скачка с границей струя повернула бы по направлению набегающего потока. В этом случае точка максимального удаления струи в сторону набегающего потока сместилась бы ниже точки  $C$ , что также противоречит расчетной модели течения. Следует отметить, что в последнем случае даже при нарушении справедливости предложенной модели течения «сверхзвуковое горло» существовало бы, так как потери полного давления в косом скачке уплотнения пренебрежимо малы ввиду малости сверхзвукового числа  $M$  ( $M < 3$ ) в окрестности критической точки.

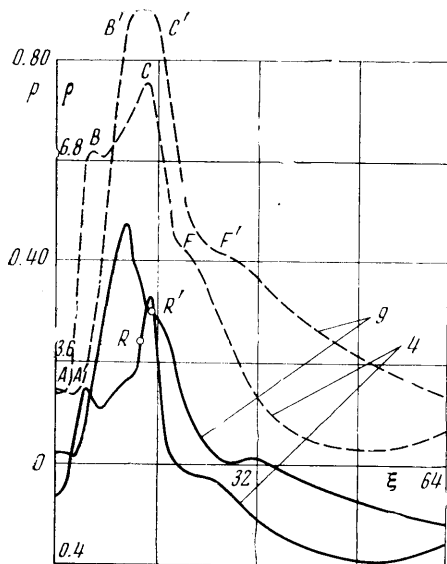
Расчет показывает, что давление на внешней границе струи возрастает и достигает приблизительно удвоенного значения давления в критической точке. Таким образом, из равенства давлений на границе струи (контактном разрыве) по изоэнтропическим формулам можно оценить минимальное число  $M$  в струе, в сверхзвуковом горле в окрестности границы, которое составляет для данного случая  $\sim 1.8$ . Это хорошо согласуется с расчетными данными. Отметим, что при уменьшении величины полного давления на срезе сопла размеры сверхзвукового горла и величина числа  $M$  в нем будут уменьшаться.

Внутреннюю структуру области взаимодействия можно проследить по распределению газодинамических параметров вдоль продольных и поперечных координатных линий. На фиг. 5 и 6 приведены распределения давления (пунктирные линии) и плотности (сплошные линии) вдоль четвертой и девятой продольных и 15-й и 24-й поперечных координатных линий. Здесь всюду давление отнесено к удвоенному скоростному напору набегающего потока, плотность — к плотности в набегающем потоке. На фиг. 5 отчетливо заметна отошедшая ударная волна (отрезки  $AB$  и  $A'B'$  в распределении давления). Отрезки кривых  $BC$  и  $B'C'$  расположены в области ударного слоя перед струей, причем вдоль четвертой координатной линии давление и плотность растут, а вдоль девятой — практически постоянны. Расчеты показывают, что на внешней границе струи давление достигает величины порядка 1—0.9, а вдоль центральной линии тока за внутренним скачком уплотнения  $p \sim 0.4$  и из-за потерь полного давления в скачке существенно возрасти не может. Поэтому в распределении  $p$  и  $\rho$  наблюдается область резкого понижения давления ( $CF$  и  $C'F'$  на фиг. 5) от передней границы к центральной линии тока. Далее координатные линии пересекают линии тока, прошедшие внутренний скачок уплотнения с различными углами наклона скачка к вектору скорости перед ним.

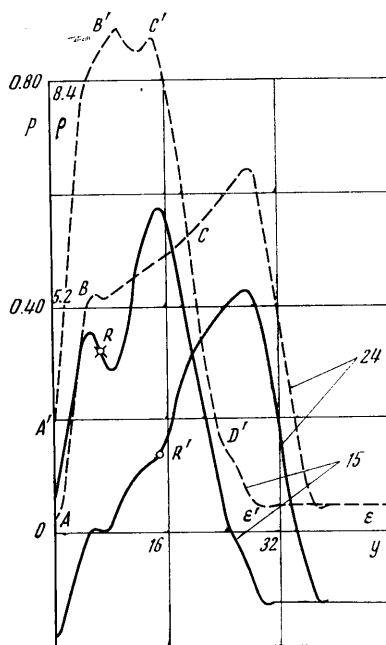
Число  $M$  перед скачком растет медленно (фиг. 4). Это приводит к понижению давления вдоль рассматриваемых координатных линий, которое

затем выравнивается и начинает расти, поскольку скачок изгибается в другом направлении (в окрестности правой границы струи). В распределении плотности помимо отмеченных особенностей хорошо видно резкое изменение плотности при переходе через границу струи (окрестности точек  $R$  и  $R'$ ).

Аналогичные закономерности можно проследить, анализируя распределения газодинамических параметров вдоль поперечных координатных линий. Здесь отметим внутренний скачок уплотнения (отрезок  $AB$ ) и область изоэнтропического торможения  $A'B'$  в сверхзвуковом горле. За внутрен-



Фиг. 5



Фиг. 6

ним скачком уплотнения происходит торможение потока (область  $BC$ ), как при обтекании вогнутого профиля, поверхностью которого является граница струи.

Области  $CD$  и  $B'C'$  — области ударного слоя внешнего потока, за которыми следует понижение давления в головной ударной волне (отрезки  $C'D'E'$  и  $DE$ ). Здесь отметим, что 15-я координатная линия, кроме того, пересекает критический скачок уплотнения, что фиксируется областью  $D'E'$  на фиг. 6. Окрестности точек  $R$  и  $R'$  — области резкого изменения плотности в окрестности границы струи.

В заключение отметим, что расчетное положение критического скачка уплотнения несколько отличается от экспериментального (фиг. 4). Указанное расхождение является следствием предположения о том, что скачок уплотнения начинается строго в точке отрыва пограничного слоя. На самом деле точка пересечения критического скачка уплотнения с телом обычно располагается выше точки отрыва на 1.5–2 толщины пограничного слоя. В рассматриваемом случае ( $M_\infty=4$ ,  $Re_\infty=6.93 \cdot 10^6$ ) этот сдвиг достигает  $\sim 1.4 d$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов Г. Ю., Гогин Л. В. Квазиодномерная газодинамика сопел ракетных двигателей. М., «Машиностроение», 1973.
2. Нарасимха, Равиндран, Диаб. Передний скачок уплотнения при двумерном вторичном впрыске газа. *Ракетная техника и космонавтика*, 1967, т. 5, № 11.
3. Хок, Эмик. Взаимодействие двумерной вторичной струи со сверхзвуковым потоком. *Ракетная техника и космонавтика*, 1967, т. 5, № 4.
4. Спейд, Зукоски. Исследование взаимодействия газовой струи, вытекающей из поперечной щели, со сверхзвуковым потоком. *Ракетная техника и космонавтика*, 1968, т. 6, № 2.
5. Heuser A., Maurer F. Experimentelle Untersuchungen an festen Spoilern und Strahlspoilern bei Machschen Zahlen von 0.6 bis 2.8. *Z. Flugwiss.*, 1962, Bd 10, Nr. 4/5.
6. Тэйер III, Корлетт. Газодинамика и процессы переноса в поле двумерного течения при взаимодействии струи с потоком. *Ракетная техника и космонавтика*, 1972, т. 10, № 4.
7. Ли, Барфилд. Взаимодействие поперечной звуковой струи со сверхзвуковым внешним потоком. *Ракетная техника и космонавтика*, 1971, т. 9, № 2.
8. Каширский А. В., Коровин Ю. В., Чудов Л. А. Явный разностный метод для расчета двумерных нестационарных задач о движении продуктов детонации. В сб. «Вычислительные методы и программирование», вып. 19. М., Изд-во МГУ, 1972.
9. Чжен П. К. Отрывные течения, т. 1. М., «Мир», 1972.
10. Петров Г. И., Лихущин В. Я., Некрасов И. П., Соркин Л. И. Влияние вязкости на сверхзвуковой поток со скачками уплотнения. *Тр. ЦИАМ*, 1952, № 224.
11. Демьянов Ю. А., Шманенков В. Н. Турбулентная отрывная зона в потоке сжимаемого газа. *Изв. АН СССР, Механика*, 1965, № 3.
12. Дьяконов Ю. Н., Усков В. И. Расчет сверхзвуковых струй идеального газа методом сеток. *Научн. тр. Ин-та механ. МГУ*, 1970, вып. 5.
13. Росляков Г. С. Взаимодействие плоских скачков одного направления. В сб. «Численные методы в газовой динамике», вып. 4. М., Изд-во МГУ, 1965.