

О ТЕОРЕТИЧЕСКОМ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ ИССЛЕДОВАНИИ
СДВИГОВЫХ ДЕФОРМАЦИЙ
В УПРУГИХ ПОЛИМЕРНЫХ ЖИДКОСТЯХ

А. И. ЛЕОНОВ, Э. Х. ЛИПКИНА, Е. Д. ПАСХИН,
А. Н. ПРОКУНИН

(Москва)

В работе [1] получены реологические уравнения, описывающие поведение упруговязких полимерных сред при произвольных накапливаемых в процессе течения упругих деформациях, которыми объяснялись известные нелинейные эффекты, наблюдаемые в рассмотренных системах.

В рамках сформулированной теории, содержавшей лишь небольшое количество экспериментально легко определяемых констант¹, имевших очевидный физический смысл, предложено инвариантное описание существенно нелинейных вязкоупругих явлений, наблюдающихся в жидкотекучих полимерных системах, вплоть до гигантских упругих деформаций, сопровождающихся потерей текучести (это явление в последнее время подвергается интенсивному экспериментальному изучению [2-4].) В качестве примеров в [1] были рассмотрены простейшие стационарные режимы простого сдвига и простого растяжения с указанием критических режимов потери текучести в обоих случаях.

В данной работе для одной полимерной системы проводится количественное сопоставление результатов теории [1] с результатами стационарного и нестационарного сдвигового эксперимента в умеренной области упругих деформаций (ниже критических деформаций перехода в высокоэластическое состояние).

1. Определяющие уравнения для упруговязких сред в области ниже критических деформаций перехода в высокоэластическое состояние имеют вид [1]

$$(1.1) \quad \rho_0 f = W = \sum_{k=1}^N W_k(I_{k,1}, I_{k,2})$$

$$(1.2) \quad \sigma + p \delta = 2 \eta s e + 2 \sum_{k=1}^N (W_{k,1} c_k - c_k^{-1} W_{k,2})$$

$$(1.3) \quad c_k^p = \frac{1}{2\mu_k \theta_k} \left[\left(c_k - \frac{I_{k,1}}{3} \delta \right) W_{k,1}^s - \left(c_k^{-1} - \frac{I_{k,2}}{3} \delta \right) W_{k,2}^s \right]$$

$$(1.4) \quad c_k^\nabla - c_k \cdot (e - e_k^p) - (e - e_k^p) \cdot c_k = 0$$

$$(1.5) \quad \det c_k = 1, \text{Sp } e = 0$$

$$2W_k^s = W_k(I_{k,1}, I_{k,2}) + W_k(I_{k,2}, I_{k,1}), \quad W_{k,j} = \frac{\partial W_k}{\partial I_{k,j}}$$

$$(1.6) \quad I^\nabla = \dot{I} + \omega \cdot I - I \cdot \omega, \quad I_{k,1} = \text{Sp } c_k, \quad I_{k,2} = \text{Sp } c_k^{-1}$$

¹ Именно констант, а не материальных функций или функционалов, как это принято в современной реологической литературе для описания существенно нелинейного реологического поведения.

$$(1.7) \quad D = 2\eta s \operatorname{Sp} \mathbf{e}^2 + \sum_{k=1}^N \frac{1}{\mu_k \theta_k} \left\{ \left(\frac{I_{k,1} I_{k,2}}{3} - 3 \right) (W_{k,1} W_{k,2}^s + W_{k,2} W_{k,1}^s) + \right. \\ \left. + \left(\operatorname{Sp} \mathbf{c}_k^2 - \frac{I_{k,1}^2}{3} \right) W_{k,1} W_{k,1}^s + \left(\operatorname{Sp} \mathbf{c}_k^2 - \frac{I_{k,2}^2}{3} \right) W_{k,2} W_{k,2}^s \right\}$$

Здесь принята гипотеза несжимаемости (1.5), при этом $\rho = \rho_0 = \text{const}$. В уравнениях f — свободная энергия, W — упругий потенциал, W_k — упругий потенциал в k -м релаксационном механизме (зависимость f и W от температуры для простоты в (1.1) не указана), σ — тензор напряжений, p — изотропное давление, \mathbf{e} — тензор скоростей деформаций, \mathbf{e}_k^p — тензор необратимых скоростей деформаций, \mathbf{c}_k — тензор упругих деформаций (мера Фигнера) в k -м релаксационном механизме, $I_{k,1}$, $I_{k,2}$ — его главные инварианты, ω — тензор вихря, δ — единичный тензор, символом ∇ обозначена яumannовская тензорная производная по времени, η — наибольшая ньютоновская вязкость в системе, s ($0 < s < 1$) — безразмерный реологический параметр, θ_k , η_k — соответственно время релаксации и вязкость в k -м релаксационном механизме, причем $2\mu_k = \eta_k / \theta_k$, D — диссипация в системе. Реологические параметры s , η , θ_k , μ_k определяются из стандартных реологических измерений в линейном случае.

Система (1.1) — (1.5) описывает совокупность из N независимых параллельно соединенных нелинейных максвелловских элементов и одного вязкого элемента и при малых $\mathbf{c}_k \rightarrow \delta$ соответствует аналогичной линейной модели. Предположение о независимости различных нелинейных релаксационных механизмов для реальных полимерных систем можно обосновать существованием релаксационных явлений, порождаемых микропроцессами, разыгрывающимися в существенно различных масштабах (различные масштабы полимерной сетки и т. д.). Отметим еще, что при $\mathbf{e}_k^p \rightarrow 0$ ($k=1, 2, \dots, N$), $s \rightarrow 0$ все уравнения (1.1) — (1.5) переходят в уравнения равновесной теории высокоэластичности (при этом все \mathbf{c}_k совпадают).

Если рассматривать не очень большие упругие деформации, то в качестве упругого потенциала W_k можно взять классический статистический потенциал теории высокоэластичности

$$W_k = \mu_k (I_{k,1} - 3)$$

Тогда

$$W_k^s = 1/2 \mu_k (I_{k,1} + I_{k,2} - 6)$$

Рассмотрим теперь случай простого сдвигового течения со скоростью деформации $\dot{\gamma}(t)$. Кинематические тензоры имеют вид

$$(1.8) \quad \mathbf{e} = \dot{\gamma}/2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \omega = \dot{\gamma}/2 \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Матрицы тензоров \mathbf{c}_k и \mathbf{c}_k^{-1} можно записать следующим образом:

$$(1.9) \quad \mathbf{c}_k = \begin{pmatrix} c_{k,11} & c_{k,12} & 0 \\ c_{k,12} & c_{k,22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c}_k^{-1} = \begin{pmatrix} c_{k,22} & -c_{k,12} & 0 \\ -c_{k,12} & c_{k,11} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Условие несжимаемости (1.5) $\det \mathbf{c}_k = 1$ дает

$$(1.10) \quad c_{k,11} c_{k,22} = 1 + c_{k,12}^2$$

Так как в главных осях тензоров c_k имеем $c_{k,1} = 1/c_{k,2}$, $c_{k,3} = 1$, то из (1.5) следует:

$$(1.11) \quad I_{k,1} = I_{k,2} = I = c_{k,1} + 1/c_{k,1} + 1, \quad W_{k,1} = \mu_k, \quad W_{k,2} = 0, \quad W_{k,1}^S = W_{k,2}^S = \mu_k/2$$

Тогда

$$(1.12) \quad \sigma + p\delta = \eta s \dot{\gamma} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \sum_{k=1}^N \mu_k \begin{pmatrix} c_{k,11} & c_{k,12} & 0 \\ c_{k,12} & c_{k,22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Учитывая (1.11), получим из (1.3) для случая простого сдвига

$$(1.13) \quad e_k^p = 1/4 \theta_k (c_k - c_k^{-1}) = 1/4 \theta_k \begin{pmatrix} c_{k,11} - c_{k,22} & 2c_{k,12} & 0 \\ 2c_{k,12} & -(c_{k,11} - c_{k,22}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

После подстановки (1.8), (1.9), (1.13) в кинематическое соотношение (1.4) получим

$$(1.14) \quad \begin{aligned} 2\theta_k \frac{dc_{k,11}}{dt} + c_{k,11}^2 - c_{k,11}c_{k,22} + 2c_{k,12}^2 &= 4\theta_k \dot{\gamma} c_{k,12} \\ 2\theta_k \frac{dc_{k,12}}{dt} + c_{k,12}^2 (c_{k,11} + c_{k,22}) &= 2\theta_k \dot{\gamma} c_{k,22} \\ 2\theta_k \frac{dc_{k,22}}{dt} + c_{k,22}^2 - c_{k,11}c_{k,22} + 2c_{k,12}^2 &= 0 \quad (k=1, 2, \dots, N) \end{aligned}$$

Как нетрудно показать, одно из уравнений (1.14) есть следствие остальных двух и условия несжимаемости (1.10), поэтому последнее уравнение в (1.14) исключим из рассмотрения, а $c_{k,22}$ выразим через $c_{k,11}$ и $c_{k,12}$ с помощью (1.10).

Теперь с помощью произвольно выбранных параметров μ и θ (см. п. 3) можно ввести следующие безразмерные величины:

$$(1.15) \quad \begin{aligned} \lambda_k &= \theta_k/\theta, \quad \nu_k = \mu_k/\mu, \quad \tau = t/\theta, \quad \Gamma = \dot{\gamma}\theta \\ 2\mu &= \eta/\theta, \quad 2\mu_k = \eta_k/\theta_k, \quad \nu_k = \eta_k\theta/\eta\theta_k = \eta_k/\eta\lambda_k \end{aligned}$$

и переписать (1.14) в виде

$$(1.16) \quad \begin{aligned} 2\lambda_k \frac{dc_{k,11}}{d\tau} + c_{k,11}^2 + c_{k,12}^2 - 1 &= 4\lambda_k \Gamma c_{k,12} \\ 2\lambda_k \frac{dc_{k,12}}{d\tau} + \frac{c_{k,12}}{c_{k,11}} (c_{k,11}^2 + c_{k,12}^2 + 1) &= 2\lambda_k \Gamma \frac{1 + c_{k,12}^2}{c_{k,11}}, \quad (k=1, 2, \dots, N) \end{aligned}$$

Система уравнений (1.16), где $\Gamma = \Gamma(\tau)$, представляет собой основную систему двух уравнений для определения неизвестных функций $c_{k,11}(\tau)$ и $c_{k,12}(\tau)$.

Если из (1.16), (1.10) функции $c_{k,\psi}(\tau)$ определены, то тензор напряжений σ , свободная энергия f и диссипация D находятся по следующим формулам, вытекающим из (1.1), (1.7), (1.12):

$$\sigma_1' = \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2\mu} = \sum_{k=1}^N \nu_k \frac{c_{k,11}^2 - 1 - c_{k,12}^2}{c_{k,11}}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{12}' &= \frac{\sigma_{12}}{2\mu} = s\Gamma + \sum_{k=1}^N \nu_k c_{k,12} \\
 (1.17) \quad -\sigma_2' &= \frac{-\sigma_{22} + \sigma_{33}}{2\mu} = \sum_{k=1}^N \nu_k \left(1 - \frac{1 + c_{k,11}^2}{c_{k,11}} \right) \\
 W' &= \frac{\rho_0 f}{\mu} = \sum_{k=1}^N \nu_k \frac{(c_{k,11}^2 - 1)^2 + c_{k,12}^2}{c_{k,11}} \\
 D' &= \frac{2D\theta}{\mu} = 4s\Gamma^2 + \sum_{k=1}^N \frac{\nu_k}{\lambda_k} \frac{(c_{k,11}^2 + c_{k,12}^2 + 1)^2 - 4c_{k,11}^2}{2c_{k,11}^2}
 \end{aligned}$$

Здесь σ_1 и σ_2 — соответственно, первая и вторая разности нормальных напряжений. В дальнейшем для упрощения обозначений штриховые индексы у величин в (1.17) ввиду опущены.

Таким образом, поставленная задача сводится к решению системы из N пар несвязанных уравнений (1.16) для $c_{k,11}(\tau)$, $c_{k,12}(\tau)$. При этом в практической реометрии реализуются две различных группы задач.

В первой группе задач задана кинематика процесса, т. е. функция $\Gamma(\tau)$. Рассмотрим наиболее распространенные режимы.

1. Режим $\Gamma = \text{const}$. Изучается выход системы из состояния покоя при $\tau = 0$ на режим установившегося течения при $\tau > 0$. Начальные условия для функций $c_{k,ij}(\tau)$ следующие:

$$(1.18) \quad c_{k,11}(0) = 1, \quad c_{k,12}(0) = 0, \quad c_{k,22}(0) = 1$$

Система (1.16) решается при $\Gamma = \text{const}$ с начальными условиями (1.18). Нетрудно показать, исследуя (1.16) на фазовой плоскости $(c_{k,11}, c_{k,12})$, что стационарная точка системы есть устойчивый фокус, т. е. система выходит на режим установившегося течения с затухающими колебаниями. Далее качественное исследование показывает, что в данном случае зависимость $c_{k,12}(\tau)$, а следовательно, и $\sigma_{12}(\tau)$ при достаточно больших значениях параметра Γ проходит через явно выраженный максимум, который становится все более интенсивным и смещается в область малых τ с увеличением Γ . В свое время одним из авторов для описания природы этих максимумов была создана специальная феноменологическая теория «тиксотропии», основанная на слабонелинейных реологических уравнениях типа Олдройда [5]. Существенно нелинейная теория [1] предсказывает эти явления «автоматически».

При $\tau \rightarrow \infty$ получаем из (1.16) стационарное решение

$$\begin{aligned}
 (1.19) \quad c_{k,11}(\infty) &= \sqrt{2} \frac{\sqrt{1 + 4\lambda_k^2 \Gamma^2}}{(1 + \sqrt{1 + 4\lambda_k^2 \Gamma^2})^{1/2}}, \quad c_{k,22}(\infty) = \frac{\sqrt{2}}{(1 + \sqrt{1 + 4\lambda_k^2 \Gamma^2})^{1/2}}, \\
 c_{k,12}(\infty) &= \frac{2\lambda_k \Gamma}{1 + \sqrt{1 + 4\lambda_k^2 \Gamma^2}}
 \end{aligned}$$

Формулы (1.17) принимают вид

$$\sigma_1(\infty) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^N \nu_k \frac{\sqrt{1 + 4\lambda_k^2 \Gamma^2} - 1}{(1 + \sqrt{1 + 4\lambda_k^2 \Gamma^2})^{1/2}}$$

$$\begin{aligned}
 -\sigma_2(\infty) &= \sqrt{2} \sum_{k=1}^N v_k \left[\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{(1+\sqrt{1+4\lambda_k^2\Gamma^2})^{1/2}} \right] \\
 (1.20) \quad \sigma_{12}(\infty) &= s\Gamma + \sum_{k=1}^N \frac{2\Gamma v_k \lambda_k}{1+\sqrt{1+4\lambda_k^2\Gamma^2}} \\
 W(\infty) &= \sqrt{2} \sum_{k=1}^N v_k \left[\left(\frac{1+\sqrt{1+4\lambda_k^2\Gamma^2}}{2} \right)^{1/2} - 1 \right] \\
 D(\infty) &= \left(4s+8 \sum_{k=1}^N \lambda_k v_k \right) \Gamma^2
 \end{aligned}$$

Некоторые свойства решений (1.20) будут обсуждены ниже при сравнении с экспериментом.

В общем случае даже при $\Gamma = \text{const}$ систему уравнений (1.16) не удается решить аналитически и она решалась численно методом Рунге — Кутты на ЭЦВМ. Результаты расчетов приведены ниже в сравнении с экспериментальными данными.

2. Режим релаксации напряжений. Здесь при $\tau > \tau_0$, полагая $\Gamma = 0$, исследуем затухание напряжений. В данном случае система (1.16) при $\Gamma = 0$ с начальными данными

$$c_{k,ij} \Big|_{\tau=\tau_0} = c_{k,ij}(\tau_0)$$

допускает аналитическое решение при практически произвольных величинах $c_{k,ij}(\tau_0) = c^{\circ}_{k,ij}$. Это решение имеет вид

$$\begin{aligned}
 (1.21) \quad c_{k,12}(\tau) &= \frac{4}{\sqrt{m_k^2+4}} \frac{n_k e^{-\beta_k}}{1-n_k^2 e^{-2\beta_k}}, \quad \beta_k = \frac{\tau-\tau_0}{\lambda_k} \\
 c_{k,11}(\tau) &= \frac{2m_k}{\sqrt{m_k^2+4}} \frac{n_k e^{-\beta_k}}{1-n_k^2 e^{-2\beta_k}} + \frac{1+n_k^2 e^{-2\beta_k}}{1-n_k^2 e^{-2\beta_k}} \\
 c_{k,22}(\tau) &= -\frac{2m_k}{\sqrt{m_k^2+4}} \frac{n_k e^{-\beta_k}}{1-n_k^2 e^{-2\beta_k}} + \frac{1+n_k^2 e^{-2\beta_k}}{1-n_k^2 e^{-2\beta_k}} \\
 m_k &= \frac{(c^{\circ}_{k,11})^2 - 1 - (c^{\circ}_{k,12})^2}{c^{\circ}_{k,11} c^{\circ}_{k,12}}, \quad n_k^2 = \frac{c^{\circ}_{k,11} + c^{\circ}_{k,22} - 2}{c^{\circ}_{k,11} + c^{\circ}_{k,22} + 2}
 \end{aligned}$$

Формулы для нормальных и касательных напряжений в соответствии с (1.17) и (1.21) имеют вид

$$\sigma_{12}(\tau) = \sum_{k=1}^N \frac{4v_k}{\sqrt{m_k^2+4}} \frac{n_k e^{-\beta_k}}{1-n_k^2 e^{-2\beta_k}}$$

¹ На $c^{\circ}_{k,ij}$ все же некоторые ограничения накладываются тем, что эти величины есть решение системы (1.16), (1.10) с условиями (1.18) при произвольной функции $\Gamma(\tau)$. В частности, отсюда следует положительная определенность матрицы $c_{k,ij}(\tau)$.

$$(1.22) \quad \sigma_1(\tau) = \sum_{k=1}^N \frac{4m_k v_k}{\sqrt{m_k^2 + 4}} \frac{n_k e^{-\beta_k}}{1 - n_k^2 e^{-2\beta_k}}$$

$$-\sigma_2(\tau) = \sum_{k=1}^N \frac{2v_k n_k}{1 - n_k^2 e^{-2\beta_k}} \left(\frac{m_k}{\sqrt{m_k^2 + 4}} e^{-\beta_k} - n_k e^{-2\beta_k} \right)$$

В частности, формулы (1.22) описывают процесс релаксации напряжений с установившегося режима течения, если $c_{k,ij}$ в (1.21) определяются соотношениями (1.19). Именно этот режим будет рассматриваться ниже.

Формулы для релаксации напряжений (1.22) обладают следующими важными свойствами.

В момент начала релаксации $\tau = \tau_0 + 0$ касательное напряжение σ_{12} имеет скачок на величину $s\Gamma(\tau_0 - 0)$, что модельно описывает весьма быстро протекающие процессы, при которых касательные напряжения релаксируют быстрее нормальных.

В момент $\tau = \tau_0 + 0$ скорость релаксации нормальных и касательных напряжений, как легко установить из (1.22), максимальна.

С каждой k -й спектральной компонентой в нелинейной области поведения ассоциируется частотный релаксационный «спектр», быстрозатухающий в области высоких релаксационных частот, что следует из разложения, например, первой формулы в (1.22)

$$\frac{n^k e^{-\beta_k}}{1 - n_k^2 e^{-2\beta_k}} = \sum_{s=1,3,5,\dots}^{\infty} n_k^s e^{-s\beta_k}, \quad \beta_k = \frac{\tau - \tau_0}{\lambda_k}$$

Все эти явления качественно хорошо совпадают с экспериментальными наблюдениями.

3. Режим установившихся колебаний. Для колебаний малой амплитуды с частотой ω_0 соотношения (1.16), (1.17) приводят к известным формулам линейной теории вязкоупругости

$$(1.23) \quad G_0'(\omega) = 2\mu\omega^2 \sum_{k=1}^N \frac{v_k \lambda_k^2}{1 + \lambda_k^2 \omega^2}, \quad \omega = \omega_0 \theta$$

$$G_0''(\omega) / \omega = \eta s + \sum_{k=1}^N \frac{\eta_k}{1 + \lambda_k^2 \omega^2} = \eta - \sum_{k=1}^N \eta_k \frac{\lambda_k^2 \omega^2}{1 + \lambda_k^2 \omega^2}$$

Здесь $G_0'(\omega)$ и $G_0''(\omega)$ — действительная и мнимая части комплексного динамического модуля. Формулы (1.23) используются ниже для экспериментального определения реологических параметров η , λ_k , v_k (или в соответствии с (1.15) η , s , θ_k , η_k).

Исследование режимов нелинейных колебаний и, в частности наложение колебаний на стационарное сдвиговое течение представляет самостоятельный интерес.

В другой группе реометрических задач задается касательное напряжение $\sigma_{12}(\tau)$, а величина $\Gamma(\tau)$ определяется наряду с остальными величинами в (1.16). Эти задачи сложнее для теоретического исследования из-за возникновения взаимодействия различных нелинейных релаксационных меха-

низмов. Здесь представляют интерес еще два наиболее распространенных режима.

4. Режим выхода на установившееся течение при задании $\sigma_{12} = \text{const}$.

5. Режим «ретардации», т. е. релаксации деформации, когда при $t > \tau_0$ величина $\sigma_{12} = 0$. В этом случае опять-таки наиболее распространенным является режим ретардации с установившегося течения.

Отметим еще, что наибольший теоретический и практический интерес представляет исследование процессов течения полимерных систем в окрестности перехода системы в высокоэластическое состояние. Это потребует для описания учета зависимости релаксационных параметров в (1.1)–(1.6) от обратной деформации, как предложено в [1], и проведения соответствующей серии экспериментальных исследований.

2. В экспериментах исследовался 40%-ный раствор бутылкаучука с молекулярным весом $\sim 3 \cdot 10^4$ в трансформаторном масле. Наибольшая ньютоновская вязкость раствора $\eta = 1.7 \cdot 10^4$ пз. Все опыты проводились на реогониометре Вейссенберга [6] при температуре $22.2 \pm 0.3^\circ \text{C}$. Движение жидкости 1 изучалось в зазоре между конусом 2 и пластиной 3 (фиг. 1, а). Диаметр пластины 5 см, угол $\delta \approx 1^\circ$. Сдвиговое деформирование осуществлялось при движении конуса либо с постоянной скоростью Ω (в этом случае скорость деформации $\dot{\gamma} = \Omega/\delta$), либо в колебательном режиме. Динамические опыты проводились в линейной области поведения жидкости, что контролировалось независимостью приведенных ниже результатов от амплитуды задаваемых колебаний. Для измерения касательных напряжений при сдвиговом деформировании и релаксации использовалась торсионная балка 4 с константой $10.6 \cdot 10^8$ дин·см. Момент инерции измерительной системы составлял 2100 дин·см·сек², а частота собственных колебаний — 150 гц. При определении нормального усилия, создаваемого жидкостью на конус 2, применялось автоматическое регулирование для компенсации зазора [6]. Константа используемой при этом торсионной балки $9.34 \cdot 10^2$ дин/мкм. При измерении нормальных нагрузок для исключения влияния капиллярных сил, которые при малых скоростях вращения Ω могут вносить существенный вклад в нормальное усилие, а также для частичного устранения вытекания жидкости из зазора узел конус — плоскость помещался в «чашку» 5 с исследуемой жидкостью.

В результате экспериментов, на основе методики расчетов [6], были получены следующие зависимости: 1) действительная G'_0 и мнимая G''_0 части комплексного динамического модуля от частоты ω_0 в диапазоне $1.5 \cdot 10^{-3} \div 50$ гц; 2) зависимость касательного напряжения σ_{12} при стационарном течении от скорости деформации $\dot{\gamma}$ (кривая течения) в интервале $2 \cdot 10^{-2} - 15$ сек⁻¹; 3) первая разность нормальных напряжений σ_1 при стационарном течении для $\dot{\gamma}$ от $2 \cdot 10^{-1}$ до 15 сек⁻¹; 4) σ_{12} от времени t при выходе на стационарное течение и релаксации с установившегося режима течения для фиксированных $\dot{\gamma}$.

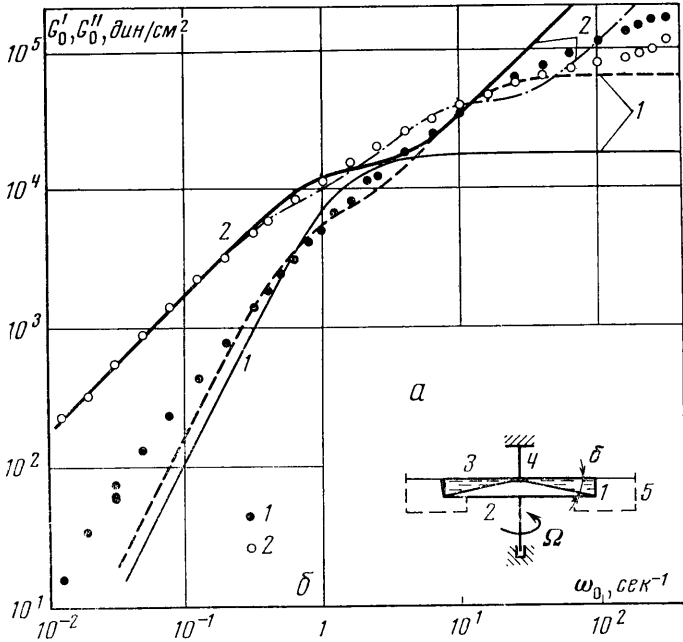
Разброс по стационарным экспериментальным данным для σ_{12} не превышал $\pm 5\%$ и для σ_1 — $\pm 15\%$.

Правильных данных по выходу на стационарное течение и по релаксации нормальных напряжений получить не удалось. «Время выхода» на стационарное течение и релаксации σ_1 приблизительно в 100 раз превышало соответствующее время для σ_{12} . Это связано с запаздыванием по времени следящей за нормальным усилием системы при малых зазорах и больших вязкостях испытуемого материала. «Время подстройки» измерительной системы при задании на конус постоянной нагрузки без жидкости в рабочем узле составляло $0.3 \div 0.4$ сек, а с жидкостью — $2 \div 3$ мин. Неудовлетворительная работа реогониометра при нестационарных измерениях нормальных напряжений уже отмечалась (см., например, [7]).

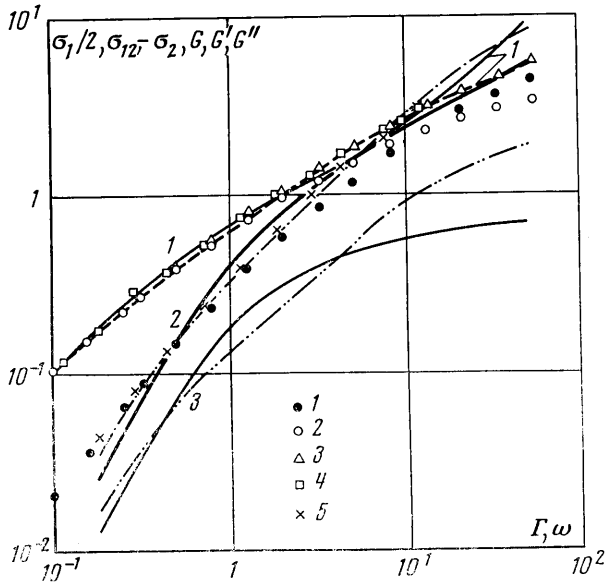
Для косвенной проверки приведенных в настоящей работе расчетных зависимостей σ_1 от t в предстационарном течении и при релаксации был проведен соответствующий опыт при течении жидкости между двумя параллельными дисками. Выбор достаточно больших зазоров между дисками позволял прибору с погрешностью измерительной системы следить за нормальным усилием, оказываемым на диск во времени. В настоящей работе эти данные не приведены, так как сопоставление с предстационарной теорией требует специального рассмотрения.

Отметим, что при сдвиговых деформациях жидкость слегка вытекала из зазора между конусом и плоскостью. Этот факт обсуждался в [8].

3. В уравнения (1.15), (1.16) входят подлежащие определению константы жидкости: времена релаксации и вязкости. Они находились по экспериментальным значениям G'_0 и G''_0 , полученным из динамических опытов в области линейного поведения жидкости (в области малых упругих деформа-



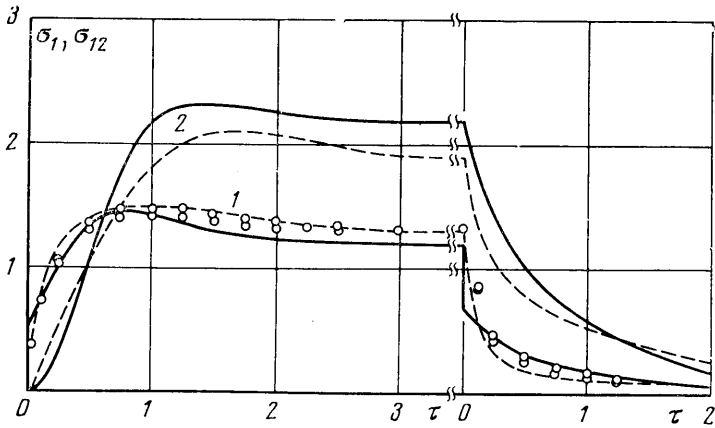
Фиг. 1



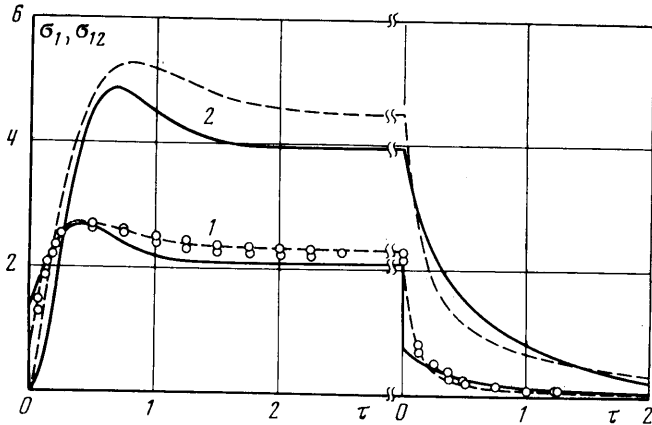
Фиг. 2

ций). Формулы (1.23) дают теоретическое представление для G'_0 и G''_0 .

Константы жидкости подбирались таким образом, чтобы теоретические и экспериментальные зависимости G'_0 и G''_0 достаточно хорошо совпадали в области тех значений ω_0 , которым соответствуют скорости сдвиговой деформации $\dot{\gamma}$ ($\dot{\gamma} \sim \omega_0$), так как именно в этой области проводилось сравнение теоретических зависимостей с экспериментальными (см. ниже). При этом



Фиг. 3



Фиг. 4

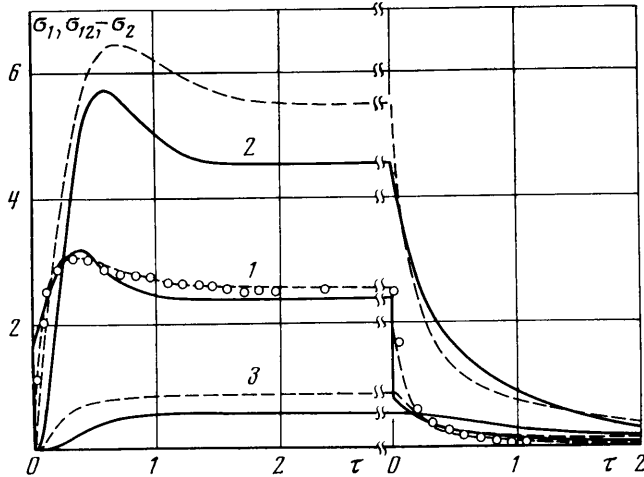
учитывалось, что $\eta = s\eta + \eta_1 + \dots + \eta_N \approx 1.7 \cdot 10^4$ пз. Область выбранных $\dot{\gamma}$ отвечает существенно нелинейному поведению жидкости и в ней можно надежно осуществить нужные эксперименты для проверки теории.

Подбирались два варианта констант, что соответствует двум приближениям G_0' и G_0'' . Первое приближение ($N=1$) соответствует минимуму констант ($s=0.18$, $\eta=1.7 \cdot 10^4$ пз, $\theta=0.8$ сек). Второе приближение ($N=2$) описывает более широкую область ω_0 , нежели первое, причем расширение охватывает область более низких частот по ω_0 , что соответствует учету больших времен релаксации ($s=5.88 \cdot 10^{-2}$, $\eta_1=5.7 \cdot 10^3$ пз, $\eta_2=1.03 \cdot 10^4$ пз, $\theta_1=0.1$ сек, $\theta_2=1.61$ сек).

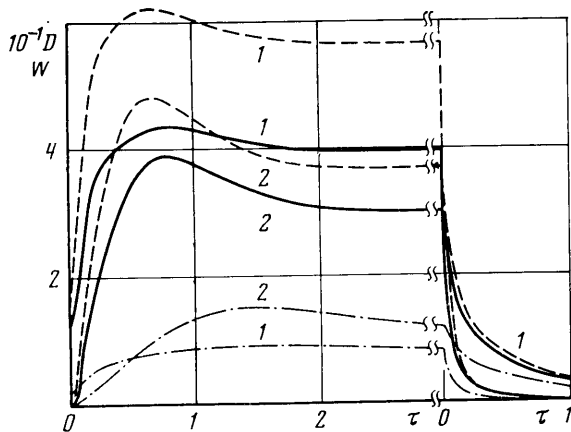
Расчетные зависимости G_0' и G_0'' от ω_0 (кривые 1 и 2), соответствующие приведенным выше константам, и экспериментальные данные по G_0' и G_0'' (точки 1 и 2) представлены на фиг. 1, б. Здесь и далее на всех последующих фигурах точками показаны экспериментальные значения, кривыми — теоретические. При этом (за исключением фиг. 6) сплошным линиям соответствует первое приближение, пунктирным — второе. Цифры стоящие рядом с кривыми, конкретизируют расчетные зависимости.

Во всех приведенных выше формулах при расчетах в качестве величин θ , μ и η , фигурирующих в (1.15), использовались значения, соответствующие первому приближению ($N=1$).

При использовании полученных констант (два варианта), из (1.17) рассчитывались зависимости σ_{12} , σ_1 , σ_2 , W , D от τ и Γ и далее сравнивались с соответствующими экспериментальными данными, полученными в существенно нелинейной области поведения жидкости.



Фиг. 5



Фиг. 6

На фиг. 2 представлены экспериментальные зависимости безразмерных величин $G' = G_0' \theta \eta^{-1}$, $G'' = G_0'' \theta \eta^{-1}$ и $G = \sqrt{G_0'^2 + G_0''^2} \theta \eta^{-1}$ от $\omega = \omega_0 \theta$; σ_{12} и $\sigma_1/2$ от Γ (точки 1–5 соответственно), а также расчетные зависимости σ_{12} , $\sigma_1/2$ и σ_2 от Γ (кривые 1–3). Из фиг. 2 видно, что оба приближения для σ_{12} и $\sigma_1/2$ достаточно хорошо согласуются с экспериментом. Отношение $\sigma_1/\sigma_2 \approx 4$ при малых Γ , при больших же Γ оно приблизительно равно 10. Расчетные данные в согласии с экспериментом показывают, что при малых Γ кривая течения совпадает с G' , а $\sigma_1/2$ — с G'' . Касательные напряжения σ_{12} во всей исследуемой области скоростей деформаций для данной жидкости совпадают с G . Следует еще отметить, что теоретически вычисленные статические и

теоретически же определенные динамические характеристики совпадают между собой во всей области ω и Γ .

Расчетные и экспериментальные зависимости σ_{12} (кривые 1 и точки) и расчетные для σ_1 (кривые 2) от безразмерного времени τ при скоростях деформации $\Gamma=2.88, 7.25$ и 9.13 в предстационарной области течения и при релаксации приведены на фиг. 3—5. На фигурах второй нуль по оси абсцисс соответствует началу релаксационных процессов. Видно, что оба приближения для σ_{12} достаточно хорошо согласуются с экспериментом. Как выход на стационарное течение, так и релаксация σ_1 несколько затянуты по времени по сравнению с σ_{12} , особенно для второго приближения, учитывающего большие времена релаксации. Зависимости σ_1 и σ_{12} от τ имеют максимум. Пусть σ_{12}^* — максимальное значение, σ_{12}^∞ — стационарное значение касательного напряжения при фиксированном Γ . Тогда расчетное отношение $\sigma_{12}^*/\sigma_{12}^\infty$ соответствует эксперименту для обоих приближений с точностью не ниже 10%. Для второго приближения это соответствие значительно точнее. Теоретическое время достижения максимума σ_{12} согласуется с экспериментом с точностью не ниже 10%. На фиг. 5 наряду с $\sigma_1(\tau)$ и $\sigma_{12}(\tau)$ показаны кривые 3 для $-\sigma_2(\tau)$ (выход на стационарный режим и релаксация).

Зависимости безразмерных величин диссипации D (кривые 1) и упругой энергии W (кривые 2) от τ при различных Γ для второго приближения ($N=2$) приведены на фиг. 6. Пунктирными, сплошными и штрихпунктирными линиями показаны зависимости D и W при $\Gamma=9.13, 7.25$ и 2.88 соответственно.

В заключение отметим, что возникает необходимость в специальном теоретическом и экспериментальном рассмотрении предстационарной стадии деформирования и релаксации нормальных напряжений для случая сдвигового течения между двумя параллельными дисками.

Поступила 25 VII 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Леонов А. И. Об описании реологического поведения упруговязких сред при больших упругих деформациях. Препринт ИИМ АН СССР, 1973, № 34.
2. Леонов А. И., Прокуни А. Н. О явлении прядомости для упруговязкой жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 5.
3. Vinogradov G. V., Malkin A. Ya., Yanovskii Yu. G., Borisenkova E. K., Yarlykov B. V., Berezhnaya G. V. Viscoelastic properties and flow of narrow distribution polybutadienes and polyisoprenes. J. Polymer Sci., 1972, vol. 10, No. 6, pt. A2.
4. Vinogradov G. V., Malkin A. Ya., Blinova N. K., Sergeevnikov S. I., Zabugina M. P., Titkova L. V., Yanovsky Yu. G., Shaganova V. G. Peculiarities of flow and viscoelastic properties of solutions of polymers with a narrow molecular — weight distribution. European Polymer J., 1973, vol. 9, No. 11.
5. Леонов А. И. Теория тексотропии упруговязких сред с непрерывным распределением времен релаксации. ПМТФ, 1964, № 4.
6. The Weissenberg rheogoniometer. Instruction manual. Model R 18. Sangamo Controls Ltd. Bognor Regis, Eglond, 1967.
7. Файгельсон Л. А., Алексеев А. И. Нормальные напряжения при периодическом сдвиговом деформировании. Механика полимеров, 1973, № 2.
8. Трапезников А. А., Лесина Г. Н., Коротина Т. И. Неустойчивость процесса деформации паст и полимеров при переходе через пределы прочности структуры. Ж. физ. химии, 1972, т. 46, № 6.