

капель в условиях увеличивающихся относительных скоростей имеют место два механизма дробления: для капель вязких жидкостей ($\Gamma > 0.005$) — по-прежнему первый, для капель маловязких жидкостей ($\Gamma < 0.005$) — второй — выдувание капли в «панаму». Критическое значение вязкостного комплекса ($\Gamma_* = 0.005$) является переходной величиной между двумя устойчивыми механизмами дробления в конфузоре длиной 0.12 м. Причина этого в следующем. При достижении критической стадии деформации в конфузоре капля, находящаяся в динамическом равновесии с обтекающим ее газовым потоком, при резком возрастании динамического напора стремится приобрести такую форму, которая бы скомпенсировала это воздействие. Капля маловязкой жидкости приобретает форму «панамы», которая уменьшает коэффициент сопротивления. В капле же более вязкой жидкости большие силы внутреннего трения препятствуют такой форме компенсации возрастающего динамического напора. Поэтому дробление ее происходит только по первому механизму.

С увеличением длины конфузора критическое значение вязкостного комплекса, определяющее картину выдувания капли в условиях увеличивающихся относительных скоростей, увеличивается и функциональная зависимость этого влияния выражается уравнением $\Gamma_* = 0.03 L^{0.84}$. Обусловлено это тем, что с увеличением времени контакта фаз величина сил инерции и внутреннего трения, препятствующих вышеупомянутой компенсации воздействия возрастающих аэродинамических сил потока на каплю путем принятия последней формы с меньшим коэффициентом лобового сопротивления, меньше.

Поступила 25 VII 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вольнский М. С.* О дроблении капель в потоке воздуха. Докл. АН СССР, 1948, т. 62, № 3.
2. *Hinze J. O.* Critical speeds and sizes of liquid globules. Appl. Sci. Res., 1948, vol. 1, No. 4.
3. *Lane W. R.* Shatter of drops in streams of air. Ind. Engng Chem., 1951, vol. 43, No. 6.
4. *Бухман С. В.* Экспериментальное исследование распада капель. Вестн. АН КазССР, 1954, № 11.
5. *Hinze J. O.* Fundamentals of the hydrodynamic mechanism of splitting in dispersion process. Amer. Inst. Chem. Engng Journal, 1955, vol. 1, No. 3.
6. *Isshiki N.* Theoretical and experimental study of atomization of liquid drop in high speed gas stream. Rept. Transp. Techn. Res. Inst., 1959, No. 35.
7. *Югай Ф. С., Волгин Б. П.* Качественная картина движения жидкости в ускоряющемся газовом потоке. Инж.-физ. ж., 1965, т. 9, № 6.
8. *Корсунюв Ю. А., Тишин А. П.* Экспериментальное исследование дробления капель жидкости при низких значениях чисел Рейнольдса. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 2.

УДК 621.43.011

К РАСЧЕТУ ТРАЕКТОРИИ ПЛОСКОЙ СВОБОДНОЙ СТРУИ

И. ЛЕОПОЛЬД

(Карлмаркштат, ГДР)

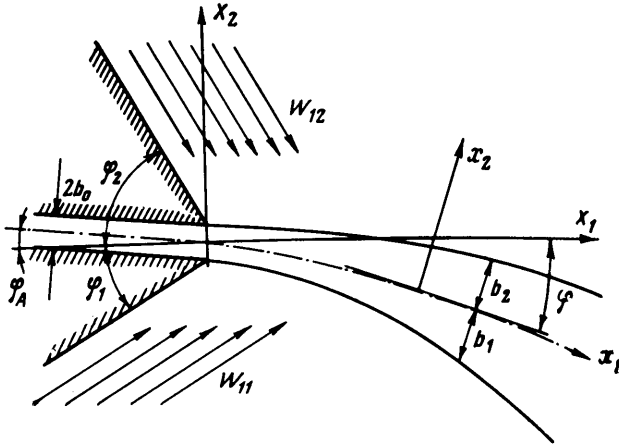
Предлагается метод расчета траектории плоской струи несжимаемой жидкости, подвергающейся воздействию двух потоков, направленных под разными углами к первоначальному направлению струи.

Рассмотрим струю жидкости плотности ρ_0 , вытекающую со скоростью W_0 из отверстия шириной b_0 , к которой притекают два потока со скоростями W_{11} , W_{12} и плотностями ρ_1 , ρ_2 соответственно (фиг. 1). Введем криволинейную систему коор-

динат x_1, x_2 , связанную со струей. Определим ось струи как линию, являющуюся геометрическим местом точек максимума скорости в направлении распространения струи, и направим ось x_1 вдоль оси струи, а ось x_2 — по нормали к ней. Для определения траектории струи можно использовать закон сохранения импульса в форме

$$(1) \quad \frac{dI}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\int W dm \right] = \iint_{A_k} \rho \cdot W \cdot W \cdot dA_k = \sum_{i=1}^3 F_i$$

Соотношение (1) представляет собой связь между изменением импульса участка струи, заключенного между некоторыми контрольными поверхностями, и силами, действующими на рассматриваемый элемент струи (фиг. 1). Будем предполагать,



Фиг. 1

что воздействие боковых струй на основную может рассматриваться как действие потоков на плоскую пластинку. Тогда для сил давления, действующих на элемент струи (фиг. 2, на которой 1 — контрольная поверхность, 2 — ось струи, 3 — элемент струи, W_1 — распределение скорости), можно записать

$$(2) \quad dF_{p1n} = \rho_1 W_{11}^2 \sin^2(\varphi_1 + \varphi) dx_1, \quad dF_{p2n} = \rho_2 W_{12}^2 \sin^2(\varphi_2 - \varphi) dx_1$$

Приравняв разность сил давления потоков центробежной силе, получим

$$(3) \quad \rho_2 W_{12}^2 \sin^2(\varphi_2 - \varphi) - \rho_1 W_{11}^2 \sin^2(\varphi + \varphi_1) = 2b_0 W_0^2 \cdot K$$

Здесь K — кривизна оси струи, остальные обозначения ясны из фигур.

Из (3) с учетом соотношений

$$(4) \quad dx_1 = d\varphi/K, \quad \cos \varphi = dX_1/dx_1, \quad \sin \varphi = -dX_2/dx_1$$

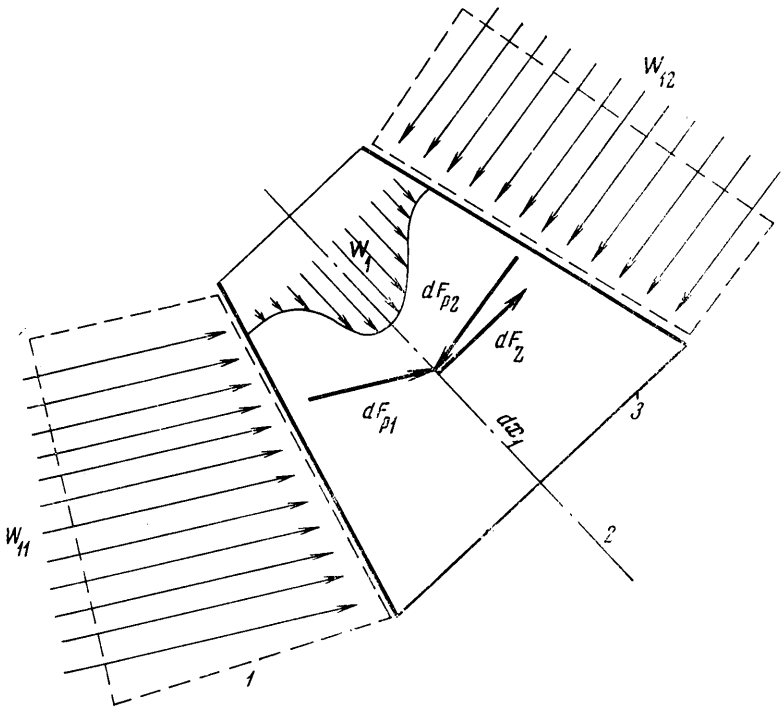
можно получить нелинейное дифференциальное уравнение траектории струи

$$(5) \quad \frac{d^2 X_2}{dX_1^2} = - \sqrt{1 + \left(\frac{dX_2}{dX_1} \right)^2} \left[A_1 \left(\frac{dX_2}{dX_1} \right)^2 + 2A_2 \frac{dX_2}{dX_1} + A_3 \right]$$

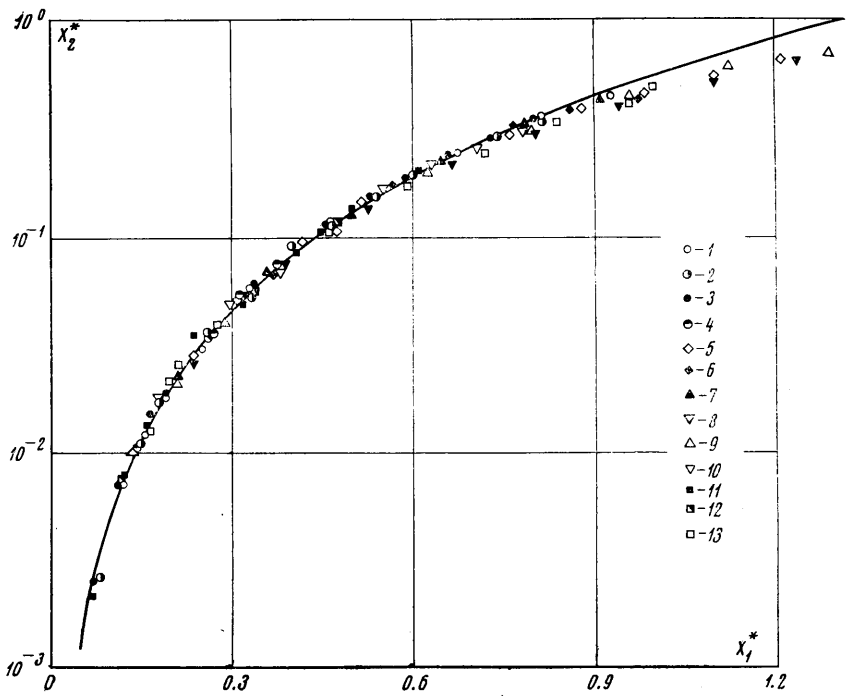
$$A_1 = \frac{\rho_2 W_{12}^2}{\rho_0 W_0^2 2b_0} \cos^2 \varphi_2 - \frac{\rho_1 W_{11}^2}{\rho_0 W_0^2 2b_0} \cos^2 \varphi_1$$

$$A_2 = \frac{\rho_2 W_{12}^2}{\rho_0 W_0^2 2b_0} \cos \varphi_2 \sin \varphi_2 + \frac{\rho_1 W_{11}^2}{\rho_0 W_0^2 2b_0} \cos \varphi_1 \sin \varphi_1$$

$$A_3 = \frac{\rho_2 W_{12}^2}{\rho_0 W_0^2 2b_0} \sin^2 \varphi_2 - \frac{\rho_1 W_{11}^2}{\rho_0 W_0^2 2b_0} \sin^2 \varphi_1$$



Фиг. 2



Фиг. 3

Важное значение имеют импульсные коэффициенты струи

$$(6) \quad I_{1i, 0} = \rho_i W_{1i}^2 / \rho_0 W_0^2$$

Используя (6) и вводя безразмерные координаты струи, можно получить универсальные соотношения для определения траектории струи.

Решения уравнения (5) сопоставлялись с экспериментальными данными, полученными на экспериментальной установке. Размеры канала были равны 300×120 мм. Отношение длины l к ширине выходного отверстия $2b_0$ составляло 40 или 24. Измерения производились в среднем течении струи, так что достигалось хорошее соответствие предположению о двумерности течения. К наиболее часто встречающимся на практике относятся одностороннее диагональное течение и распространение плоской струи в противоположно направленных основных течениях. Траектория и угол отклонения φ определялись при помощи соотношений

$$(7) \quad X_2^* = \text{ch} [\text{arcsch} - (\text{tg } \varphi_A)] - \text{ch} [X_1^* + \text{arch} (\text{tg } \varphi_A)]$$

$$(8) \quad \varphi = -\text{arctg} [\text{sh} (X_1^* + \text{arcsch} (\text{tg } \varphi_A))]]$$

$$(9) \quad X_i^* = \frac{X_i}{2b_0} \left[\frac{\rho_2}{\rho_0} \left(\frac{W_{12}}{W_0} \right)^2 - \frac{\rho_1}{\rho_0} \left(\frac{W_{11}}{W_0} \right)^2 \right] = \frac{X_i}{2b_0} \Delta I$$

Уравнения (7) и (8) пригодны как для одностороннего, так и для двустороннего притока. Для одностороннего притока нужно в уравнении (9) положить $W_{11} = 0$. Здесь видно большое преимущество нормировки по уравнению (9). На фиг. 3 показано сравнение экспериментальной траектории струи ($\varphi_A = 0$; $\varphi_1 = \varphi_2 = 90^\circ$) с теоретическим расчетом по уравнению (7). Все измеренные координаты струи нормированы на соответствующее им значение ΔI и ширину отверстия $2b_0$. Можно заметить, что такая нормировка приводит к универсальному описанию траектории струи. Точки на фиг. 3 соответствуют следующим значениям параметров W_0 , W_{12} , W_{11} в м/сек, $2b_0$ в мм: 1 - 50, 10, 0, 5,2; 2 - 60, 10,4, 0, 5,2; 3 - 70, 12, 0, 5,2; 4 - 70, 7, 0, 5,2; 5 - 50, 14,2, 8,7, 5,2; 6 - 50, 16,1, 8,3, 5,2; 7 - 60, 13, 8,9, 5,2; 8 - 60, 14, 8,3, 5,2; 9 - 60, 15, 8,4, 3,2; 10 - 60, 17,4, 8,4, 5,2; 11 - 70, 13, 8,9, 5,2; 12 - 70, 13,5, 8,4, 3,2; 13 - 70, 15,1, 8,4, 3,2.

Для случая, когда угол выхода струи $\varphi_A \neq 0$, на фиг. 4 показано положение оси струи. Кривые 1-6 на фигуре соответствуют значениям $\varphi_A = 0, 10, 20, 30, 40, 50^\circ$. Если струя направлена против основного течения (например, для $W_{11} > W_{12}$ и $\varphi_A > 0$ на фиг. 1), то траектория струи имеет максимум и точку пересечения оси струи с координатной линией X_1 . Положение максимума определяется координатами

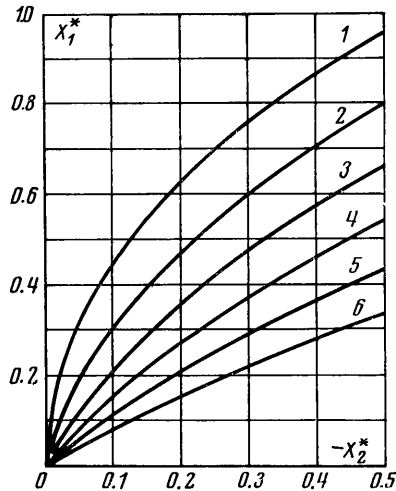
$$(10) \quad X_1^* = -\text{arcsch} (\text{tg } \varphi_A), \quad X_2^* = (\text{ch } \varphi_A)^{-1} - 1$$

Пересечение с координатной линией находится на расстоянии от выхода струи, равном $X_1^* = -2\text{arcsch} (\text{tg } \varphi_A)$.

Если для траектории плоской струи при взаимодействии с противоположно направленными потоками получатся относительно простые решения, то расчет траектории струи при произвольных направлениях потоков ($\varphi_1 \neq \varphi_2 \neq 90^\circ$) более сложен. Для начального участка струи ее траектория и угол отклонения определяются из соотношений

$$(11) \quad X_2^0 = \frac{\sqrt{\Delta} - A_2^*}{A_1^*} \left\{ X_1^0 - \frac{u+1}{2u\sqrt{\Delta}} \ln \frac{1+u \exp(-2X_1^0 \sqrt{\Delta})}{1+u} \right\}$$

$$\varphi = \text{arctg} \left\{ \frac{\sqrt{\Delta} - A_2^* - u \exp(-2X_1^0 \sqrt{\Delta})}{A_1^* + u \exp(-2X_1^0 \sqrt{\Delta}) + 1} \right\}$$



Фиг. 4

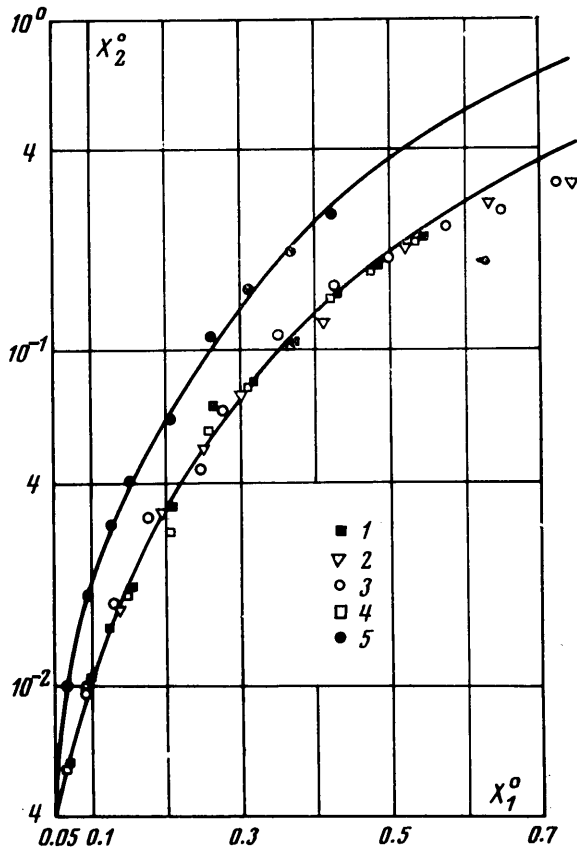
$$X_1^0 = \frac{X_1}{2b_0} I_{11,0}, \quad X_2^0 = \frac{X_2}{2b_0} I_{11,0}, \quad u = \frac{\sqrt{\Delta} - A_2^*}{\sqrt{\Delta} + A_2^*}$$

$$I_{11,0} = \frac{\rho_1}{\rho_0} \left(\frac{W_{11}}{W_0} \right)^2, \quad I_{12,0} = \frac{\rho_2}{\rho_0} \left(\frac{W_{12}}{W_0} \right)^2, \quad I_{2,1} = \frac{I_{12,0}}{I_{11,0}}$$

$$A_1^* = I_{2,1} \cos^2 \varphi_2 - \cos^2 \varphi_1, \quad A_2^* = I_{2,1} \cos \varphi_2 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \sin \varphi_1$$

$$A_3^* = I_{2,1} \sin^2 \varphi_2 - \sin^2 \varphi_1, \quad \Delta = I_{2,1} \sin^2 (\varphi_2 - \varphi_1)$$

Как видно из фиг. 5, в начальной области дугообразного распространения струи соответствие между траекторией, теоретически вычисленной из уравнения (12), и экспериментом хорошее. На фигуре $\varphi_1=71^\circ$, $\varphi_2=90^\circ$, кривым 1-5 соответствуют следующие значения W_0 , W_{11} , W_{12} в м/сек и W_{12}/W_{11} : 1 - 40, 8.4, 13.7, 1.6; 2 - 50, 8.4, 13.7, 1.6; 3 - 60, 8.4, 13.7, 1.6; 4 - 70, 8.4, 13.7, 1.6; 5 - 70, 8.4, 17.1, 2.0.



Фиг. 5

Таким образом, импульсные коэффициенты струи являются параметрами подобия. Если координаты нормированы на эти параметры, то все измеренные данные группируются около траектории струи, вычисленной по уравнениям (7) или (12). Важное преимущество данных уравнений для расчета траектории струи состоит в том, что они не содержат эмпирических величин. Экспериментальные исследования показывают хорошее совпадение теоретических и экспериментальных данных по отклонению струи. Для больших расстояний от выхода струи точность метода можно повысить, если учесть в уравнениях для центробежной силы расширение струи и уменьшение ее средней скорости.

Поступила 9 V 1973