

**К ПРОБЛЕМЕ ДИФФУЗИОННОГО РАСПАДА  
СЛАБОИОНИЗОВАННОГО ГАЗА В ЦИЛИНДРЕ**

**И. Б. ЧЕКМАРЕВ**

(Ленинград)

В конце 40-х годов, когда начались широкие исследования газового разряда в магнитном поле, было обнаружено, что скорость диффузии поперек поля значительно выше величины, даваемой теорией амбиполярной диффузии. Бом [1] предположил, что причиной ускорения диффузии является наличие колебаний, приводящих плазму в состояние турбулентного движения. Позднее был предложен другой механизм ускорения диффузии [2], согласно которому условие амбиполярности не выполняется и в плазме возникают электрические токи, замыкающиеся через электропроводные стенки.

В дальнейшем последовал ряд экспериментальных и теоретических работ, в которых с целью проверки выдвинутых гипотез исследовалась диффузия заряженных частиц в цилиндрических каналах конечной длины при наличии продольного магнитного поля [3-9]. Большинство их посвящено изучению так называемого распада плазмы, т. е. нестационарного процесса уменьшения первоначально созданной концентрации электронов и ионов как вследствие диффузии на стенки с последующей рекомбинацией, так и вследствие объемной рекомбинации.

Эксперименты не только подтвердили наличие токов в случае проводящих стенок, но и показали заметное расхождение с теорией амбиполярной диффузии в случае непроводящих стенок [6-8].

Теоретическое рассмотрение проблемы вследствие значительной сложности оказалось затруднительным. В результате, несмотря на отдельные попытки решения, в настоящее время нет еще четкой постановки задачи. Отсутствует единство взглядов по ряду существенных вопросов, например о применимости условия амбиполярности.

В настоящей работе в гидродинамическом приближении дана постановка задачи о распаде слабоионизованной плазмы в цилиндре конечной длины при наличии однородного продольного магнитного поля. Основные предположения следующие: 1) степень ионизации мала и учитываются только упругие столкновения электронов и ионов с атомами газа; 2) выполняются условия  $\lambda_\alpha \ll \lambda_D \ll R$ , где  $\lambda_\alpha$  — длина свободного пробега частиц сорта  $\alpha$ ,  $\lambda_D$  — дебаевская длина,  $R$  — радиус цилиндра; 3) газ в целом неподвижен; 4) парциальные температуры  $T_e$ ,  $T_i$ ,  $T_a$  постоянные, причем  $T_i = T_a$  и мало отличаются от температуры стенок; 5) индуцированное магнитное поле мало. При этих допущениях поведение плазмы описывается уравнениями диффузионного приближения [4, 8]. Применение метода сингулярных возмущений позволило в нулевом приближении естественным образом выделить квазинейтральную область, в которой уравнения преобразуются к одножидкостному виду [9], и области заряженных пограничных слоев. Рассмотрены случаи непроводящих и проводящих стенок. Показано, что амбиполярная диффузия имеет место в первом случае только при отсутствии магнитного поля. Для цилиндра с проводящими стенками приведено приближенное решение.

Введем безразмерные переменные

$$\rho = \frac{r}{R}, \quad \tau = \frac{D_\alpha t}{R^2}, \quad g_\alpha = \frac{n_\alpha}{n_0}, \quad G_\alpha = \frac{\Gamma_\alpha R}{D_\alpha n_0}$$

$$D_\alpha = \frac{k(T_e + T_i)\tau_i}{m_i}, \quad \Phi = \frac{e\varphi}{kT_e}, \quad \mathbf{b} = \frac{\mathbf{B}}{B} \quad (\alpha = e, i)$$

где  $D_\alpha$  — коэффициент амбиполярной диффузии,  $\tau_i$  — время свободного пробега частиц сорта  $\alpha$ ,  $n_0$  — характерная плотность заряженных частиц,  $\Gamma_\alpha$  — диффузионный поток,  $\varphi$  — электрический потенциал,  $B$  — магнитная индукция приложенного поля. Остальные обозначения общепринятые.

Тогда исходная безразмерная система уравнений будет иметь вид [4, 8, 9]

$$(1) \quad \frac{\partial g_\alpha}{\partial \tau} + \nabla G_\alpha = 0$$

$$\nabla g_e - g_e \nabla \Phi + \frac{T_e + T_i}{T_e} \omega_i \tau_i G_e \times \mathbf{b} = - \frac{T_e + T_i}{T_e} \frac{\mu_i}{\mu_e} G_e$$

$$\frac{T_i}{T_e} \nabla g_i + g_i \nabla \Phi - \frac{T_e + T_i}{T_e} \omega_i \tau_i G_i \times \mathbf{b} = - \frac{T_e + T_i}{T_e} G_i$$

$$v \Delta \Phi = g_e - g_i$$

$$\mu_\alpha = \frac{e \tau_\alpha}{m_\alpha}, \quad v = \left( \frac{\lambda_D}{R} \right)^2, \quad \lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon k T_e}{e^2 n_0}}, \quad \omega_i \tau_i = \mu_\alpha B$$

Начальные условия необходимо задать в виде

$$(2) \quad \tau = 0, \quad g_e = g_{e0}(\rho), \quad g_i = g_{i0}(\rho)$$

Предположение, что стенка идеально адсорбирующая и отраженные потоки электронов и ионов равны нулю, дает два следующих безразмерных граничных условия [10]:

$$(3) \quad g_e = h \frac{c_i}{c_e} G_{en}, \quad g_i = h G_{in}$$

$$h = \frac{\pi}{4} \frac{T_e + T_i}{T_i} \left( \frac{\lambda_i}{R} \right), \quad c_\alpha = \sqrt{\frac{8kT_\alpha}{\pi m_\alpha}}$$

Нормаль  $\mathbf{n}$  направлена наружу из плазмы.

Кроме того, для непроводящих и проводящих стенок имеем соответственно условия

$$(4) \quad j_n = 0 \quad \text{или} \quad \Phi = 0$$

Так как  $\lambda_D/R \ll 1$ , то в исходной системе (1) в последнем уравнении имеется малый параметр  $v$  при старшей производной и рассматриваемая задача относится к типу сингулярно возмущенных [11].

Следуя методу пограничных слоев, ищем внешнее решение системы (1) в виде

$$(5) \quad g_\alpha = g_{\alpha 0} + \sqrt{v} g_{\alpha 1} + \dots, \quad G_\alpha = G_{\alpha 0} + \sqrt{v} G_{\alpha 1} + \dots$$

В нулевом приближении получаем «квазинейтральную» систему уравнений (индекс 0 опускается).

$$(6) \quad g_e = g_i = g, \quad \frac{\partial g}{\partial \tau} + \nabla G_\alpha = 0$$

$$\nabla g - g \nabla \Phi + \frac{T_e + T_i}{T_e} \omega_i \tau_i G_e \times \mathbf{b} = - \frac{T_e + T_i}{T_e} \frac{\mu_i}{\mu_e} G_e$$

$$\frac{T_i}{T_e} \nabla g + g \nabla \Phi - \frac{T_e + T_i}{T_e} \omega_i \tau_i G_i \times \mathbf{b} = - \frac{T_e + T_i}{T_e} G_i$$

Вводя плотность тока  $\mathbf{j} = \mathbf{G}_i - \mathbf{G}_e$ , преобразуем (6) при  $\mu_i/\mu_e \ll 1$  к следующему виду:

$$(7) \quad \frac{\partial g}{\partial \tau} = \Delta g - \omega_i \tau_i \nabla (\mathbf{j} \times \mathbf{b}), \quad \nabla \mathbf{j} = 0$$

$$\mathbf{j} + \omega_e \tau_e \mathbf{j} \times \mathbf{b} - \beta (\mathbf{j} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{b} = \frac{T_e}{T_e + T_i} \frac{\mu_e}{\mu_i} (\nabla g - g \nabla \Phi) -$$

$$- \omega_e \tau_e \nabla g \times \mathbf{b}, \quad \mathbf{G}_e = -\mathbf{j} - \nabla g + \omega_i \tau_i \mathbf{j} \times \mathbf{b}, \quad \mathbf{G}_i = -\nabla g + \omega_i \tau_i \mathbf{j} \times \mathbf{b}$$

$$(\beta = \omega_e \tau_e \omega_i \tau_i)$$

В цилиндрической системе координат после исключения  $j_\theta$  из (7) получаем

$$(8) \quad \frac{\partial g}{\partial \tau} = \frac{1}{1+\beta} \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi \frac{\partial g}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial^2 g}{\partial \zeta^2} + \frac{\beta}{1+\beta} \frac{\partial j_z}{\partial \zeta}$$

$$\left( 1 - \frac{T_e + T_i}{T_e} \frac{\mu_i}{\mu_e} m \right) \frac{\partial g}{\partial \xi} - g \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \frac{T_e + T_i}{T_e} \frac{\mu_i}{\mu_e} m \left( 1 + \frac{\mu_i}{\mu_e} \beta \right) j_r = 0$$

$$\frac{\partial g}{\partial \zeta} - g \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} - \frac{T_e + T_i}{T_e} \frac{\mu_i}{\mu_e} j_z = 0, \quad \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} (\xi j_r) + \frac{\partial j_z}{\partial \zeta} = 0$$

$$\xi = \frac{r}{R}, \quad \zeta = \frac{z}{R}, \quad m = \left( 1 + \frac{\mu_e}{\mu_i} \beta \right) / (1 + \beta)$$

Для проекций диффузионных потоков находим соответственно

$$(9) \quad G_{er} = -\frac{1}{1+\beta} \left[ \frac{\partial g}{\partial \xi} + \left( 1 + \frac{\mu_i}{\mu_e} \beta \right) j_r \right], \quad G_{ez} = -\left( \frac{\partial g}{\partial \zeta} + j_z \right)$$

$$G_{ir} = -\frac{1}{1+\beta} \left[ \frac{\partial g}{\partial \xi} - \frac{\mu_i}{\mu_e} \left( 1 + \frac{\mu_e}{\mu_i} \beta \right) j_r \right], \quad G_{iz} = -\left( \frac{\partial g}{\partial \zeta} - \frac{\mu_i}{\mu_e} j_z \right)$$

Чтобы получить уравнения для бокового пограничного слоя, переходим в исходной системе (1) к переменным  $\eta_s = (1 - \xi)/\sqrt{v}$ ,  $\xi = \xi$  и ищем решение в виде рядов по степеням  $\sqrt{v}$ .

В нулевом приближении при  $\sqrt{v} \beta \ll 1$  находим (индекс 0 опускается)

$$(10) \quad \frac{\partial G_{er}'}{\partial \eta_s} = 0, \quad \frac{\partial G_{ir}'}{\partial \eta_s} = 0, \quad \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial \eta_s^2} = g_e' - g_i'$$

$$\frac{\partial g_e'}{\partial \eta_s} - g_e' \frac{\partial \Phi'}{\partial \eta_s} = 0, \quad \frac{T_i}{T_e} \frac{\partial g_i'}{\partial \eta_s} + g_i' \frac{\partial \Phi'}{\partial \eta_s} = 0$$

Для получения уравнений пограничного слоя около торцевой стенки  $\xi = \xi_r$  переходим в системе (1) к переменным  $\xi = \xi$ ,  $\eta_r = (\xi_r - \xi)/\sqrt{v}$ .

Соответственно получаем

$$(11) \quad \frac{\partial G_{ez}'}{\partial \eta_r} = 0, \quad \frac{\partial G_{iz}'}{\partial \eta_r} = 0, \quad \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial \eta_r^2} = g_e' - g_i'$$

$$\frac{\partial g_e'}{\partial \eta_r} - g_e' \frac{\partial \Phi'}{\partial \eta_r} = 0, \quad \frac{T_i}{T_e} \frac{\partial g_i'}{\partial \eta_r} + g_i' \frac{\partial \Phi'}{\partial \eta_r} = 0$$

Таким образом, в нулевом приближении исходная система (1) заменяется квазинейтральной системой (8) и уравнениями бокового пограничного слоя (10) и, учитывая симметрию задачи, уравнениями торцового пограничного слоя (11) при  $\xi = \xi_T$ .

Начальные условия (2) сводятся теперь к одному

$$(12) \quad \tau = 0, \quad g = g_0(\xi, \zeta)$$

Граничные условия (3) и (4) преобразуются в граничные условия для системы (10) при  $\eta_s = 0$  и системы (11) при  $\eta_T = 0$

$$(13) \quad g_e' = h \frac{c_i}{c_e} G_{en}', \quad g_i' = h G_{in}' \\ j_n' = 0 \quad \text{или} \quad \Phi' = 0$$

Кроме того, имеем следующие условия асимптотического сращивания квазинейтрального решения с решениями в боковом при  $\eta_s \rightarrow \infty$ ,  $\xi \rightarrow 1$  и торцовом при  $\eta_T \rightarrow \infty$ ,  $\zeta \rightarrow \xi_T$  пограничных слоях

$$(14) \quad g_\alpha' \rightarrow g, \quad G_{\alpha n}' \rightarrow G_{\alpha n}, \quad \Phi' \rightarrow \Phi$$

Интегрирование систем (10) и (11) с использованием граничных условий (13) и условий сращивания (14) позволяет получить следующие соотношения между искомыми величинами на внешней границе пограничного слоя:

$$(15) \quad \xi = 1, \quad g + \frac{h}{1+\beta} \left( \frac{c_i}{c_e} \right)^* \frac{\partial g}{\partial \xi} = 0, \quad \kappa = \frac{T_e}{T_e + T_i}$$

$$\frac{h}{1+\beta} \left( \frac{c_i}{c_e} \right)^* \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \left( 1 - \frac{T_e + T_i}{T_e} \frac{\mu_i}{\mu_e} m \right) = 0$$

$$(16) \quad \zeta = \xi_T, \quad g + h \left( \frac{c_i}{c_e} \right)^* \frac{\partial g}{\partial \zeta} = 0$$

$$h \left( \frac{c_i}{c_e} \right)^* \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} + 1 = 0$$

в случае непроводящих стенок и

$$(17) \quad \xi = 1, \quad g = h \left( \frac{c_i}{c_e} \right) G_{er} \exp(\Phi), \quad \Phi = \frac{T_i}{T_e + T_i} \ln \left[ \frac{c_e}{c_i} \frac{G_{ir}}{G_{er}} \right]$$

$$(18) \quad \zeta = \xi_T, \quad g = h \frac{c_i}{c_e} G_{ez} \exp(\Phi), \quad \Phi = \frac{T_i}{T_e + T_i} \ln \left[ \frac{c_e}{c_i} \frac{G_{iz}}{G_{ez}} \right]$$

в случае проводящих стенок.

В результате задача о распаде плазмы в цилиндре свелась к решению квазинейтральной системы (8) с начальным условием (12) и граничными условиями (15), (16) или (17), (18) вместе с условиями симметрии.

Вычислим из второго и третьего уравнения (8) смешанную производ-

ную  $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi \partial \zeta}$ . Получим

$$(19) \quad \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi \partial \zeta} \right) = \left( 1 - \frac{T_e + T_i}{T_e} \frac{\mu_i}{\mu_e} m \right) \frac{\partial^2 \ln g}{\partial \xi \partial \zeta} - \\ - \frac{T_e + T_i}{T_e} \frac{\mu_i}{\mu_e} m \left( 1 + \frac{\mu_i}{\mu_e} \beta \right) \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{j_r}{g} \right)$$

$$\left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi \partial \zeta} \right)^* = \frac{\partial^2 \ln g}{\partial \xi \partial \zeta} - \frac{T_e + T_i}{T_e} \frac{\mu_i}{\mu_e} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{j_z}{g} \right)$$

Если положить  $j_r = j_z = 0$ , то оба выражения совпадут при  $\mu_i/\mu_e \ll 1$  только в случае  $\beta = 0$ . При этом  $\Phi = \ln g$  и может быть получено решение системы (8), удовлетворяющее начальному условию (12) и граничным условиям (15), (16). Таким образом, при исключении частного случая специального начального условия  $g_0(\xi, \zeta) = J_0(\gamma\xi) \cos(\lambda\zeta)$  амбиполярная диффузия в цилиндре с непроводящими стенками будет иметь место только в отсутствие магнитного поля.

В случае цилиндра с проводящими стенками некоторые характерные особенности процесса распада можно выявить с помощью следующего приближенного решения. Рассмотрим регулярную стадию распада, когда роль начальных условий уже незначительна, и аппроксимируем распределение концентрации  $g$  и функции тока  $\psi$  простейшими выражениями, удовлетворяющими условиям симметрии

$$(20) \quad g = J_0(\gamma\xi) \cos(\lambda\zeta) \exp(-\delta\tau), \quad \psi = qJ_1(\gamma\xi) \sin(\lambda\zeta) \exp(-\delta\tau)$$

$$j_r = \frac{\partial \psi}{\partial \zeta}, \quad j_z = -\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} (\xi\psi).$$

Подстановка (20) в первое уравнение системы (8) и в граничные условия (17), (18) дает следующие соотношения для определения  $\gamma$ ,  $\lambda$ ,  $q$ ,  $\delta$ ,  $\Phi_s = \Phi|_{\xi=1}$ ,  $\Phi_T = \Phi|_{\zeta=\tau}$ :

$$(21) \quad \delta = \frac{\gamma^2}{1+\beta} + \lambda^2 + \frac{\beta}{1+\beta} q\gamma\lambda$$

$$J_0(\gamma) = \frac{h}{1+\beta} \frac{c_i}{c_e} [\gamma - (1 + \omega_i^2 \tau_i^2) q\lambda] J_1(\gamma) \exp(\Phi_s)$$

$$\cos(\lambda\zeta_T) = h \frac{c_i}{c_e} [\lambda + q\gamma] \sin(\lambda\zeta_T) \exp(\Phi_T)$$

$$\Phi_s = \frac{T_i}{T_e + T_i} \ln \left[ \frac{c_e}{c_i} \frac{\gamma + \mu(1 + \omega_e^2 \tau_e^2) q\lambda}{\gamma - (1 + \omega_i^2 \tau_i^2) q\lambda} \right]$$

$$\Phi_T = \frac{T_i}{T_e + T_i} \ln \left[ \frac{c_e}{c_i} \frac{\lambda - \mu q\gamma}{\lambda + q\gamma} \right], \quad \mu = \frac{\mu_i}{\mu_e}$$

Недостающая связь может быть получена в результате решения уравнения второго порядка для  $\Phi$ , которое нетрудно найти исключением тока из еще неиспользованной части системы (8). Воспользуемся, однако, более простым путем. Имеем

$$(22) \quad \Phi_s = \Phi_0 + \int_0^1 \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \partial \xi, \quad \Phi_T = \Phi_0 + \int_0^{\tau} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \partial \zeta$$

где  $\Phi_0$  — потенциал плазмы в центре цилиндра. Подставляя  $\partial \Phi / \partial \xi$  и  $\partial \Phi / \partial \zeta$  из второго и третьего уравнений системы (8) и производя интегрирование, находим последние два условия

$$(23) \quad \Phi_s = \Phi_0 + \left[ 1 - \frac{T_e + T_i}{T_e} \mu m \left( 1 - (1 + \omega_i^2 \tau_i^2) q \frac{\lambda}{\gamma} \right) \right] \ln J_0(\gamma)$$

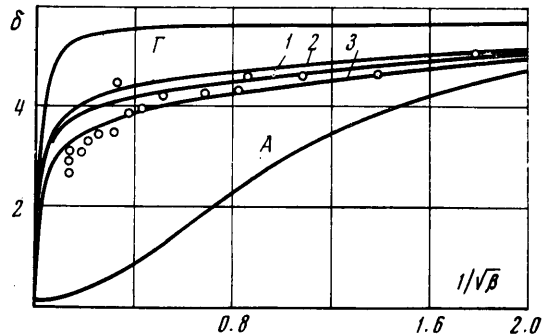
$$\Phi_T = \Phi_0 + \left( 1 - \frac{T_e + T_i}{T_e} \mu q \frac{\gamma}{\lambda} \right) \ln \cos(\lambda\zeta_T)$$

Решение системы (21), (23) производилось для разных значений  $\beta$ ,  $\lambda_i/R$  и  $\xi_T$  при  $T_e=T_i$ ,  $c_i/c_e=10^{-2}$ ,  $\mu_i/\mu_e=10^{-3}$ , что примерно соответствует физическим условиям экспериментов с распадающейся плазмой. На фиг. 1 приведена зависимость декремента затухания  $\delta$  от параметра магнитного поля  $\beta$  для  $\xi_T=5$  и  $\lambda_i/R=10^{-4}$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^{-2}$  (кривые 1, 2, 3 соответственно). Здесь же нанесены кривая А, соответствующая амбиполяльному режиму [9], и кривая Г, соответствующая решению [3, 4].

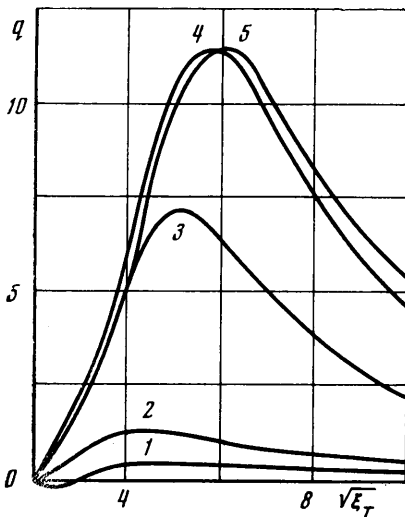
Последнее решение было получено путем линеаризации диффузионных уравнений с помощью предположения  $\Phi \sim \ln g$ .

Выше было показано, что такое соотношение строго выполняется только в случае непроводящих стенок и при отсутствии магнитного поля. Точки представляют собой пересчитанные экспериментальные данные из работы [6].

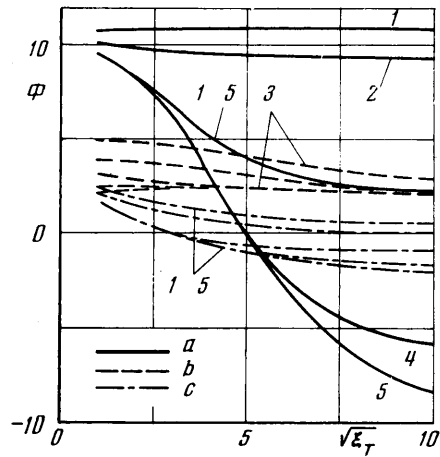
Используемый для сравнения эксперимент был проведен при давлениях газа, примерно соответствующих  $\lambda_i/R=10^{-3}$ . Вследствие большого диапазона изменения магнитного поля значительная часть результатов находится в области справедливости настоящего решения  $\sqrt{\nu} \beta \ll 1$ . Согла-



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

сие с экспериментом удовлетворительное вплоть до сильных магнитных полей. На фиг. 2 показана зависимость токового параметра  $q$  от безразмерной длины цилиндра  $\xi_T$  при разных  $\beta$  (на фиг. 2, 3 кривые 1–5 соответствуют значениям  $\beta=0, 0.1, 1, 10, 100$ ). Существовало, что в случае проводящих стенок в распадающейся плазме и без магнитного поля возникает слабый ток, направление которого зависит от длины цилиндра. Видно, что при каждом значении  $\beta$  имеется определенная длина цилиндра  $\xi_T$ , при которой ток максимален.

На фиг. 3 приведены графики изменения потенциала в центре цилиндра  $\Phi_0$  и потенциалов на внешней границе экранирующих слоев  $\Phi_s$  и  $\Phi_T$  (кривые *a*, *b*, *c* соответственно) в зависимости от длины цилиндра при разных  $\beta$ . При слабых магнитных полях ( $\beta \ll 0.1$ ) распределение потенциала в плазме имеет монотонный характер при всех рассмотренных  $\zeta_T$ , т. е.  $\Phi_0 > \Phi_s > 0$ . Однако при  $\beta \geq 1$  распределение потенциала в плазме с некоторого  $\zeta_T$  становится немонотонным: в то время как значения потенциала  $\Phi_s$  на внешней границе бокового экранирующего слоя изменяются слабо и остаются положительными, потенциал в центре цилиндра  $\Phi_0$  быстро уменьшается с ростом  $\zeta_T$ , становится сначала меньше  $\Phi_s$ , а затем принимает даже отрицательные значения. Такое радиальное распределение электрического потенциала в плазме, когда в квазинейтральной области он растет от своего минимального значения на оси цилиндра до величины  $\Phi_s > 0$ , а затем в области экранирующего слоя падает до нуля, было экспериментально обнаружено в [7].

Поступила 17 IV 1974

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bohm D., Burhop E. H. S., Massey H. S. W. Characteristics of electrical discharges in magnetic fields. N. Y., 1949.
2. Simon A. Ambipolar diffusion in a magnetic field. Phys. Rev., 1955, vol. 98, No. 2.
3. Голант В. Е., Жилинский А. П. Исследование диффузионного распада плазмы в магнитном поле. III. Ж. техн. физ., 1962, т. 32, вып. 11.
4. Голант В. Е. Диффузия заряженных частиц плазмы в магнитном поле. Усп. физ. н., 1963, т. 79, № 3.
5. Whitehouse D. R., Wollman H. B. Plasma diffusion in a magnetic field. Phys. Fluids, 1963, vol. 6, No. 10.
6. Geissler K. H. Classical and anomalous diffusion of an afterglow plasma. Phys. Rev., 1968, vol. 171, No. 1.
7. Geissler K. H. On the influence of boundary conditions on the diffusion of a weakly ionized plasma across a magnetic field. Plasma Phys., 1968, vol. 10, No. 2.
8. Geissler K. H. The problem of ambipolar diffusion of finite magnetoplasmas. Phys. Fluids, 1970, vol. 13, No. 4.
9. Чекмарев И. Б. Распад слабоионизированной плазмы в цилиндре с электропроводными стенками при наличии продольного магнитного поля. Ж. техн. физ., 1972, т. 42, № 2.
10. Мак-Даниель И. Процессы столкновений в ионизованных газах. М., «Мир», 1967.
11. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. М., «Мир», 1972.