

## ДИНАМИКА ПАРОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ

Р. И. НИГМАТУЛИН, Н. С. ХАБЕЕВ

(Москва)

Рассматривается нелинейная задача о тепловом, массовом и динамическом взаимодействии одиночного парового пузырька с окружающей жидкостью. С этой задачей связаны исследования течений парожидкостных смесей с пузырьковой структурой, в частности распространение ударных волн в таких средах.

Приведены результаты численного решения задачи о радиальном движении пузырька, вызванном внезапным изменением давления в жидкости, что, в частности, соответствует поведению пузырьков за фронтом ударной волны, когда последняя входит в пузырьковую завесу.

Соответствующая задача для газового пузырька постоянной массы рассматривалась в [1]. Смыкание парового пузырька в жидкости в предположении однородности содержимого пузырька и равновесности фазового перехода рассматривалось в [2, 3]. Полученные аналитические решения, однако, труднообозримы и допускают лишь некоторые оценки. Рост паровых пузырьков из маленьких зародышей в перегретой жидкости рассматривался в тех же допущениях в [4, 5] и изучался экспериментально в [6, 7]. Качественный характер пульсаций парогазовых пузырей в жидкости обсуждался в [8, 9]. В [10] приведены результаты экспериментов по смыканию паровых пузырей, исследуется также вопрос об относительном влиянии инерции жидкости и теплоотдачи на скорость смыкания.

Допущения об однородности температуры пара в пузырьке и тонкости теплового пограничного слоя в жидкости, принятые [2-3, 10], значительно упрощают задачу, однако, первое из них справедливо лишь для пузырьков, размер которых не превышает толщину термодиффузионного слоя в паре (в частности, для роста пузырьков из микроскопических зародышей), а справедливость второго нарушается на последних стадиях смыкания пузырька. В данной работе эти упрощающие допущения не используются.

**1. Основные уравнения.** Принимаются общепринятые допущения, используемые в постановке Рэлея [11] для динамики одиночного пузырька: сохранение сферической симметрии процесса и однородность давления  $p_v(t)$  (гомобаричность) внутри пузырька. Последнее имеет место, когда скорость поверхности пузырька значительно меньше скорости звука в паре  $a_v$ . Вместе с тем предполагается, что плотность пара в каждой точке соответствует своей температуре при данном давлении, согласно уравнению состояния. Правомерность такой постановки задачи показана в [1].

В рамках принятых допущений уравнения притока тепла, неразрывности, состояния для пара и жидкости в сферических эйлеровых координатах  $(r, t)$  имеют вид

$$\rho_v \left( \frac{\partial v_v}{\partial t} + v_v \frac{\partial v_v}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_v r^2 \frac{\partial T_v}{\partial r} \right) + \frac{dp_v}{dt}, \quad 0 \leq r < R(t)$$

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_v v_v)}{\partial r} + 2 \frac{\rho_v v_v}{r} = 0, \quad p_v(t) = B \rho_v(r, t) T_v(r, t)$$

$$i_v(p_v, T_v) = i_l(p_0, T_0) + c_l(T_s(p_v) - T_0) + \frac{p_v - p_0}{\rho} + l(p_v) + c_{p_v}(T_v - T_s(p_v))$$

$$R(t) < r < \infty$$

$$\rho_l \left( \frac{\partial u_l}{\partial t} + v_l \frac{\partial u_l}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_l r^2 \frac{\partial T_l}{\partial r} \right)$$

$$(1.1) \quad r^2 v_i = R^2 w_i, \quad u_i = c_i T_i, \quad \rho_i = \text{const}$$

где  $i$  — энтальпия,  $v$  — скорость,  $\rho$  — плотность,  $T$  — температура,  $p$  — давление,  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  $u$  — удельная внутренняя энергия,  $R$  — радиус пузырька,  $w_i$  — массовая скорость жидкости на поверхности пузырька,  $B$  — газовая постоянная,  $c_{pv}$  и  $c_l$  — удельные теплоемкости пара (при постоянном давлении) и жидкости,  $l(p_v)$  — удельная теплота парообразования,  $T_s(p_v)$  — температура насыщения. Индексы  $l$  и  $v$  относятся соответственно к параметрам жидкости и пара. Индекс 0 относится к начальному равновесному состоянию.

При неравновесном характере фазового перехода температура на границе раздела фаз претерпевает скачок. Однако на практике наибольшее распространение имеет квазиравновесная схема [12]. В ее основе лежит допущение о том, что, несмотря на неравновесность фазового перехода, характеристики фаз у самой границы связаны условием термодинамического равновесия, т. е.

$$(1.2) \quad [T] = 0, \quad T_{\sigma l} = T_{\sigma v} = T_s(p_v)$$

В рассматриваемой задаче (ввиду малости коэффициента аккомодации для воды) величина скачка температуры на поверхности пузырька значительно меньше отклонения температуры жидкости у поверхности  $T_{\sigma l}$  от температуры насыщения  $T_s(p_v)$ . Поэтому для простоты в этих случаях можно поверхностный слой, представляющий собой границу раздела фаз, характеризовать одной температурой  $T_\sigma$  (хотя это и не принципиально с точки зрения численной реализации задачи). Толщина этого слоя порядка радиуса молекулярного взаимодействия в конденсированной фазе ( $\sim 10^{-9}$  м). В этом случае при малых перегревах или переохлаждениях уравнение кинетики для скорости фазовых переходов  $j$ , отнесенной к единице поверхности, может быть записано в виде [13]

$$(1.3) \quad j = F \frac{T_\sigma - T_s(p_v)}{T_s(p_v)} l(p_v)$$

Уравнение (1.3) эквивалентно известному уравнению Герца — Кнудсена [14], что позволяет установить связь между линейным коэффициентом  $F$  в (1.3) и коэффициентом аккомодации  $\alpha$

$$(1.4) \quad F = \alpha \rho_v (2\pi B T_s)^{-1/2}$$

Общепринятому для воды значению  $\alpha = 0.04$  (хотя отдельные авторы приводят и другие значения  $\alpha$ , колеблющиеся от 0.04 до 1 [14]) при  $p = 1$  бар соответствует значение  $F = 2 \cdot 10^{-5}$  кгсек/м<sup>4</sup>. В предельном квазиравновесном случае (при достаточно больших  $F$ ) уравнение (1.3) заменяется условием  $T_\sigma = T_s(p_v)$ .

В [1] показано, что в тепловой задаче для газового пузырька (при отсутствии фазовых переходов) в большинстве случаев правомерно упрощающее допущение  $T_\sigma = T_0$ . При наличии фазовых переходов внешняя задача теплопроводности становится основной. Это связано с тем, что при схлопывании паровых пузырьков преобладающая часть высвобождаемой скрытой теплоты парообразования (которая может быть значительной) передается жидкой фазе [15], а из-за конечной теплопроводности жидкость не успевает быстро и полностью отводить это тепло. С увеличением  $\lambda$ ,  $T_\sigma \rightarrow T_0$ . Этому предельному случаю соответствуют результаты [16].

Скорость поверхности пузырька  $\dot{R}$  и массовые скорости фаз на этой поверхности связаны соотношениями

$$(1.5) \quad \dot{R} = w_l + j / \rho_l, \quad \dot{R} = w_v + j / \rho_v(R)$$

Уравнение пульсаций пузырька в вязкой несжимаемой жидкости при наличии фазовых превращений [13] и уравнение изменения массы пузырька

$$(1.6) \quad R\dot{w}_l + \frac{3}{2} w_l^2 + 2jw_l / \rho_l = \frac{p_v - p_l - 2\sigma/R}{\rho_l} - 4 \frac{\nu}{R} w_l$$

$$\dot{m} = 4\pi R^2 j$$

где  $p_l$  — давление жидкости вдали от пузырька,  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения,  $\nu$  — кинематический коэффициент вязкости жидкости,  $m$  — масса пузырька.

Уравнения притока тепла с учетом уравнений состояния и граничные условия можно записать в виде

$$c_{pv}\rho_v \left( \frac{\partial T_v}{\partial t} + v_v \frac{\partial T_v}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_v r^2 \frac{\partial T_v}{\partial r} \right) + \chi \frac{dp_v}{dt}, \quad 0 \leq r < R(t)$$

$$\chi = 1 + \frac{(1-A)\rho_v}{(\gamma-1)\langle\rho_v\rangle}$$

$$A = 1 + (\gamma-1) \left[ \frac{1}{\rho_l} + \frac{dl}{dp_v} + (c_l - c_{pv}) \frac{dT_s}{dp_v} \right] \langle\rho_v\rangle, \quad \langle\rho_v\rangle = \frac{3m}{4\pi R^3}$$

$$c_l \rho_l \left( \frac{\partial T_l}{\partial t} + v_l \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_l r^2 \frac{\partial T_l}{\partial r} \right), \quad R(t) < r < \infty$$

$$(1.7) \quad r=0, \quad \partial T_v / \partial r = 0$$

$$r=R(t), \quad T_v = T_l = T_s, \quad \lambda_l \partial T_l / \partial r - \lambda_v \partial T_v / \partial r = j l$$

$$r=\infty, \quad T_l = T_0$$

где  $\gamma$  — показатель адиабаты пара. Если вместо пара в пузыре калорически совершенный газ, то  $A=1$ ,  $\chi=1$ .

Для дальнейшего удобно пользоваться уравнением для давления в пузырьке, являющимся интегралом уравнения притока тепла при условии гомобаричности

$$(1.8) \quad \frac{dp_v}{dt} = \frac{3(\gamma-1)}{AR} \left( \lambda_v \frac{\partial T_v}{\partial r} \right)_R - \frac{3\gamma p_v}{AR} w_v$$

Из уравнения неразрывности паровой фазы и граничных условий  $v_v(0, t) = 0$ ,  $v_v(R, t) = w_v$  можно определить профиль скорости в пузырьке

$$(1.9) \quad v_v(r, t) = \left[ (\gamma-1)\lambda_v \frac{\partial T_v(r, t)}{\partial r} - \frac{Ar}{3} \frac{dp_v}{dt} \right] / \gamma p_v$$

Такое представление удобно при численном решении задачи.

Для давления насыщенного пара  $p_s$  и теплоты парообразования использовались следующие аппроксимации [17, 18]:

$$(1.10) \quad p_s = p^* \exp(-T^* / T_s), \quad l(p) = l_0 \exp[(a + b \ln(p / p_0)) \ln(p / p_0)]$$

где  $T^*$ ,  $p^*$ ,  $a$ ,  $b$  находились из условия, что зависимости (1.10) точнее аппроксимируют табличные данные в заданном интервале давлений. В рассматриваемых ниже вариантах в процессе радиального движения пу-

зырька перепады давлений и температур были небольшими, поэтому зависимости теплоемкости и теплопроводности пара от температуры и давления можно было не учитывать. Из-за несущественности не учитывалась также поправка к  $T_s(p_v)$  за счет кривизны поверхности.

**2. Метод расчета.** В случае нелинейных режимов радиального движения пузырька (колебания, рост, смыкание) решение поставленной задачи можно получить только численно. Задача решалась разбиением системы на сферические слои ( $k$  слоев внутри пузырька,  $n$  — снаружи) с использованием переменной, «замораживающей» подвижную границу пузырька ( $\xi = r/R(t)$ ). Конечно-разностная аппроксимация основных уравнений производится аналогично [1] заменой производных по  $\xi$  разностными отношениями. При учете конечной теплопроводности жидкости граничное условие на бесконечности можно сносить на последний слой жидкости  $T_{k+n} = T_0$ . Таким образом, уравнения (1.7) с частными производными по  $t$  и  $r$  перейдут в систему  $(k+n-1)$  обыкновенных дифференциальных уравнений по времени. Контролем счета может служить степень совпадения массы пузырька, определяемой интегрированием уравнения (1.6) системы и путем непосредственного подсчета

$$(2.1) \quad m = \sum_{i=1}^k \rho_i (r_{i+1/2}^3 - r_{i-1/2}^3)$$

В рассмотренных ниже примерах это расхождение не превышало 1%.

В квазиравновесном случае ( $T_\sigma = T_s(p_v)$ ) граничное условие на поверхности пузырька может служить для определения скорости фазового превращения

$$(2.2) \quad jRl = \lambda_l (T_{k+1} - T_s) / h_l - \lambda_v (T_s - T_k) / h_v$$

Здесь  $T_k$  и  $T_{k+1}$  — температуры прилегающих к поверхности пузырька паровой и жидкой частиц,  $h_v$  и  $h_l$  — размеры разностной сетки по  $\xi$ .

При задании кинетики фазовых переходов (1.3) уравнение (2.2) переходит в конечное алгебраическое уравнение относительно  $T_\sigma$ , откуда

$$(2.3) \quad T_\sigma = T_s \frac{Fl^2 R + \lambda_l T_{k+1} / h_l + \lambda_v T_k / h_v}{Fl^2 R + T_s (\lambda_v / h_v + \lambda_l / h_l)}$$

Из (2.3) видно, что при достаточно больших  $F$  имеем  $T_\sigma \approx T_s$ , а при  $F \rightarrow 0$   $T_\sigma \rightarrow T_{m+1} \approx T_0$ , так как жидкость обладает значительно большей теплопроводностью и значительно меньшей температуропроводностью, чем пар.

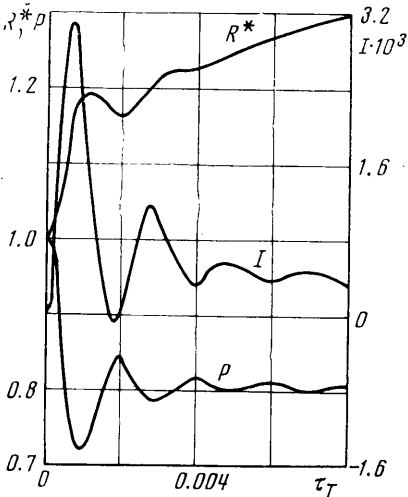
Для всех функций должны быть заданы начальные условия. В приведенных ниже примерах предполагается, что до момента возникновения перепада давления система жидкость — паровой пузырек находилась в тепловом и механическом равновесии. В результате имеем задачу Коши для системы дифференциальных уравнений (1.5) — (1.8). Число слоев варьировалось и выбиралось из условия, что дальнейшее его увеличение (равно как и уменьшение размера слоя) практически не влияет на результаты. Задача решалась на ЭВМ методом Рунге — Кутты для случая парового пузырька в воде. Размер пузырька, перепад внешнего давления, параметр, характеризующий кинетику фазовых переходов, варьировались. При этом необходимые параметры воды и теплофизические характеристики водяного пара принимались согласно [19]. Предварительно были проведены контрольные расчеты для газового пузырька при отсутствии фазовых переходов. Для случая малых пульсаций результаты совпали с аналитическими решениями [20], а для конечных пульсаций — с решениями [1], полученными другим численным методом (в лагранжевых переменных).

**3. Результаты расчетов.** Рассматривалась задача о радиальном движении пузырька, возникающем в результате мгновенного при  $t=0$  изменения давления в жидкости вдали от пузырька с  $p_0$  до  $p_i$ , что, в частности, соответствует поведению пузырьков в начале пузырьковой завесы при входе в нее волны (скачка). Для представления результатов использовались безразмерные переменные

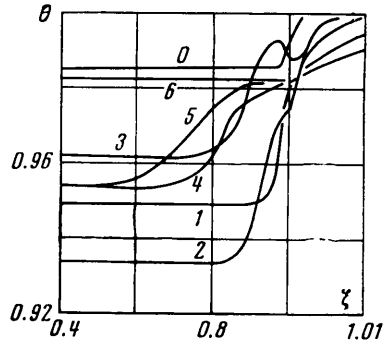
$$(3.1) \quad R^* = R/R_0, \quad P = p/p_0, \quad J = j/\rho_{v0} a_v, \quad \tau_T = t\lambda_v/c_{pv}\rho_{v0}R_0^2$$

Из анализа диаграммы равновесных состояний пар — вода следует, что при  $p_i > p_0$  пузырек смыкается, а при  $p_i < p_0$  неограниченно растет. На фиг. 1 приведены зависимости  $R^*$ ,  $P$ ,  $J(\tau)$  в квазиравновесном приближении для начальных данных  $R_0=5$  мм,  $p_0=1$  бар,  $p_i=0.8$  бар,  $T_0=373^\circ$  К. При пульсациях пузырька испарение сменяется конденсацией и наоборот. После нескольких колебаний пузырька устанавливается равенство давлений

$p_v = p_i + 2\sigma/R$  и пузырек выходит на монотонный режим роста. На фиг. 2 представлены соответствующие этому варианту кривые, характеризующие локальное распределение температуры пара и жид-



Фиг. 1



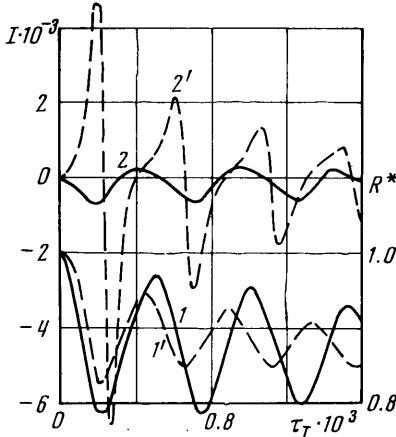
Фиг. 2

кости (кривые 0 — 6 соответствуют следующим моментам времени:  $\tau_T = 0.0002, 0.0005, 0.001, 0.002, 0.005, 0.015, 1.0$ ). Отметим, что для большей отчетливости кривых масштаб по оси  $\xi$  на фиг. 2 при  $\xi < 1$  и при  $\xi > 1$  разный. В начальной стадии роста пузырька температура пара в нем понижается. Интересно, что в некоторые промежутки времени (кривая 3 на фиг. 2) производная температуры на поверхности меняет знак. После выхода на монотонный режим роста постепенно «размываются» температурные градиенты вблизи поверхности пузырька, а температура пара повышается до температуры поверхности  $T_s = T_s(p_v)$ . В рассматриваемых задачах в большинстве случаев  $|q_v| \ll |q_l|$ . Однако малый тепловой поток в паровую фазу  $q_v$  воспринимается так же малой массой пара, а потому существенно влияет на состояние пара в пузырьке, а следовательно, на динамику процесса. Если же принять допущение об однородности температуры пара в пузырьке, то тепловой поток в паровую фазу может значительно измениться.

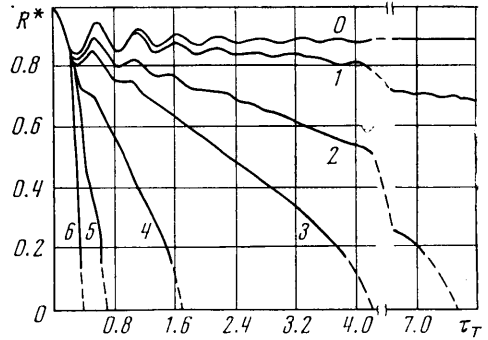
При высоких параметрах ( $p \sim 100$  бар,  $T \sim 600^\circ$  К), когда теплофизические свойства пара и жидкости сближаются, обычно принимаемое упрощающее допущение  $T_v = T_s(p_v)$  и исключаемая тем самым в расчетах возможность перегрева (переохлаждения) пара при сжатии (расширении) приводят к тому, что при сжатии пузырька возникает расчетный тепловой поток от пузырька к поверхности, причем  $|q_v| \gg |q_l|$ . В расчетах это приводит к закипанию поверхностного слоя жидкости. Если же не делать упрощающего допущения об однородности параметров пара в пузырьке, при сжатии пузырька пар в нем конденсируется. На фиг. 3 в квазиравновесном приближении приведены зависимости  $R^*(\tau)$  (кривые 1 и 1') и  $J(\tau)$  (кривые 2 и 2') для случая  $p_0=100$  бар,  $T_0=583^\circ$  К,  $R_0=0.01$  мм,  $p_i=150$  бар.

Пунктирные кривые соответствуют упрощенной теории  $T_v = T_s(p_v)$ , сплошные — настоящей работе.

На фиг. 4 для случая  $R_0 = 0.01$  мм,  $p_0 = 1$  бар,  $p_i = 1.2$  бар,  $T_0 = 373^\circ$  К представлены кривые  $R^*(\tau)$  для различных значений безразмерного параметра  $\Phi = Fl/\rho_{v0}a_v$ , характеризующего кинетику фазовых переходов (кривые 0–6 соответствуют  $\Phi = 0, 0.005, 0.025, 0.05, 0.1, 0.5, \infty$ ). Видно, что чем меньше скорость фазовых переходов, тем ближе движение пузырька



Фиг. 3



Фиг. 4

к гармоническим колебаниям; чем она больше, тем менее заметна «затухающая осциллирующая рябь» на фоне угасающего пузырька. В рассматриваемом варианте расчеты показывают, что при  $\Phi > 1$  ( $F > 10^{-4}$  кг·сек/м<sup>4</sup> или  $\alpha > 0.2$ ) процесс не зависит практически от значения этого коэффициента, и фазовый переход происходит по квазиравновесной схеме. Чем больше  $\Phi$ , тем ближе соответствующая кривая к предельной квазиравновесной кривой

$$(\Phi = \infty, T_v = T_s(p_v))$$

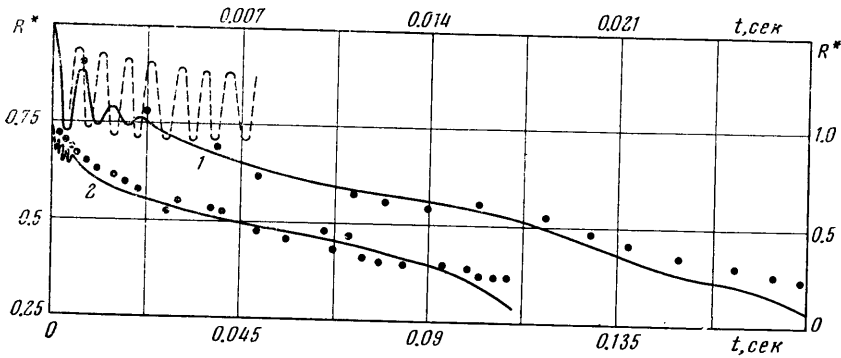
Заметим, что монотонный рост или смыкание характерно лишь для мелких пузырьков ( $R_0 \leq 0.1$  мм). С увеличением начального размера пузырька появляются осцилляции. Это связано с тем, что с увеличением начального размера пузырька уменьшается его удельная поверхность (приходящаяся на единицу массы) и соответственно уменьшается влияние происходящих на этой поверхности фазовых переходов на динамику пузырька.

В рассматриваемых задачах можно ввести характерные времена пульсаций пузырька  $t_v = \pi R_0 (\rho_i / p_0)^{1/2}$  и выравнивания температуры пара  $t_{T_v} = R_0^2 c_{p0} \rho_{v0} / \lambda_v$ .

Процесс идет следующим образом: в течение  $t \sim 3 - 4t_v$  идет динамическая стадия с осцилляциями для крупных ( $R_0 \sim 1$  мм) и монотонная стадия для мелких ( $R_0 \leq 0.1$  мм) пузырьков, затем устанавливается динамическое равновесие  $p_v \approx p_i + 2\sigma/R$  и в зависимости от знака начального перепада давления пузырек выходит на монотонный режим роста или смыкания. При  $t \sim t_{T_v}$  температура пара в пузырьке выравнивается. При этом в процессе роста пузырька реализуется тонкий ( $\delta \ll R$ ) тепловой пограничный слой в жидкости. При смыкании пузырька справедливость теории тонкого теплового пограничного слоя в жидкости [5] может нарушаться в связи с уменьшением  $R$ .

На фиг. 5 приведено сравнение расчетных кривых радиус — время с экспериментальными данными [10] для следующих начальных данных:

$R_0=3.66$  мм,  $p_0=0,636$  бар,  $T_0=T_s(p_0)$  (кривая 1) и  $R_0=3,36$  мм,  $p_0=0,734$  бар,  $T_0=T_s(p_0)$  (кривая 2). Пунктирная кривая — теоретические расчеты [21] применительно к эксперименту 1. Для наглядности кривые



Фиг. 5

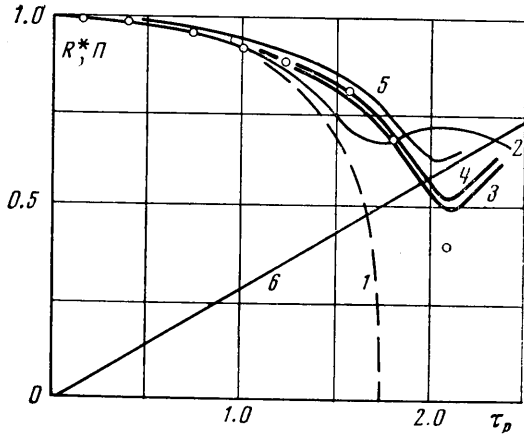
приведены в разных масштабах: кривой 1 соответствуют левая вертикальная и верхняя горизонтальная оси, кривой 2 — правая вертикальная и нижняя горизонтальная оси. Видно хорошее согласование настоящих расчетов с экспериментальными данными.

Для конечной стадии смыкания пузырька нельзя ожидать хорошего согласования, так как из-за наличия растворенного в воде воздуха смыкание пузырей в экспериментах [10] не было полным. При решении этой задачи в [21] использовано произвольное предположение о параболическом распределении скорости паровых частиц в пузырьке  $v_v = w_v(r/R)^2$ , ведущее к искажению профиля температуры в пузырьке. Авторы пренебрегают также тепловым потоком  $q_v$  в паровую фазу, ошибочно полагая, что допущение об адиабатичности пузырька не окажет заметного влияния на результаты. В действительности, как уже было отмечено выше, малый (по сравнению с потоком в жидкость) тепловой поток в паровую фазу существенно влияет на динамику процесса.

На фиг. 6 приведено сравнение теоретических расчетов с экспериментальными данными [10], характеризующими процесс схлопывания пузырей при следующих начальных данных:  $R_0=8.89$  мм,  $p_0=0.167$  бар,  $T_0=T_s(p_0)$ . Наклонная прямая 6 на фиг. 6 характеризует закон изменения давления в жидкости  $p_l$  от  $p_0$  до конечного давления  $p_l=1$  бар

$$\tau_p = tR_0^{-1} \sqrt{2(p_l - p_0)/3\rho_l}, \quad \Pi = (p_l - p_0)/(p_l - p_0)$$

Пунктирная кривая 1 — инерционное решение Рэлея. Кривая 2, приведенная в [10], рассчитана по соответствующей упрощенной теории, которая предполагает, что пар в пузырьке неподвижен ( $v_v=0$ ), однороден и на-



Фиг. 6

ходится в состоянии насыщения  $T_v = T_s(p_v)$ . Кривая 3 рассчитана в квазиравновесном приближении, кривая 4 — с использованием уравнения, задающего кинетику фазовых переходов, при значении  $F = 10^{-5}$  кг·сек/м<sup>4</sup>. Кривая 5 соответствует поведению пузырька при отсутствии фазовых переходов ( $\Phi = 0$ ). Видно, что кривые 3 и 4 гораздо лучше соответствуют экспериментальным данным [10], чем кривая 2. То обстоятельство, что последняя экспериментальная точка лежит заметно ниже расчетной кривой 3, по-видимому, объясняется наблюдающимся на фотографиях [10] нарушением сферичности при  $R^* \sim 0.5$  и последующим дроблением пузырька, что приводит к уменьшению его поперечного сечения на фотоснимках по сравнению с сечением, которое существовало бы без разрушения. Именно на начальной стадии запаздывание кинетики может проявиться в наибольшей степени, поэтому по начальной стадии легче судить о кинетике фазовых переходов.

Хорошая аппроксимация кривыми 3 и 4 экспериментальных данных [10] и их взаимная близость позволяют сделать следующие выводы: 1) реальные значения коэффициента, задающего кинетику фазовых переходов (1.3),  $F \geq 10^{-5}$  кг·сек/м<sup>4</sup> ( $\alpha \geq 0.04$ ), так как при меньших значениях  $F$  или  $\alpha$  согласование расчета с экспериментом ухудшается; 2) несмотря на малость  $F \sim 10^{-5}$  кг·сек/м<sup>4</sup> ( $\alpha \sim 0.04$ ) в рассмотренных экспериментах процесс практически идет по квазиравновесной схеме (запаздывание из-за кинетики фазовых переходов не происходит), поэтому использование любых  $F \geq 10^{-5}$  кг·сек/м<sup>4</sup> ( $\alpha \geq 0.04$ ) практически не влияет на результаты. Чтобы проявилось запаздывание кинетики, необходимы большие скорости стенок пузырька.

Поступила 5 VII 1974

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С. Теплообмен газового пузырька с жидкостью. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 5.
2. Zwick S. A., Plesset M. S. On the dynamics of small vapor bubbles in liquids. J. Math. and Phys., 1955, vol. 33, No. 4.
3. Портнов И. Г. Учет конденсации и теплопроводности пара при исследовании угасания сферического пузырька. Вестн. МГУ, сер. Матем. механ., 1960, № 6.
4. Forster H. K., Zuber N. Growth of a vapor bubble in a superheated liquid. J. Appl. Phys., 1954, vol. 25, No. 4.
5. Plesset M. S., Zwick S. A. The growth of a vapor bubbles in superheated liquids. J. Appl. Phys., 1954, vol. 25, No. 4.
6. Dergarabedian P. The rate of growth of vapor bubbles in superheated water. J. Appl. Mech., 1953, vol. 20, No. 4.
7. Dergarabedian P. Observations on bubble growths in various superheated liquids. J. Fluid Mech., 1960, vol. 9, No. 1.
8. Несис Е. И., Озерцевский Г. А. О пульсации пузырьков пара и газа в жидкостях. Уч. зап. Кабардино-Балкарск. ун-та, Сер. физ.-матем., 1963, вып. 19.
9. Бронин Ф. А. Учет испарения и конденсации пара при исследовании расширения и сжатия кавитационной полости. Сб. тр. «Особое конструкт.-технол. бюро Комитета по делам изобретений и открытий при Совете Министров СССР», 1969, вып. 2.
10. Florschuetz L. W., Crao B. T. On the mechanics of vapor bubble collapse. Trans. ASME, 1965, vol. C87, No. 2.
11. Rayleigh. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. Philos. Mag., Ser. 6, 1917, vol. 34, No. 200.
12. Лабунцов Д. А., Мурагова Т. М. Физические и методические основы формулировки задач тепло- и массообмена при фазовых превращениях. В кн. «Тепло- и массообмен», т. 2, ч. 1. Минск, 1972.
13. Нигматулин Р. И. Мелкомасштабные течения и поверхностные эффекты в гидромеханике многофазных сред. ПММ, 1974, т. 35, вып. 3.
14. Пол Б. Коэффициенты испарения. Ракетн. техн., 1962, № 9.
15. Нат Е. Л. Испарение и конденсация в однокомпонентных системах. Ракетн. техн., 1962, № 9.



16. Хабеев Н. С. К задаче об угасании парового пузырька в жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 6.
  17. Цзянь Сюэ-сэнь. Физическая механика. М., «Мир», 1965.
  18. Нигматулин Р. И. Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной сплошной среде при наличии фазовых превращений. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 5.
  19. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., «Наука», 1972.
  20. Macedo I. C., Yang M. J. Acoustically forced oscillations of gas bubbles in liquids. Japan. J. Appl. Phys., 1972, vol. 11, No. 8.
  21. Cho S. M., Seban R. A. On some aspects of steam bubble collapse. Trans. ASME, 1969, vol. C91, No. 4.
-