

АВТОМОДЕЛЬНЫЕ МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ, СОПРОВОЖДАЮЩИЕСЯ ВОЛНАМИ ДЕТОНАЦИИ И ГОРЕНИЯ

В. А. МАРЕЕВ

(Москва)

В последние годы все большее внимание привлекают магнитогазодинамические (МГД) течения с волнами детонации и фронтами горения. Интенсивный теплоподвод обеспечивает настолько значительное увеличение температуры и давления за фронтами тепловыделения, что газообразные продукты сгорания становятся проводящими, так что картина течения в электрическом и магнитном полях может существенно изменяться по сравнению с обычной газовой динамикой.

В случае конечной проводимости газа, когда магнитные числа Рейнольдса R_m невелики, были изучены асимптотические законы распространения волн детонации [1], которые либо переходят к режиму Чепмена — Жуге (ЧЖ) (в ряде случаев на конечном расстоянии от источника инициирования), либо остаются пересекательными. В работе [2] исследованы стационарные режимы течения за детонационными волнами и рассмотрена задача о выходе на стационарный режим детонационной волны, возникающей у закрытого конца трубы, в скрещенных однородных магнитном и электрическом полях.

В настоящей работе приведены результаты исследования одномерных автомоделных течений, вызванных движением поршня в горючей смеси газов, по которой распространяется волна детонации или фронт горения. Движение осуществляется во внешних электрическом и магнитном полях, оказывающих существенное воздействие на течение проводящих продуктов сгорания.

С помощью качественного и численного анализа найдены области изменения определяющих параметров, в которых реализуются различные режимы течения. Полученные результаты использованы для решения задачи об обтекании тонкого клина потоком газа с большой сверхзвуковой скоростью в осевом магнитном поле.

1. Рассмотрим течение совершенного газа с постоянными теплоемкостями, возникающее перед плоским ($\nu=1$) или цилиндрическим ($\nu=2$) поршнем, который в момент времени $t=0$ начинает с постоянной скоростью u_p вытеснять горючую смесь газов из пространства $x>0$ ($\nu=1$) или расширяться в радиальном направлении x от оси симметрии ($\nu=2$).

В дальнейшем будут рассмотрены два типа течений. Первый из них соответствует случаю, когда по покоящейся горючей смеси газов перед поршнем распространяется волна детонации, второй — когда по невозмущенному газу движется ударная волна, за которой перед поршнем распространяется фронт горения.

Предположим, что тепло Q , подводимое к единице массы газа на фронтах тепловыделения, настолько велико, что температура достигает значений, при которых газ становится электропроводным с конечной проводимостью σ . Для простоты предположим также, что отношение теплоемкостей γ постоянно во всей области течения.

Пусть течение осуществляется во внешних (магнитные числа Рейнольдса достаточно малы $R_m \ll 1$) электрическом и магнитном полях следующей структуры:

$$(1.1) \quad \mathbf{V} = (0, 0, V(x)), \quad \mathbf{E} = (0, E(x), 0)$$

Выбранная геометрия магнитного и электрического полей (1.1) обеспечивает в случае изотропной проводимости одномерное течение газа. Принимая во внимание все сделанные предположения, запишем систему

уравнений, описывающую течение газа в области $x_p < x < x_F$ между поршнем и волной детонации или при $x_p < x < x_T$ между поршнем и фронтом горения

$$(1.2) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + (\nu-1) \frac{\rho u}{x} &= 0 \\ \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} &= f_x, \quad f_x = \frac{\sigma B}{c} \left(E - \frac{uB}{c} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\gamma p}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + (\gamma-1)A, \quad A = \sigma \left(E - \frac{uB}{c} \right)^2 \\ p &= R\rho T \end{aligned}$$

Здесь и далее все обозначения общепринятые, B и E определены в (1.1), f_x — электромагнитная сила, A — джоулева диссипация

$$(1.3) \quad u = u_p \quad (x = x_p)$$

Помимо условия непротекания на поршне (1.3) систему уравнений (1.2) необходимо дополнить граничными условиями, которые соответствуют различным типам рассматриваемых течений. В случае течения с волной детонации недостающими граничными условиями служат соотношения на детонационном фронте, распространяющемся со скоростью D_F

$$(1.4) \quad \begin{aligned} u &= \frac{D_F}{\gamma+1} \left[(1-q) + \sqrt{(1-qq_j)(1-q/q_j)} \right] \quad (x = x_F) \\ p &= p_\infty + \rho_\infty u D_F, \quad \rho = \rho_\infty (1-u/D_F)^{-1} \\ (q &= a_\infty^2/D_F^2, \quad q_j = a_\infty^2/D_j^2, \quad a_\infty^2 = \gamma p_\infty/\rho_\infty) \\ a_\infty (1-q_j)/\sqrt{q_j} &= [2(\gamma^2-1)Q]^{1/2} \end{aligned}$$

В выражениях (1.4) величины, отмеченные индексом j , соответствуют режиму ЧЖ.

При течениях с фронтом горения в качестве граничных условий используются соотношения на передней ударной волне, распространяющейся со скоростью D_v , и на фронте горения

$$(1.5) \quad \begin{cases} u_1 = \frac{2}{\gamma+1} D_v (1-q) & (q = a_\infty^2/D_v^2), \quad (x = x_v) \\ p_1 = p_\infty + \rho_\infty u D_v, & \rho_1 = \rho_\infty (1-u_1/D_v)^{-1} \end{cases}$$

$$(1.6) \quad \begin{cases} u = u_2 + u_x (1 - \rho_2/\rho), \quad p = p_2 + (1 - \rho_2/\rho) \rho_2 u_x^2 & (x = x_T) \\ \left(\frac{\rho_2}{\rho} \right)^2 - \frac{2\gamma}{\gamma+1} \left(1 + \frac{p_2}{\rho_2 u_x^2} \right) \frac{\rho_2}{\rho} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p_2}{\rho_2 u_x^2} + 1 + \frac{2Q}{u_x^2} \right) = 0 \end{cases}$$

В соотношениях (1.5), (1.6) индексами ∞ , 1, 2 отмечены соответственно параметры покоящегося газа, параметры газа за передней ударной волной и перед фронтом горения; u_x — скорость фронта горения по частицам перед ним (физико-химическая постоянная), так что скорость распространения фронта горения $D_T = u_x + u_2$.

Для решения приведенной системы необходимо задать еще одно замыкающее соотношение: $\sigma = \sigma(p, \rho)$.

2. Предположим, что величины B и E представляются формулами $B = B_* x^m$, $E = E_* x^l$ (B_* и E_* — постоянные размерные величины).

С помощью теории размерностей и подобия [3] можно установить, что условия автомодельности для рассматриваемого класса течений имеют вид $m=l=-1/2$.

Отметим, что эти соотношения являются частным случаем более общих условий автомодельности, полученных в [4].

Введем следующие автомодельные переменные

$$(2.1) \quad \lambda = \frac{x}{D_* t}, \quad P = \frac{p}{\rho_* D_*^2}, \quad R = \frac{\rho}{\rho_*}, \quad U = \frac{u}{D_*}$$

Здесь ρ_* и D_* — соответственно характерные значения плотности и скорости. При рассмотрении течений с фронтами горения положим $\rho_* = (\gamma+1)\rho_\infty/(\gamma-1)$, $D_* = a_\infty$, а для течений с волнами детонации — $\rho_* = (\gamma+1)\rho_\infty/(\gamma+q_j) = \rho_j$, $D_* = D_j$.

Система уравнений (1.2) и граничные условия (1.3) — (1.6) в случае автомодельных течений примут вид

$$(2.2) \quad \begin{aligned} R'(U-\lambda) + U'R + (\nu-1)RU/\lambda &= 0 \\ RU'(U-\lambda) + P' &= N\sigma(K-U)/\lambda \end{aligned}$$

$$(2.3) \quad \begin{aligned} P'(U-\lambda) - \gamma PR'(U-\lambda)/R &= (\gamma-1)N\sigma(K-U)^2/\lambda \\ U &= \lambda \quad (\lambda = \lambda_p, \lambda_p = x_p/D_* t) \end{aligned}$$

$$(2.4) \quad U = \frac{\lambda}{\gamma+1} \left[(1-q) + \sqrt{(1-qq_j)(1-q/q_j)} \right] \quad (\lambda = \lambda_F)$$

$$(2.5) \quad \begin{aligned} P &= (q_j + \gamma\lambda U)(\gamma + q_j)/\gamma(\gamma + 1), \quad R = (\gamma + q_j)/(\gamma + 1)(1 - U/\lambda) \\ & \quad (\lambda_F = x_F/D_* t) \\ U_1 &= 2\lambda(1-q)/(\gamma+1), \quad P_1 = (q + \gamma\lambda U_1)(\gamma-1)/(\gamma+1) \end{aligned}$$

$$(2.6) \quad \begin{aligned} R_1 &= (\gamma-1)/(\gamma+1)(1-U_1/\lambda) \quad (\lambda = \lambda_v), \quad (\lambda_v = x_v/D_* t) \\ U &= U_2 + U_x(1-R_2/R), \quad P = P_2 + (1-R_2/R)R_2U_x^2 \quad (\lambda = \lambda_r) \end{aligned}$$

$$\left(\frac{R_2}{R}\right)^2 - \frac{2\gamma}{\gamma+1} \left(1 + \frac{P_2}{R_2U_x^2}\right) \frac{R_2}{R} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \left[\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{P_2}{R_2U_x^2} + 1 + \frac{2Q'}{U_x^2} \right] = 0.$$

$$N = \frac{\sigma_* B_*^2}{c^2 D_* \rho_*}, \quad K = \frac{E_* c}{B_* D_*}, \quad U_x = \frac{u_x}{a_\infty}, \quad Q' = \frac{Q}{a_\infty^2}, \quad \sigma = \sigma(p, \rho)/\sigma_*$$

Здесь N — параметр МГД взаимодействия, K — параметр нагрузки, σ_* — характерное значение проводимости.

3. Проведем качественное исследование системы уравнений (2.2). Отметим, что исследованию систем обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих течения газа при различных воздействиях на поток, посвящено достаточно большое число работ. Так, например, при $R_m \ll 1$ изучены стационарные одномерные [5] и квазиодномерные [6] МГД течения, а также стационарные режимы детонации [2], исследованы автомодельные течения с теплоподводом [7] (см. также библиографию к [7]). Ряд общих вопросов исследования стационарных течений рассмотрен в [8].

В дальнейшем будем рассматривать плоские ($\nu=1$) течения при $\sigma = \text{const}$.

Вводя вместо давления P число Маха $M = |U - \lambda| / (\gamma P / R)^{1/2}$, получим вместо (2.2) следующую эквивалентную систему:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} U' &= \frac{N(U-K) [(U-\lambda) - (\gamma-1)(K-\lambda)/\gamma] \gamma M^2}{\lambda R (U-\lambda)^2 (1-M^2)} \\ M' &= \frac{M}{U-\lambda} \left\{ \frac{N(U-K) [(U-\lambda) - r(\gamma-1)(K-\lambda)/\gamma] \gamma M^2 s}{\lambda R (U-\lambda)^2 (1-M^2)} - 1 \right\} \\ R' &= -RU' / (U-\lambda) \quad (s=1+(\gamma-1)M^2/2, r=(1+\gamma M^2)/2s). \end{aligned}$$

При этом в граничных условиях (2.4) — (2.6) вторые соотношения перейдут в соответствующие выражения для переменной M , которые здесь не приводятся. Заметим только, что при $\lambda = \lambda_F$ (2.4) или при $\lambda = \lambda_v$ (2.5) $M < 1$ всюду, кроме точек $\lambda_F = 1$ или $\lambda_v = 1$. Последние два условия имеют место соответственно для волны ЧЖ или для слабого разрыва.

Интегральные кривые системы (3.1) принадлежат к четырехмерному пространству λURM , причем для настоящего исследования интерес представляет лишь область

$$(3.2) \quad U \leq \lambda, \quad M \geq 0, \quad R \geq 0, \quad \lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_v \quad \text{или} \quad \lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_F$$

Особые точки системы уравнений (3.1) определяются условиями

$$(3.3) \quad U = K, \quad M = 1$$

$$(3.4) \quad U = \lambda/\gamma + (\gamma-1)K/\gamma = V, \quad M = 1$$

$$(3.5) \quad U = \lambda, \quad M = 0$$

и принадлежат к двумерным поверхностям в пространстве λURM .

Согласно (2.2) и (1.2) в точках пересечения интегральных кривых системы (3.1) и поверхности $U = K$ $f_x = 0$ и $A = 0$ — режим холостого хода. Запишем первое уравнение (3.1) в следующем виде:

$$(3.6) \quad U' = \frac{f_x(U-\lambda) - (\gamma-1)A}{(M^2-1)R(U-\lambda)^2} \gamma M^2$$

и составим отношение

$$(3.7) \quad L = f_x(U-\lambda) / (\gamma-1)A = (U-\lambda) / (\gamma-1)(K-U)$$

Как следует из (3.6), (3.7), в случае $K < U$ при $L > 1$ ($U < V$) преобладают эффекты силового воздействия на поток, а при $L < 1$ ($U > V$) более существенны эффекты тепловыделения. Условие $L = 1$ ($U = V$) соответствует взаимной компенсации воздействий со стороны электромагнитной силы f_x и джоулева теплоподвода A .

Перейдем к исследованию особых точек (3.3) системы уравнений (3.1). Нетрудно показать, что при $U = K$ M всегда равно единице. Это означает, что точки пересечения интегральных кривых системы (3.1) с поверхностью $U = K$ принадлежат также и поверхности $M = 1$.

Согласно [8], интегральные кривые системы (3.1) в окрестности (3.3) касательны двумерной плоскости и могут быть исследованы методами, применяемыми для кривых на плоскости [9].

Производя линейные разложения переменных в окрестности исследуемой особенности, можно показать, что с точностью до величин более высокого порядка малости

$$(3.8) \quad \frac{d(U-K)}{d(\lambda-\lambda_0)} = \frac{a(U-K)}{(\lambda-\lambda_0) - (\gamma+1)(U-K)/2} \quad \left(a = \frac{N}{2\lambda_0 R_0} \right)$$

Здесь R_0 и λ_0 — соответственно значения плотности и координаты в особой точке.

Уравнение (3.8) дает возможность исследовать ход интегральных кривых системы (3.1) в плоскости (U, λ) при известных значениях R_0 и λ_0 (аналогичные представления могут быть получены для любой пары переменных из пространства λURM). Как следует из (3.8), особая точка — узел [9], сепаратриса которого, отделяющая интегральные кривые, входящие в узел при $M > 1$, от кривых, входящих в узел при $M < 1$, совпадает с интегральной кривой $U=K$ при $a \leq 1$ или наклонена к ней под углом φ ($\pi/2 < \varphi < \pi$) при $a > 1$. При этом решения, проходящие через узел, устойчивы [8].

Согласно второму уравнению (3.1) $M' > 0$ при $U=V$. Нетрудно показать, что вследствие этого особые точки, определяемые соотношениями (3.4), при данных граничных условиях (2.4) — (2.6) либо не принадлежат рассматриваемой области, либо особенность возникает на ее границе (2.4) при $\lambda_p = 1$, когда $U(\lambda=1) = U_j = (1 - q_j) / (\gamma + 1)$. Поэтому, не останавливаясь более подробно на исследовании особых точек (3.4), укажем, что при $U=V$ и $M=1$ система (3.1) имеет особенность типа седла.

Отметим, что для удовлетворения условия непротекания на поршне (2.3) необходимо, чтобы $U'(U=\lambda) \leq 1$, иначе интегральные кривые системы (3.1) не достигают поверхности $U=\lambda$, на которой $U' \geq 0$ при $M < 1$ (3.1). Таким образом, в окрестности (3.5) решение системы (3.1) может быть представлено в виде следующих рядов:

при $U'(U=\lambda) < 1$ и $\lambda_p > 0$

$$(3.9) \quad \begin{aligned} U &= \lambda_p + V_1 \xi + V_2 \xi^2 + \dots, & R &= R_1 \xi^\alpha (1 + R_2 \xi + \dots) \\ M &= M_1 \xi^{\alpha/2+1} (1 + M_2 \xi + \dots), & \lambda &= \lambda_p + \xi \\ P &= P_p + P_1 \xi + \dots, & \alpha &= V_1 / (1 - V_1) \quad (V_1 < 1) \\ P_p &= (\gamma - 1) N (K - \lambda_p)^2 / \gamma \lambda_p V_1, & P_1 &= N (K - \lambda_p) / \lambda_p \end{aligned}$$

при $U'(U=\lambda) = 1$ и $\lambda_p > 0$

$$(3.10) \quad \begin{aligned} U &= \lambda_p + \xi + V_2 \xi^2 + V_3 \xi^3 + \dots, & R &= R_1 e^{\beta/\xi} \xi^\alpha (1 + R_1 \xi + \dots) \\ M &= M_1 e^{\beta/2\xi} \xi^{\alpha/2+2} (1 + M_2 \xi + \dots), & \lambda &= \lambda_p + \xi \\ P &= P_p + P_1 \xi + \dots, & \alpha &= -2 + V_3 / V_2^2, \quad \beta = 1 / V_2 \quad (V_2 < 0) \end{aligned}$$

где P_p и P_1 принимают те же значения, что и в (3.9).

Покажем, что не существует интегральной кривой системы (3.1) или (2.2), проходящей через поверхность $U=\lambda=0$ и имеющей конечную производную в ее окрестности при $K \neq 0$. Предположим противное. Тогда вдоль этой интегральной кривой выполняется интеграл масс [3]

$$(3.11) \quad m\lambda + R(U - \lambda) = 0$$

где m — безразмерная масса, заключенная между координатными поверхностями $\lambda=0$ и λ . Из соотношения (3.11) и из двух последних уравнений (2.2) следует, что при $U \rightarrow \lambda = 0$

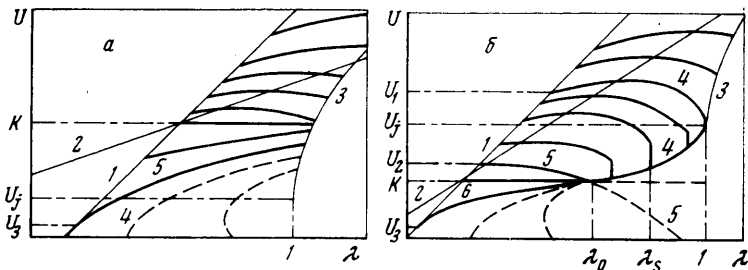
$$(3.12) \quad P' = NK / \lambda, \quad P = (\gamma - 1) NK^2 / \lambda U' \gamma \quad (m \rightarrow 0 \text{ при } U \rightarrow \lambda)$$

Легко видеть, что соотношения (3.12) не могут быть удовлетворены одновременно. Полученное противоречие доказывает исходную посылку. Это в свою очередь означает, что должна существовать некая предельная интегральная кривая системы (3.1), на которой $U'(U=\lambda) = 1$ при $\lambda_p > 0$.

Качественный ход интегральных кривых системы (3.1) в плоскости (U, λ) при течениях с волнами детонации (2.4) в случаях $K > U_j$ и $K < U_j$ представлен соответственно на фиг. 1, а, б. Сплошными линиями на них

изображены решения краевой задачи (2.2) — (2.4), а также линии $U=\lambda$ (1), $U=V$ (2) и кривая 3, соответствующая граничным условиям на волне детонации при заданном q_j . Вдоль нее параметр q изменяется от q_j при $\lambda=1$ до 0 при $\lambda \rightarrow \infty$. Пунктирные линии — интегральные кривые и их участки, не удовлетворяющие краевым условиям.

Как следует из фиг. 1, а при $K > U_j$ всюду реализуются дозвуковые течения с пересжатыми волнами детонации для всех $\lambda_p > U_3$. Условие $K > U_j$ исключает решения с волнами детонации ЧЖ, так как в окрестности $\lambda=1$ и $U=U_j$, $M' > 0$, если $M > 1$, и $M' < 0$, если $M < 1$. Предельному режиму течения при $\lambda_p = U_3$ (кривая 5) соответствует, как уже отмечалось, значение производной $U'(U=\lambda)=1$.



Фиг. 1

Представленный на фиг. 1, б ход интегральных кривых реализуется в том случае, когда при $K < U_j$ параметры течения в особой точке (3.3) таковы, что $a > 1$ (3.8). Из фиг. 1, б видно, что решения системы (3.1) для значений $\lambda_p > U_1$, лежащие выше верхней ветви интегральной кривой 4, всюду дозвуковые и осуществляются при течениях с пересжатыми волнами детонации. При $U_3 \leq \lambda_p < U_1$ решения соответствуют волне детонации ЧЖ, поэтому для того чтобы удовлетворить граничному условию на поршне (2.3), необходимо иметь еще один произвольный параметр. В данном случае таким произволом при построении решения вдоль сверхзвуковой (нижней) ветви интегральной кривой 4 может служить либо положение ударной волны λ_s , когда решение претерпевает сильный разрыв при $U_2 < \lambda_p < U_1$, либо прохождение решения через слабый разрыв в узловой точке $\lambda = \lambda_0$ при $U_2 \leq \lambda_p \leq U_3$. Интегральная кривая 5 — сепаратриса узла, отделяющая в его окрестности решения с $M > 1$ (например, кривая 4) от решений с $M < 1$ (например, кривая 6, соответствующая предельному режиму течения).

Таким образом, при значениях $\lambda_p < U_3$ (фиг. 1) система уравнений (1.2) — (1.4) не имеет автомодельных решений, продолжимых до поршня.

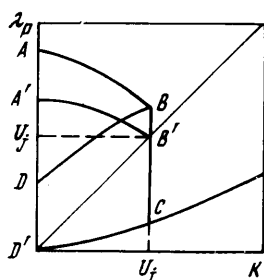
Следует отметить, что при $K = U_j$ картина интегральных кривых такова, что особая точка $\lambda = \lambda_0$ совпадает с точкой на волне детонации ЧЖ ($\lambda = 1$), при этом $U_1 = U_2$. Ход интегральных кривых качественно не изменится и в случае $a \leq 1$, однако при этом $U_2 = K$.

Используя результаты проведенного исследования хода интегральных кривых, построим качественно диаграмму областей решений системы уравнений (2.2) — (2.4) в плоскости параметров λ_p и K (фиг. 2).

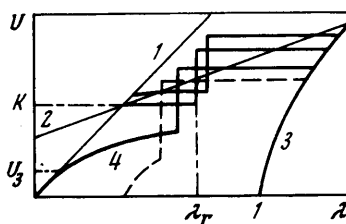
Кривые, представленные на фиг. 2, выражают зависимости величин $U_1(K)$ и $U_2(K)$ при $a > 1$ (соответственно AB и DB) и при $a \leq 1$ ($A'B'$ и $D'B'$), а также $U_3(K)$ — ($D'C$) при фиксированных значениях параметров N и q_j . Как было показано, область $ABCD'A(A'B'CD'A')$ соответствует течениям в режиме ЧЖ, причем в ее части $ABD(A'B'D')$ осуществляются

решения со скачком уплотнения между поршнем и волной детонации, а в $DBCD'$ ($D'B'C$) — течения с непрерывным переходом через скорость звука при $U=K$. Во всем остальном пространстве $\lambda_p \geq U_3$ имеют место непрерывные дозвуковые течения с пересжатými волнами детонации. В отличие от обычного газодинамического течения в данном случае возможны режимы пересжатой детонации при $\lambda_p < U_j$ и детонации ЧЖ при $\lambda_p > U_j$.

Укажем, что выше прямой $K=\lambda_p(D'B')$, которой соответствует режим холостого хода с однородным распределением параметров, течение происходит в генераторном режиме, при $K > U_j$ и $U_3 \leq \lambda_p < K$ — в ускорительном, а в области $D'B'C$ реализуются как генераторный ($1 \geq \lambda > \lambda_0$), так и ускорительный ($\lambda_p \leq \lambda < \lambda_0$) режимы течения (фиг. 1).



Фиг. 2



Фиг. 3

На фиг. 3 представлена качественная картина интегральных кривых краевой задачи (2.2), (2.3), (2.5), (2.6) для течений с фронтом горения. Однородный поток за передней ударной волной (кривая 3) отделяется от области проводящего газа фронтом горения λ_T с разрывом газодинамических параметров согласно (2.6). Вдоль кривой 3 параметр q изменяется от 1 при $\lambda=1$ до 0 при $\lambda \rightarrow \infty$. Значение скорости поршня $\lambda_p=U_3$ соответствует предельному режиму течения (интегральная кривая 4). Течение газа между фронтом горения и поршнем осуществляется в генераторном режиме при $K > \lambda_p$ и в ускорительном — при $K < \lambda_p$, в случае $K=\lambda_p$ — режим холостого хода.

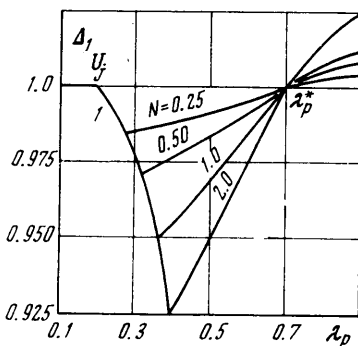
4. В качестве примера приведем результаты численных расчетов системы (2.2) — (2.4), выполненных при $\gamma=1.4$ и $q_j=0.5$ в достаточно широком диапазоне изменения параметров N , K и λ_p (фиг. 4, 5).

Изменение величины Δ_1 отношения скорости волны детонации D_F при $N \neq 0$ к скорости волны детонации D_{0F} при $N=0$ в зависимости от λ_p и N в отсутствие электрического поля ($K=0$) представлено на фиг. 4. Линия 1 соответствует точкам A и A' на фиг. 2 и выражает зависимость D_j/D_{0F} : левее этой кривой — режимы детонации ЧЖ, правее — пересжатая детонация.

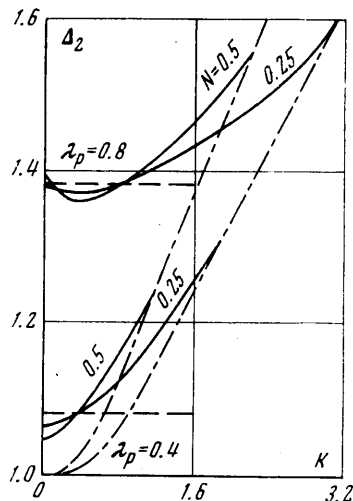
Фиг. 5 иллюстрирует влияние электрического поля на скорость волны детонации при различных значениях λ_p и N . Пунктирными линиями на фиг. 5 изображены отношения D_F/D_j при $N=0$, а штрихпунктирными кривыми — зависимости отношения D_F/D_j от K при $\lambda_p=U_3$ (правее этой кривой решений, удовлетворяющих условию непротекания на поршне (2.3), не существует), $\Delta_2=D_F/D_j$.

Объяснение полученных результатов состоит в следующем. В режиме короткого замыкания ($K=0$) вся работа, затрачиваемая на преодоление сопротивления магнитного поля, переходит в джоулеву теплоту, выделяемую в объеме между поршнем и детонационной волной. В случае $\lambda_p < \lambda_p^*$

(фиг. 4) в потоке превалирует тормозящее действие магнитной силы, приводящее к уменьшению скорости волны детонации. В связи с этим возможны течения в режиме ЧЖ при $\lambda_p > U_j$ (фиг. 2). Увеличение скорости поршня способствует расширению области $U > V$, в которой более существенным является джоулев теплоподвод (см. (3.7)), что обеспечивает возрастание скорости волны детонации (фиг. 2) при $\lambda_p > \lambda_p^*$.



Фиг. 4



Фиг. 5

При увеличении параметра K в генераторном режиме ($K < \lambda_p$) часть энергии отводится во внешнюю цепь, уменьшается тормозящая электромагнитная сила и джоулево тепловыделение. Поэтому в случае $\lambda_p < \lambda_p^*$ наблюдается увеличение скорости детонационных волн (фиг. 5), а при $\lambda_p > \lambda_p^*$ — уменьшение. Этим же объясняется факт падения скорости $U_1(K)$ (фиг. 2).

Дальнейшее увеличение параметра K ($K > U_j$, $K > \lambda_p$) соответствует ускорительному режиму течения, когда к газу подводится энергия извне и электромагнитная сила, направленная по потоку, ускоряет его. В связи с этим возрастает скорость волны детонации, что делает возможным реализацию режимов пересжатой детонации при $\lambda_p \leq U_j$ (фиг. 2).

Все указанные эффекты проявляются тем сильнее, чем больше параметр МГД взаимодействия N .

Численные расчеты системы уравнений, описывающей течения с фронтами горения, выполненные в широком диапазоне изменения определяющих параметров, показали, что качественные закономерности изменения скоростей передней ударной волны и фронта горения аналогичны тем, которые возникают при течениях с пересжатыми волнами детонации, и объясняются тем же образом.

5. Полученные выше результаты можно использовать для решения задачи о движении тонкого клина с большой сверхзвуковой скоростью $V = \text{const}$ в горючей смеси газов во внешнем магнитном поле \mathbf{B} ($K=0$), коллинеарном с направлением V .

Будем считать, что соответствующие оценки порядка газодинамических величин при учете МГД эффектов удовлетворяют предположениям гипотезы плоских сечений [10], так что задача об обтекании клина при $\mathbf{B} \neq 0$ сводится к задаче о нестационарном течении, вызванном плоским поршнем, скорость которого $u_p = V \operatorname{tg} \alpha$ (α — угол полураствора клина).

Приведенные результаты исследования плоских МГД течений показывают, что при обтекании тонкого клина гиперзвуковым потоком детонирующего газа возможны следующие виды течений. При значениях величины $\lambda_p = V \operatorname{tg} \alpha / D_j > U_1$ (фиг. 2) осуществляются режимы обтекания с пересажатой волной детонации.

При уменьшении λ_p до значений, меньших U_1 , между волной детонации ЧЖ и течением сжатия вблизи поверхности клина возникает зона разрежения, замыкающаяся скачком уплотнения, интенсивность которого сначала увеличивается, а затем уменьшается (фиг. 1, б) по мере убывания λ_p .

Процесс уменьшения λ_p сопровождается увеличением ширины зоны разрежения вплоть до значений $\lambda_p = U_2$ (фиг. 2), когда замыкающий скачок уплотнения вырождается в характеристику, положение которой не изменяется при $\lambda_p < U_2$.

Следует отметить, что при газодинамическом обтекании конуса потоком детонирующего газа [11] наблюдаются закономерности изменения характеристик течения, близкие к приведенным.

При обтекании клина горючей смесью газов, когда в потоке образуется фронт горения, для всех значений величины $\lambda_p = V \operatorname{tg} \alpha / a_\infty$ вблизи поверхности клина возникает зона сжатия, отделяемая от головной ударной волны областью с однородным распределением параметров и фронтом горения.

Автор благодарит А. Б. Ватажина за полезные обсуждения.

Поступила 29 III 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Левин В. А. Распространение детонационных волн в электрическом и магнитном полях. Ин-т механ. МГУ, 1969, Отчет № 972.
2. Левин В. А. Распространение детонационных волн в электрическом и магнитном полях. Ин-т механ. МГУ, 1970, Отчет № 1103.
3. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1972.
4. Мареев В. А. Автомодельные нестационарные магнитогазодинамические течения излучающего газа, вызванные движением поршня. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 3.
5. Resler E. L., Sears W. R. The prospects for magnetoaerodynamics. J. Aeronaut. Sci., 1958, vol. 25, No. 4. (Рус. перев.: Перспективы магнитной аэродинамики. Механика. Период. сб. перев. иностр. статей, 1959, № 6.)
6. Слободкина Ф. А. Качественное исследование уравнений квазиодномерного магнитогидродинамического течения в каналах. ПМТФ, 1966, № 3.
7. Кроль В. М., Слободкина Ф. А. О предельных режимах автомодельных течений газов с учетом конечной скорости химических реакций. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 6.
8. Куликовский А. Г., Слободкина Ф. А. Об устойчивости произвольных стационарных течений в окрестности точек перехода через скорость звука. ПММ, 1967, т. 31, вып. 4.
9. Немыцкий В. В., Степанов В. В. Качественная теория дифференциальных уравнений. М.—Л., Гостехиздат, 1949.
10. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
11. Квашнина С. С., Черный Г. Г. Установившееся обтекание конуса потоком детонирующего газа. ПММ, 1959, т. 23, вып. 1.