

Рассмотрим семейство полутел единичной длины, содержащее клин с углом раствора τ . Для клина $f_0^2(x) = x\tau^2/\pi$ и контуры $h(x)$ семейства определяются по формулам

$$(3.6) \quad \frac{h(x)}{\tau} = 1/2 \frac{g(x, k)}{g(1, k)}$$

$$g(x, k) = \sqrt{\frac{x}{k}} + \frac{\pi}{4} \frac{x}{k} + \frac{x}{2k} \arcsin \frac{x-k}{x+k} + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x}{k}}$$

Здесь все профили приведены к одной относительной толщине τ .

Контуры профилей лежат между клином ($k=0$) и параболой $2h(x) = \tau x^{1/2}$ ($k=\infty$, (фиг. 2).

Приведенный коэффициент давления выражается через приведенный коэффициент давления для клина c_{pk} (из (3.5)) следующим образом:

$$(3.7) \quad c_p = c_{pk} \left(\frac{\pi^2}{4} \right)^{1/2} [kg(1, k)]^{-2/3}$$

Для предельной параболы $k=\infty$ и по (3.7) $c_p=0$ при всех $0 < x < 1$; нереальность этого результата указывает на худшую применимость настоящего метода к затупленным телам, что, видимо, связано с неприменимостью основного уравнения (1.1) вблизи затупленного носика.

Поступила 17 IV 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Oswatitsch K., Keune F.* The flow around bodies of revolution at Mach number. I. Proc. Conf. on High-Speed Aeronautics. Polytechnic Inst. Brooklyn, Brooklyn, 1955, N. Y., Edwards, 1955.
2. *Spreiter J. R., Alksne A. Y.* Thin airfoil theory based on approximate solution of the transonic flow equation. NACA, 1957, TN 3970.
3. *Spreiter J. R.* The local linearization method in transonic flow theory. Simpos. Transonicum, Aachen, 1962, Berlin — Göttingen — Heidelberg, Springer-Verlag, 1964.
4. *Müller U.* Über ein Verfahren zur Berechnung von Strömungsfeldern in der Umgebung schlanker, symmetrischer Profile bei Schallanströmung. Acta Mech., 1970, Bd. 10, No. 3-4.
5. *Гудерлей К. Г.* Теория околосзвуковых течений. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
6. *Zierep J.* Schallnake Strömungen (Beiträge zur parabolischen Methode), Z. angew. Math. und Mech., 1963, Bd. 43, Sonderh.
7. *Guderley G., Yoshihara H.* The flow over a wedge profile at Mach Number 1. J. Aero. Sci., 1950, vol. 17, No. 11.
8. *Evans T.* The parabolic equation approximation in transonic flow. ZAMP, 1966, vol. 17, fasc. 2.

УДК 533.6.01.1.55

К ЗАДАЧЕ ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ ФОРМЕ НЕСУЩИХ ТЕЛ В НЬЮТОНОВСКОМ ПОТОКЕ

Е. И. ФИЛАТОВ

(Казань)

Методом Ритца решена задача о форме нижней и верхней поверхностей тела, обладающего максимальным аэродинамическим качеством при гиперзвуковой скорости полета и наличии затупленных передних кромок, толщина которых определяется условием ограниченности их нагрева.

Введем прямоугольную декартову систему координат xuz , связанную с телом, совершающим горизонтальный полет с гиперзвуковой скоростью. Направим ось x противоположно направлению полета, ось z — вертикально вниз, ось y так, чтобы дополнить систему до правой. Сделаем следующие предположения относительно формы искомого тела: 1) плоскость xz является плоскостью симметрии, так что достаточно рассматривать только часть тела, лежащую в полупространстве $y \geq 0$; 2) уравнение нижней части поверхности тела имеет вид $z = z_1(x, y)$, уравнение верхней части — $z = z_2(x, y)$, причем функции z_1 и z_2 в любом сечении $x = \text{const}$ и $y = \text{const}$

могут быть достаточно хорошо аппроксимированы полиномами невысокой степени; 3) передняя кромка полутела — прямая, образованная пересечением плоскостей $z=ty$ и $x=ky$, толщина затупленной передней кромки пренебрежимо мала по сравнению с характерным размером искомого тела в направлении оси z ; 4) донный срез тела расположен в плоскости $x=kl=l_1$, где l — полуразмах, l_1 — длина тела; 5) объем полутела V задан. Будем также предполагать, что давление на поверхности тела определяется по формуле Ньютона, коэффициент трения c_f постоянный, влияние донного среза пренебрежимо мало.

Сопротивление и подъемная сила, отнесенные к удвоенному скоростному напору, а также объем тела при указанных выше предположениях выражаются следующим образом:

$$(1) \quad X_1 = \iint \sum_{\gamma=1}^2 \Phi_{x^\gamma} dx dy, \quad Z_1 = \iint \sum_{\lambda=1}^2 \Phi_{z^\lambda} dx dy$$

$$V = \iint (z_1 - z_2) dx dy$$

$$\Phi_{x^\gamma} = \begin{cases} [(-1)^\gamma p_\gamma^3 r_\gamma + 0.5c_f \sqrt{1+q_\gamma^2}] & \text{при } (-1)^\gamma p_\gamma \leq 0 \\ 0 & \text{при } (-1)^\gamma p_\gamma > 0 \end{cases}$$

$$\Phi_{z^\lambda} = \begin{cases} -[(-1)^\lambda p_\lambda^2 r_\lambda - 0.5c_f p_\lambda \sqrt{1+q_\lambda^2}] & \text{при } (-1)^\lambda p_\lambda \leq 0 \\ 0 & \text{при } (-1)^\lambda p_\lambda > 0 \end{cases}$$

$$p_\gamma = \frac{\partial z_\gamma}{\partial x}, \quad q_\gamma = \frac{\partial z_\gamma}{\partial y}, \quad r_\gamma = \frac{1}{1+p_\gamma^2+q_\gamma^2} \quad (\gamma=1,2)$$

Выражения для сопротивления и подъемной силы затупленной передней кромки возьмем в виде [1]

$$(2) \quad X_2 = \frac{16}{9} c_x R_0 l [\varphi(\alpha)]^2 \sin^2 \alpha \sqrt{1+m^2}$$

$$Z_2 = \frac{16}{9} c_x R_0 l [\varphi(\alpha)]^2 m \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\varphi(\alpha) = 0.75 + 0.27 \cos \alpha - 1.02 \cos^2 \alpha$$

$$\sin \alpha = \left(\frac{1+m^2}{1+k^2+m^2} \right)^{1/2}$$

Здесь c_x — коэффициент сопротивления эллиптического цилиндра, R_0 — характерная толщина передней кромки.

Удобно ввести координаты $\xi = (x-ky)/l$, $\eta = y/l$, $\zeta = (z-my)/l$, в которых передняя кромка расположится на оси ξ , донный срез — в плоскости $\xi = k(1-\eta)$. Уравнение поверхности тела запишется в виде $\zeta = \zeta_\gamma(\xi, \eta)$, где $\gamma=1$ соответствует нижней части поверхности, $\gamma=2$ — верхней, $p_\gamma = \partial \zeta_\gamma / \partial \xi$, $q_\gamma = \partial \zeta_\gamma / \partial \eta - p_\gamma k + m$.

Вариационная задача ставится следующим образом: в классе поверхностей $\zeta = \zeta_\gamma(\xi, \eta)$, удовлетворяющих условиям $\zeta_\gamma(0, \eta) = 0$, найти такие, которые при $V = \text{const}$ обеспечивают максимальное значение функционала

$$K = (Z_1 + Z_2) / (X_1 + X_2)$$

При этом m , l и k считаются свободными и варьируются вместе с формой поверхности.

Задача решалась методом Рунге, в качестве минимизирующих использовались последовательности полиномов вида

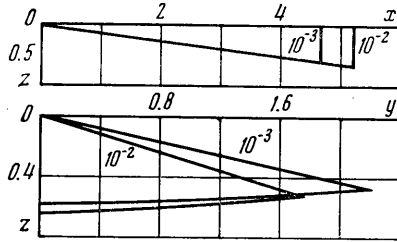
$$(3) \quad \zeta_\gamma = \sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^n a_{ij} \xi^i \eta^j \quad (v=0, 1, 2, \dots; n=0, 1, 2, \dots; \gamma=1, 2)$$

Из условия $\zeta_\gamma(0, \eta) = 0$ следует, что $a_{0j} = 0$. Изопериметрическое условие $V = \text{const}$ удовлетворялось с помощью соответствующего выбора полуразмаха

$$l = \left\{ V^{-1} \sum_{i=1}^v \sum_{j=0}^n (a_{ij}^4 - a_{ij}^2) A_{ij} \right\}^{-1/4}, \quad A_{ij} = \frac{k^{i+1}}{i+1} \int_0^1 \eta^j (1-\eta)^{i+1} d\eta$$

Сформулированная задача содержит два параметра — коэффициент трения c_f и относительный радиус закругления передней кромки $R=R_0V^{-1/3}$. Определение неизвестных коэффициентов в выражениях (3) для искомых поверхностей производилось численно методом покоординатного спуска.

Из известных к настоящему времени результатов следует, что аэродинамическое качество оптимальных несущих тел наиболее существенно зависит от формы их нижней части. Поэтому на первом этапе исследования поставленной задачи верхняя поверхность аппроксимировалась участками двух пересекающихся на оси x плоскостей и отыскивались только m , k и коэффициенты a_{ij} нижней поверхности. Полученные для таких тел во втором приближении результаты приведены в таблице. На фиг. 1 изображены сечения плоскостями $y=0$ и $x=l_1$ оптимальных тел с $R=10^{-2}$ и $R=10^{-3}$ при $c_f=10^{-3}$. Как и в работе [1], найденные оптимальные тела мало отличаются от соответствующих пирамид как геометрически, так и по величинам аэродинамического качества. Наличие закругленной передней кромки оказывает существенное влияние на форму искомых тел, но не вызывает значительного уменьшения их качества.



Фиг. 1

На втором этапе варьировалась также и форма верхней поверхности. Задача решалась при $v=n=2$, дополнительно к указанным выше неизвестным находились коэффициенты a_{10}^2 , a_{11}^2 , a_{12}^2 , a_{20}^2 , a_{21}^2 и a_{22}^2 . Выяснилось, что качество тела увели-

$R \cdot 10^2$	2.16		1		0.464		0.1	0.01
	10^{-3}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-3}
k	3.2913	2.0056	2.9653	1.7636	2.6280	1.7550	2.1413	1.5230
$lV^{-1/3}$	0.7600	0.8208	1.7568	1.9202	1.9070	1.9232	2.1822	2.7380
m	0.3321	0.4272	0.3012	0.3844	0.2659	0.3874	0.2194	0.1578
a_{10}	0.1193	0.2451	0.1198	0.2509	0.1231	0.2563	0.1219	0.1234
a_{11}	0.0302	0.1023	0.0279	0.0815	0.0265	0.0822	0.0190	0.0101
$-a_{12}$	0.0214	0.0701	0.0215	0.0595	0.0205	0.0620	0.0147	0.0077
a_{20}	0.0013	0.0094	0.0012	0.0069	0.0014	0.0072	0.0010	0.0006
$-a_{21}$	0.0012	0.0163	0.0018	0.0123	0.0019	0.0135	0.0007	0.0006
$-a_{22}$	0.0029	0.0006	0.0022	0.0023	0.0019	0.0052	0.0039	0.0048
K	5.1640	2.2878	5.1779	2.2996	5.1895	2.3075	5.2073	5.2243

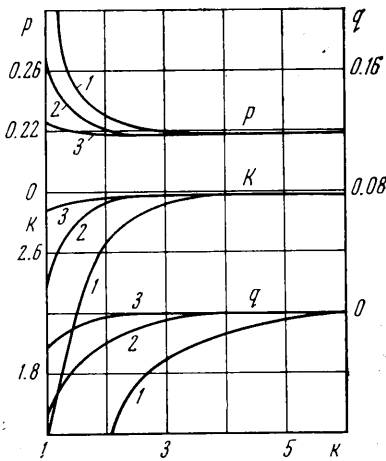
чивается, если верхняя поверхность уходит в аэродинамическую тень нижней, а полуразмах l неограниченно возрастает. При этом ограничение $V=\text{const}$ становится несущественным, так как всегда может быть выполнено за счет уменьшения толщины тела, и должно быть заменено какими-то другими изопериметрическими условиями. Ввиду этого была также рассмотрена задача, отличающаяся от предыдущей тем, что, во-первых, верхняя поверхность искомого тела заранее считалась находящейся в аэродинамической тени нижней поверхности и ее вклад в подъемную силу и сопротивление тела не учитывался, во-вторых, в качестве изопериметрического условия задавался полуразмах искомого тела l . Задача по-прежнему содержит два параметра — коэффициент трения c_f и относительную толщину передней кромки $R=R_0l^{-1}$.

Решение проводилось указанным выше методом. В нулевом приближении определялись неизвестные m , $p_1=a_{10}^1$ и k , т. е. искомая нижняя поверхность составлялась из плоских частей, коэффициенту трения придавались значения $c_f=10^{-2}$ и $c_f=10^{-3}$, толщина передней кромки менялась в диапазоне $10^{-1} \leq R \leq 10^{-5}$.

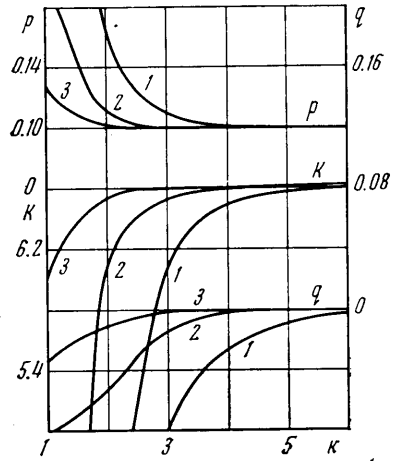
В результате решения этой задачи было получено, что при указанных выше условиях максимальным аэродинамическим качеством обладают тела, нижняя поверхность которых представляет собой плоскую треугольную пластину с нулевым наклоном к оси $y(q_1=0)$ и одинаковым для всех значений R углом θ наклона к оси x , приближенно определяемым из уравнения $c_f(1+\cos^2 \theta)=2 \sin^3 \theta \cos \theta$ и равным углу наклона к вектору скорости безграничной плоской пластины, при котором последняя обладает максимальным аэродинамическим качеством K_m .

Зависимость аэродинамического качества и геометрических параметров оптимальных тел от стреловидности k при $C_f=0.01$ и $c_f=0.001$ приведена на фиг 2 и 3

соответственно, где цифрами 1, 2 и 3 обозначены кривые, соответствующие значениям $R=10^{-1}$, 10^{-2} и 10^{-3} . Видно, что с увеличением стреловидности качество оптимальных тел растет, асимптотически приближаясь к K_m , наклон нижней поверхности к оси x убывает, приближаясь к $p_m = \operatorname{tg} \theta$, наклон к оси y стремится к нулю (т. е. поверхность становится плоской)). Видно также, что параметры оптимальных тел тем раньше приближаются к параметрам безграничной пластины, чем меньше толщина R их передних кромок. С увеличением трения влияние передних кромок на форму оптимальных тел уменьшается.



Фиг. 2



Фиг. 3

При решении задачи в более высоких приближениях были получены те же результаты, что и в нулевом приближении. Этого следовало ожидать, учитывая, что полученные в нулевом приближении значения качества практически равны максимально возможным при отсутствии каких-либо ограничений [2].

Таким образом, максимальным аэродинамическим качеством обладают тела с большой стреловидностью передних кромок, плоской нижней поверхностью и верхней поверхностью, находящейся в аэродинамической тени. Сопротивление затупленных передних кромок не оказывает существенного влияния на величину качества оптимальных тел.

Поступила 10 IV 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Филагов Е. И. Оптимальная форма несущих тел для гиперзвуковых скоростей. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 1.
2. Mielé A. The extremization of products of powers of functionals and its application to aerodynamics. Astronaut. Acta, 1966, vol. 12, No. 1.

УДК 536.246

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДРОБЛЕНИЯ КАПЕЛЬ ЖИДКОСТИ В УСЛОВИЯХ ПОСТЕПЕННОГО НАРАСТАНИЯ ВНЕШНИХ СИЛ

В. П. ЛОПАРЕВ

(Свердловск)

Приводятся результаты эксперимента по влиянию физических свойств жидкости и времени контакта фаз на дробление капель в условиях постепенного нарастания аэродинамических сил потока. Показано, что величина критического числа Вебера и механизм дробления капли определяются как условиями изменения относительной скорости газового потока в момент, предшествующий дроблению капли, так и значениями вязкостного комплекса и времени контакта фаз.