

на рассматриваемых телах может быть объяснено резким изменением кривизны элементов поверхности в областях стыка сферической и конической частей и соответствующим изменением влияния центробежных сил на создание сил давления, действующих на тело. Действительно, давление на сферической части, обусловленное воздействием центробежных сил, уменьшается на величину $\Delta p \sim \rho u_t^2 / r_1$, где ρ — плотность, u_t — касательная скорость вблизи поверхности тела.

Так как вблизи стыка $u_t \approx V_\infty \cos \theta$, то $\Delta p \sim \frac{1}{2} (\rho V_\infty^2 \cos^2 \theta) / R$. На конической части влияние центробежных сил отсутствует. Поэтому при переходе в эту область возможно увеличение давления на величину $\sim \Delta p$. Анализ зависимости Δp от геометрических и газодинамических параметров позволяет просто объяснить немонотонность давления на поверхности тел в областях стыка сферической и конической частей. При этом необходимо учитывать и важную роль зоны разрежения вблизи угловой кромки, когда в ней находится звуковая точка.

На фиг. 3 представлены формы ударных волн и звуковые линии для конуса $\theta = 60^\circ$, $r_1 = 0.6R$, рассчитанные для $M_\infty = 15$, $\gamma = 1.4, 1.2, 1.1$ (кривые 1, 2, 3 соответственно). Из фиг. 3 видно, что с уменьшением γ толщина ударного слоя также существенно уменьшается. При этом отход ударной волны на оси тела $\Delta / r_1 \sim (\gamma - 1) / (\gamma + 1)$. Для $\gamma = 1.2, 1.1$ ударные волны (кривые 2, 3) становятся вогнутыми в сторону набегающего потока (т. е. имеют обратную кривизну) на участках $y_1 \approx 0.4 \div 0.8$. Звуковые точки на теле при всех значениях γ находятся в угловой кромке, а звуковые точки на ударной волне с уменьшением γ резко смещаются в сторону оси тела.

На фиг. 4 представлены распределения давления на поверхности этого конуса при $M_\infty = 15$ и $\gamma = 1.4, 1.3, 1.2, 1.1, 1.05$ (кривые 1, 2, 3, 4, 5 соответственно). Пунктиром показано распределение давления по теории Ньютона — Буземана (с учетом центробежных сил на сферическом участке). Кривые на фиг. 4 наглядно иллюстрируют сходимость численного решения при $\gamma \rightarrow 1$ к асимптотическому, определяемому теорией Ньютона — Буземана. При этом сходимость на сферическом участке затупленного конуса равномерная, а на конической части — неравномерная.

В заключение укажем, что значения s_x , рассчитанные по распределениям давления на фиг. 4, для $\gamma = 1.4, 1.3, 1.2, 1.1, 1.05$ соответственно равны 1.48, 1.51, 1.54, 1.53, 1.54.

Поступила 4 VI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Лебедев М. Г., Пчелкина Л. В., Савинов К. Г. Решение задач газовой динамики, методом установления. Научн. тр. ин-та механ. МГУ, 1972, № 19.
2. Базжин А. П., Пирогова С. В. Расчет обтекания затупленных несимметричных конусов с большим углом раствора. Уч. зап. ЦАГИ, 1973, т. 4, № 5.
3. Магомедов К. М., Холодов А. С. О построении разностных схем для уравнений гиперболического типа на основе характеристических соотношений. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1969, т. 9, № 2.
4. Стулов В. П. О законе подобия при сверхзвуковом обтекании затупленных тел. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 4.

УДК 534.222.2

О СТРУКТУРЕ ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНЫ В ГАЗЕ

С. Ф. ОСИНИН

(Москва)

Имеется много работ по исследованию плоских стационарных детонационных волн [1-7], в которых предполагается, что коэффициенты вязкости μ , теплопроводности λ и диффузии D связаны между собой соотношениями $P_r = \mu c_p / \lambda = 3/4$ и $Le = \lambda / \rho D c_p = 1$. Но, как и в классической газовой динамике при изучении структуры плоской стационарной детонационной волны, возможны случаи, когда некоторые из величин коэффициентов переноса малы или велики, т. е. числа Прандтля и Льюиса равны или нулю, или бесконечности.

В данной работе строятся некоторые решения для структуры детонационных волн в этих предельных случаях. Оказывается, что, так же как и в структуре ударных волн, существуют поверхности разрыва внутри самой структуры детонационной волны. При этом некоторые из определяемых параметров остаются непрерывными при переходе через эту поверхность.

Система уравнений, описывающая плоскую стационарную детонационную волну с учетом вязкости, теплопроводности и диффузии, движение которой поддерживается

обратимой реакцией $A \rightleftharpoons B$, будет иметь следующий вид [8, 9]:

$$\mu \frac{du}{dX} = h(u, \theta) = u - 1 + \frac{1}{\gamma M^2} \left(\frac{\theta}{u} - 1 \right)$$

$$\lambda \frac{d\theta}{dX} = g(u, \theta, G^*) = aG^* + \theta - 1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left[(u - \theta) - \frac{1}{2} \gamma M^2 (u - 1)^2 \right]$$

$$D \frac{d\alpha}{dX} = u(\alpha^* - G^*)$$

$$\frac{dG^*}{dX} = -R \frac{r(\theta)}{u} f(\theta, \alpha) = -R \frac{r(\theta)}{u} [\alpha - (1 - \alpha) e^{-\beta/\tau_\infty \theta}]$$

где $G^* = G - G_\infty$, $\alpha^* = \alpha - \alpha_\infty$, а μ , λ и D — безразмерные коэффициенты вязкости, теплопроводности и диффузии, $u = v/v_\infty$ — безразмерная скорость, $\theta = T/T_\infty$ — безразмерная температура, $M = v_\infty/c_\infty$ — число Маха, $c_\infty = (\gamma RT_\infty/w)^{1/2}$ — скорость звука, $w = w_A = w_B$ — молекулярный вес одной из составляющих смеси, α — массовая доля горючего (вещества A) ($\alpha = \alpha_A = \rho_A/\rho$), G — массовая доля потока ($G = G_A = (\rho v)_A/(\rho v)$), ρ — плотность, $\tau_\infty = RT_\infty/E$, $a = (\gamma - 1)\beta/\gamma\tau_\infty$, $\beta = Q/E$, где E — энергия активации, а Q — тепловой эффект реакции. Решение системы должно удовлетворять следующим условиям на холодной и горячей границах:

$$u \rightarrow u_0, \quad \theta \rightarrow \theta_0, \quad \alpha^* \rightarrow G^* \rightarrow 1 - \alpha_\infty = 1 - G_\infty, \quad X \rightarrow -\infty$$

$$u \rightarrow \theta \rightarrow 1, \quad \alpha^* \rightarrow G^* \rightarrow 0, \quad X \rightarrow +\infty$$

Предположим для простоты изложения, что обратной реакции нет, тогда

$$f(\theta, \alpha) = \alpha \quad \text{и} \quad \alpha_\infty = G_\infty = 0$$

Так как строгое стационарное состояние далеко впереди волны невозможно (материал достаточно далеко впереди волны полностью прореагирует, прежде чем волна достигнет его, при любой сколь угодно малой скорости реакции), то как обычно вводится так называемая температура воспламенения, т. е. считают, что

$$r(\theta) = \begin{cases} 0 & (\theta < \theta_i) \\ \exp[(1 - \theta)^{-1/\tau_1 - 1}] & (\theta_0 < \theta_i \leq \theta) \end{cases}$$

Допустим, что диффузия отсутствует, т. е. $D = 0$.

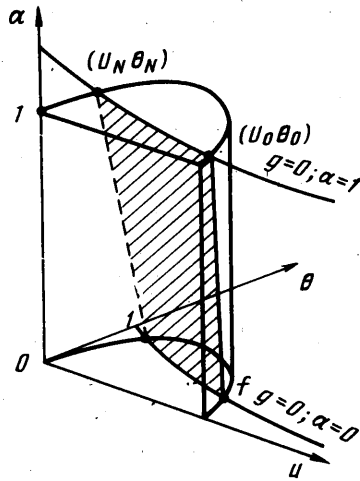
Решение системы рассмотрим в фазовой плоскости переменных u , θ и α . На фиг. 1 показана конфигурация поверхностей $h(u, \theta) = 0$, $g(u, \theta, \alpha) = 0$, $\alpha = 1$, и $\alpha = 0$. Точка 0 ($u_0, \theta_0, 1$) — начальное состояние, $N(u_N, \theta_N, 1)$ — пик Неймана, точка I соответствует решению для сильной детонационной волны ($M < 1$), а f — для слабой ($M > 1$). В дальнейшем необходимо иметь в виду, что все искомые параметры отнесены к величинам для сильной волны, поэтому состояние I будет иметь координаты $(1, 1, 0)$, а состояние f — ($u_f, \theta_f, 0$). Чтобы выяснить характер особых точек I и f воспользуемся [10].

В результате установим, что $(1, 1, 0)$ — особая точка типа пространственного седла с плоским устойчивым узлом. Следовательно, в окрестности I все интегральные кривые, достигающие этой точки, принадлежат плоскости, образованной двумя собственными векторами, которые обозначим через $\{1, E_1, B_1\}$ и $\{1, E_2, B_2\}$. В $(1, 1, 0)$ эти кривые входят по направлению $\{1, E_1, B_1\}$. По второму асимптотическому направлению $\{1, E_2, B_2\}$ в $(1, 1, 0)$ входит только одна интегральная кривая. Аналогично найдем, что f — пространственная седловая точка с двумерным (плоским в окрестности) неустойчивым узлом ($X \rightarrow +\infty$). Таким образом в $(u_f, \theta_f, 0)$ входит единственная интегральная кривая по направлению $\{1, E_f, B_f\}$, а все остальные или выходят из нее, или ведут себя в окрестности этой точки так же, как вблизи седла. Очевидно, что кривая, лежащая в плоскости $\alpha = 0$ и удовлетворяющая первым двум уравнениям, удовлетворит и всей системе. Вместе с граничными условиями, заданными в I и f , такое решение будет соответствовать структуре ударной волны, распространяющейся в продуктах реакции.

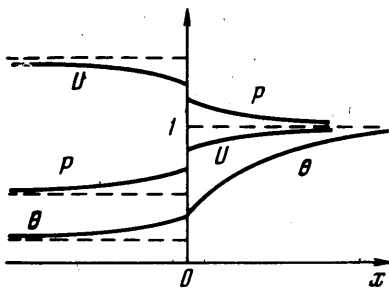
Пусть теперь $\mu \rightarrow 0$. Тогда каждая интегральная кривая рассматриваемой системы разбивается на два участка в соответствии с изменением параметра u — на участок с медленным изменением по u и на участок с быстрым изменением по u . Первый из них расположен вблизи поверхности $h(u, \theta) = 0$. В пределе получится следующая картина: плоский узел в окрестности 1 вырождается в интегральную кривую L , лежащую на параболическом цилиндре, причем легко видеть, что L будет сепаратрисой с асимптотическим направлением $\{1, E_1, B_1\}$. Очевидно, что индивидуальность интегральных кривых, связанная с выбором θ , проявится около 1 в том, что эти кривые сойдут с поверхности $h(u, \theta) = 0$ в разных точках сепаратрисы L .

Рассматривая поле интегральных кривых, расположенных на правой стороне параболического цилиндра, легко установить, что f — седло и каждой температуре воспламенения соответствует своя интегральная кривая. Можно показать также, что не существует физически допустимой интегральной кривой, соединяющей точки 0 и 1 и полностью принадлежащей поверхности $h(u, \theta) = 0$, поэтому при $\mu = 0$ структура детонационной волны должна иметь разрывной характер по скорости. Скачок происходит при постоянных значениях θ и α из точки $(u_*^{(1)}, \theta_*, \alpha_*)$, принадлежащей правой стороне цилиндра $h(u, \theta) = 0$, в точку $(u_*^{(2)}, \theta_*, \alpha_*)$, принадлежащую сепаратрисе L . Такое решение эквивалентно изотермическому скачку в структуре ударной волны [11–13]. Очевидно, что в обоих случаях такие скачки могут появиться только для достаточно сильных ударных и детонационных волн. На фиг. 2 приведено распределение искомых параметров вдоль оси X .

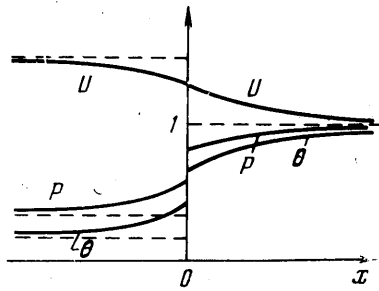
Рассмотрены также предельные структуры для случаев, когда $R \rightarrow 0$, причем 1) $\mu \rightarrow 0$; 2) $\lambda \rightarrow 0$; 3) $\mu \rightarrow 0, \lambda \rightarrow 0$, но $\lambda/\mu \rightarrow \text{const}$, и когда $R \rightarrow \infty$ и либо $\mu \rightarrow 0$, причем



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

1а) $R\mu \rightarrow 0$; 2а) $R\mu \rightarrow \text{const}$; 3а) $R\mu \rightarrow \infty$, либо $\lambda \rightarrow 0$ и аналогично 1б) $R\lambda \rightarrow 0$, 2б) $R\lambda \rightarrow \text{const}$ и 3б) $R\lambda \rightarrow \infty$.

В результате анализа установлено: в случаях 1), 2) и 3) предельная структура существует и представляет собой волну детонации Зельдовича — Неймана с разрывной ударной волной, а для остальных случаев предельные структуры не существуют, за исключением случая 3б). Соответствующие ему распределения параметров вдоль оси X показаны на фиг. 3. Видно, что терпят разрыв все переменные, кроме скорости и плотности.

Если λ или μ стремятся к ∞ , то необходимо сделать замену $dX = \kappa d\xi$, где $\kappa = \lambda, \mu$. Рассмотрено также влияние обратной реакции на структуру детонационной волны. Установлено, что предельные решения качественно не изменятся.

Автор благодарит В. А. Левина за ценные советы и постоянное внимание.

Поступила 26 IX 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. *Hirschfelder J. O., Curtiss C. F.* Theory of detonations. 1. Irreversible unimolecular reaction. J. Chem. Phys., 1958, vol. 28, No. 6.
2. *Linder B., Curtiss C. F., Hirschfelder J. O.* Theory of detonations. 2. Reversible unimolecular reaction. J. Chem. Phys., 1958, vol. 28, No. 6.
3. *Curtiss C. F., Hirschfelder J. O., Barnett M. P.* Theory of detonations. 3. Ignition temperature approximation. J. Chem. Phys., 1959, vol. 30, No. 2.
4. *Hirschfelder J. O., Curtiss C. F., Barnett M. P.* Ignition temperature approximation for bimolecular detonations. Phys. Fluids, 1961, vol. 4, No. 2.
5. *Wood W. W.* Existence of detonations for small values of the rate parameter. Phys. Fluids, 1961, vol. 4, No. 1.
6. *Wood W. W.* Existence of detonations of large values of the rate parameter. Phys. Fluids, 1963, vol. 6, No. 8.
7. *Toshitaka Fujiwara.* Plane steady Navier—Stokes detonations of oxyzone. J. Phys. Soc. Japan, 1970, vol. 28, No. 5.
8. *Вильямс Ф. А.* Теория горения. М., «Наука», 1971.
9. *Гиршфельдер Дж., Кергисс Ч., Берд Р.* Молекулярная теория газов и жидкостей. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
10. *Reyn J. W.* Classification and description of the singular points of a system of three linear differential equations. ZAMP, 1964, vol. 15, No. 5.
11. *Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н.* Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М., «Наука», 1968.
12. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
13. Основы газовой динамики. М., Изд-во иностр. лит., 1963.

УДК 534.222.2

**РАСПАД РАЗРЫВА С УЧЕТОМ РЕАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ
ПРОДУКТОВ ДЕТОНАЦИИ КОНДЕНСИРОВАННОГО ВЗРЫВЧАТОГО
ВЕЩЕСТВА**

О. С. ПОПЕЛЬ, О. А. СИНКЕВИЧ

(Москва)

Рассмотрена задача о распаде произвольного разрыва, связанного с выходом детонационной волны на границу заряда конденсированного ВВ. В численных расчетах использовалось реальное уравнение состояния продуктов детонации гексогена. Построена u — p -диаграмма, которая позволяет проводить графические расчеты распада разрыва для различных сред.

Проведено сопоставление рассчитанных значений начальных скоростей ударных волн с экспериментальными данными, полученными на некотором расстоянии от заряда ВВ. Показано, что увеличение давления газа, в которой происходит разлет продуктов взрыва, приводит к уменьшению начальной скорости ударной волны и к усилению затухания в процессе ее дальнейшего движения в ударной трубе.

1. В связи с созданием взрывных ударных труб [1–4] возникает необходимость расчета параметров ударных волн, получаемых в таких устройствах. Первым шагом в этом направлении является решение задачи о распаде произвольного разрыва, вызванного выходом детонационной волны на границу заряда конденсированного взрывчатого вещества. При взрыве конденсированного ВВ в продуктах детонации развиваются давления в сотни тысяч атмосфер и температуры в несколько тысяч градусов [5]. Образование ударной волны в газе с начальным давлением p_H порядка нескольких миллиметров ртутного столба приводит к расширению продуктов взрыва до нескольких атмосфер. Описать процесс расширения в таком широком диапазоне параметров можно лишь при использовании реального уравнения состояния продуктов детонации, учитывающего эффекты взаимодействия между частицами.

Непосредственно применять данные экспериментального и теоретического исследований изэнтроп расширения продуктов детонации конденсированных ВВ, приведенные в работах [6–10], для расчета распада взрыва во взрывных ударных трубах не удается по двум причинам. Во-первых, в этих работах рассматривается расширение