

СГЛАЖИВАНИЕ РАЗРЫВОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА
В ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИКЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ДИФФУЗИОННЫХ
ПРОЦЕССОВ

А. Б. ВАТАЖИН

(Москва)

Проведено исследование электрогидродинамических течений, в которых имеются зоны резкого изменения электрического заряда (остающегося, по предположению, ограниченной величиной).

В бездиффузионном приближении такие течения характеризуются разрывом электрического заряда q . Примерами таких движений являются нестационарные течения с движущимися фронтами электрического заряда [1], стационарные течения, в которых электрический заряд сосредоточен только в части гидродинамического потока [2, 3], течения с разрывами газодинамических параметров, обуславливающих появление разрыва q [4-7], пограничные слои вблизи сеток-электродов, установленных перпендикулярно электрогидродинамическому потоку. Эффекты диффузии заряженных частиц должны вызывать сглаживание разрывов электрического заряда.

Изучена диффузионная структура таких разрывов при больших электрических числах Пекле. Анализ распределения q в газодинамических скачках проведен с учетом вязкой и диффузионной структуры разрывов в приближении малого параметра электрогазодинамического взаимодействия. Рассмотрены три задачи о течениях с диффузией заряженных частиц: задача о разлете конечного электрического заряда в покоящейся среде, первоначально сконцентрированного в точке или на единице длины линии; пограничный слой на сетке-электроре, перпендикулярном направлению потока заряженной жидкости; электрогазодинамические течения с режимом изменением скорости, не сопровождающиеся появлением поверхностного заряда.

1. Уравнения. Для описания электрогазодинамических течений с учетом диффузии заряженных частиц в приближении слабого электрогазодинамического взаимодействия будем использовать следующую систему уравнений:

$$(1.1) \quad \mathbf{j}^\circ = q(\mathbf{v}^\circ + b\mathbf{E}^\circ) - D\nabla q^\circ$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial q^\circ}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j}^\circ = 0, \operatorname{rot} \mathbf{E}^\circ = 0, \operatorname{div} \mathbf{E}^\circ = \frac{4\pi}{\varepsilon} q^\circ \quad (b, D, \varepsilon = \text{const})$$

Здесь \mathbf{j}° , \mathbf{E}° и \mathbf{v}° — векторы плотности электрического тока, электрического поля и гидродинамической скорости, q° , b и D — плотность электрического заряда, подвижность и коэффициент диффузии заряженных частиц, ε — диэлектрическая постоянная. При известном распределении \mathbf{v}° система (1.1), (1.2) служит для определения электрических параметров \mathbf{j}° , \mathbf{E}° и q° .

Эффекты диффузии заряженных частиц характеризуются величиной электрического числа Пекле $Pe = v_* L / D$, где v_* и L — характерные скорость и размер области течения. Для электрогазодинамических течений, создаваемых обдувом воздуха коронных источников, имеем [8]: $v_* \sim 10^4$ см/сек, $L \sim 10$ см, $D = 0.1$ см²/сек, $Pe \sim 10^6 \gg 1$. Заметим, что при наличии турбулентной диффузии заряженных частиц эффективный коэффициент D может возрасти на несколько порядков. Однако и в этом случае эффективное число Pe будет весьма большой величиной. При $Pe \gg 1$ эф-

факты диффузии не играют какой-либо роли в областях, характерный размер изменения параметров в которых имеет порядок L . Однако в узких зонах резкого изменения параметров эффекты конвекции и диффузии заряженных частиц оказываются сравнимыми по величине, диффузионный член в (1.1) становится не малым. За счет диффузии заряженных частиц происходит сглаживание разрывов электрического заряда, возникающих в течениях в бездиффузионном приближении.

Во многих электрогазодинамических течениях, например создаваемых коронными источниками, заряженными частицами являются положительные или отрицательные ионы, которые имеют такие же массу m и время между соударениями τ , как и незаряженные частицы газа. В этом случае коэффициент молекулярной диффузии D заряженных частиц и коэффициент кинематической вязкости ν нейтрального газа имеют одинаковый порядок величины. Действительно, в общем случае имеем

$$D \sim kT\tau/m, \quad \nu \sim kT_n\tau_n/m_n, \quad \lambda = D/\nu \sim (\tau/\tau_n) (T/T_n) (m_n/m)$$

где индекс n соответствует частицам нейтрального газа. Если $m \sim m_n$, $\tau \sim \tau_n$ и температуры заряженной и нейтральной компонент совпадают, то $\lambda \sim 1$.

Поэтому если разрыв электрического заряда обусловлен вязким газодинамическим разрывом, то ширина структурной диффузионной зоны изменения электрического заряда может оказаться одного порядка с шириной структурной зоны вязкого скачка.

2. Разлет электрического заряда в покоящейся среде. Рассмотрим одномерные движения заряженных частиц в покоящейся ($v^0 = 0$) нейтральной среде в случае цилиндрической ($\nu = 1$) и сферической ($\nu = 2$) симметрии. Из (1.1), (1.2) находим

$$(2.1) \quad r^\nu \frac{\partial q^0}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(q^0 b E^0 - D \frac{\partial q^0}{\partial r} \right) \right] = 0$$

$$(2.2) \quad \frac{\partial r^\nu E^0}{\partial r} = \frac{4\pi}{e} q^0 r^\nu \quad \left(E^0 = e_r E^0, \quad j^0 = e_r \left(q^0 b E^0 - D \frac{\partial q^0}{\partial r} \right) \right)$$

Здесь r — радиальная координата.

Пусть в момент $t=0$ на единице длины линии $r=0$ (при $\nu=1$) или в точке $r=0$ (при $\nu=2$) сосредоточен конечный заряд Q_v . При $t>0$ происходит движение заряженной компоненты вследствие сил электростатического расталкивания одноименно заряженных частиц и их диффузии в неподвижную среду нейтрального газа. Начальными и граничными условиями для решения системы (2.1), (2.2) служат соотношения

$$(2.3) \quad q^0 = 0 \quad (0 < r < \infty, t = 0), \quad q^0 < \infty, \quad E^0 < \infty \quad (0 \leq r < \infty, t > 0)$$

$$2^\nu \pi \int_0^\infty r^\nu q^0 dr = Q_v \quad (\nu = 1, 2)$$

Последнее выражение в (2.3) представляет собой интегральное условие сохранения электрического заряда.

Функции q^0 и E^0 зависят от следующих переменных и размерных параметров: r , t , b , D , Q_v . С помощью теории размерностей и подобия [9] получаем

$$(2.4) \quad q^0 = \frac{e}{tb} q(\xi, \zeta), \quad E^0 = \frac{r}{tb} E(\xi, \zeta)$$

$$\xi = \frac{r}{(tbQ_v)^{1/(\nu+1)}}, \quad \zeta = \frac{Dt^{(\nu-1)/(\nu+1)}}{(bQ_v)^{2/(1+\nu)}}$$

Согласно (2.4) движение всегда автомодельно при $D=0$ ($\xi=0$). В случае цилиндрической симметрии движение оказывается автомодельным и при наличии диффузии заряженных частиц ($\xi=D/bQ_1=\Lambda=\text{const}$).

Получим вначале решения системы (2.1)–(2.4) в бездиффузионном приближении, когда $q=q(\xi)$, $E=E(\xi)$. Подставляя (2.4) в уравнения (2.1) и (2.2) и интегрируя один раз уравнение (2.1), находим

$$(2.5) \quad \xi^{\nu+1} \left(E'q - \frac{q}{\nu+1} \right) = C = \text{const}$$

$$(2.6) \quad (\nu+1)E + E'\xi = 4\pi q \quad (0 \leq \xi < \infty, E' = dE/d\xi)$$

$$(2.7) \quad q(\infty) = 0, \quad 2^\nu \pi \int_0^\infty \xi^\nu q d\xi = 1$$

Анализ выражений (2.5)–(2.7) показывает, что нельзя построить решения с непрерывной функцией $q(\xi)$ во всем диапазоне изменения ξ .

Имеются две области ($0 < \xi < \xi_*$ и $\xi > \xi_*$), в каждой из которых функция $q(\xi)$ непрерывна, а при $\xi = \xi_*$ претерпевает разрыв. Вследствие ограниченности решения при $\xi=0$ и непрерывности E при $\xi = \xi_*$ постоянная C в каждой из указанных областей равна нулю. Граничные условия (2.7) и условие непрерывности E при $\xi = \xi_*$ дают возможность определить функции $q(\xi)$ и $E(\xi)$ и координату $\xi = \xi_*$ разрыва $q(\xi)$. Имеем

$$E = \frac{1}{\nu+1}, \quad q = \frac{1}{4\pi} \quad (0 \leq \xi < \xi_*)$$

$$E = \frac{A}{\xi^{\nu+1}}, \quad q = 0 \quad (\xi > \xi_*) \quad A = 2^{2-\nu}, \quad \xi_* = \left(\frac{\nu+1}{2^{\nu-2}} \right)^{1/(\nu+1)}$$

Отличный от нуля заряд сосредоточен в конечной области $0 < \xi < \xi_*$, передний фронт $r=R$ которой перемещается в пространстве по закону $R = \xi_* (Q_1 b t)^{1/(\nu+1)}$. Электрическое поле при $\xi > \xi_*$ отлично от нуля. В произвольной точке пространства электрический заряд вначале равен нулю, затем в момент прохождения фронта R приобретает конечную величину и далее убывает до нуля обратно пропорционально t .

Исследуем систему уравнений (2.1)–(2.4) при наличии диффузии заряженных частиц в случае цилиндрической симметрии ($\nu=1$). Подставим (2.4) в уравнения (2.1)–(2.3). Интегрируя один раз уравнение (2.1), для определения функций $q(\xi)$ и $E(\xi)$ получаем уравнение

$$(2.8) \quad qE\xi - \frac{1}{2} q\xi - \Lambda q' = 0 \quad \left(\Lambda = \frac{D}{bQ_1} \right)$$

а также уравнение (2.6) и граничные условия (2.7), в которых надо положить $\nu=1$.

Из (2.6), (2.7) вытекает, что $E \rightarrow 2/\xi^2$ при $\xi \rightarrow \infty$. Результаты численного интегрирования системы уравнений (2.6), (2.7) и (2.8) при $\Lambda \sim 1$ представлены на фиг. 1 и 2, где $\chi = \xi/(\xi+1)$.

При малых Λ непосредственно численное интегрирование системы уравнений наталкивается на значительные трудности. Математически это связано с появлением малого параметра Λ при старшей производной в уравнении (2.8). Для решения задачи при $\Lambda \ll 1$ исследуемую область разделим на «внешнюю» зону, где влияние диффузии мало, и «внутреннюю» зону вблизи точки $\xi = \xi_* = 2$, где диффузия существенна. В каждой из зон произведем разложение по малому параметру, которым, как можно

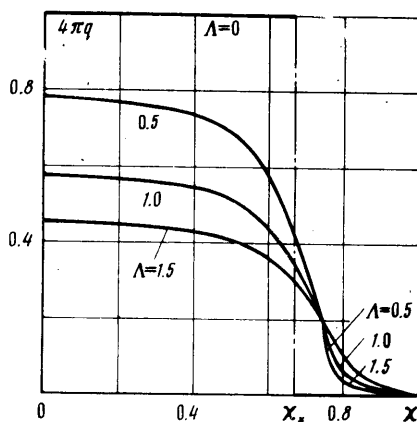
установить, в данном случае является величина $\delta = \sqrt{\Lambda}$, и далее осуществим сравнение внешних и внутренних разложений. Имеем

$$(2.9) \quad 4\pi q^{(e)} = Y_0^\pm(\xi) + \delta Y_1^\pm(\xi) + \dots, \quad E^{(e)} = \kappa_0^\pm(\xi) + \delta \kappa_1^\pm(\xi) + \dots$$

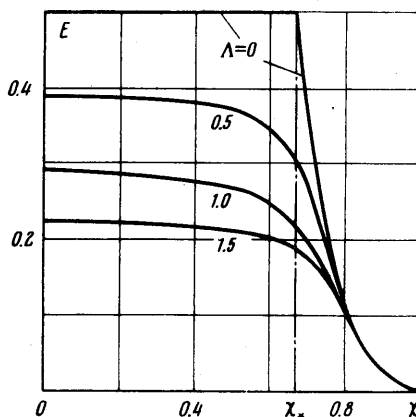
$$(2.10) \quad 4\pi q^{(i)} = \omega_0(\eta) + \delta \omega_1(\eta) + \dots, \quad E^{(i)} = \psi_0(\eta) + \delta \psi_1(\eta) + \dots$$

$$(\eta = (\xi - 2)/\delta, \delta = \sqrt{\Lambda})$$

Здесь индексы e и i соответствуют внешним и внутренним разложениям, а индексы плюс и минус для функций во внешних разложениях соответствуют областям $\xi > 2$ и $\xi < 2$.



Фиг. 1



Фиг. 2

Условия срачивания разложений (2.9) и (2.10) имеют вид

$$(2.11) \quad \omega_0(\eta) = Y_0^-(2), \quad \omega_0(\eta) = Y_0^+(2)$$

$$\omega_1(\eta) = \eta Y_0'^-(2) + Y_1^-(2), \quad \omega_1(\eta) = \eta Y_0'^+(2) + Y_1^+(2)$$

$$\psi_0(-\infty) = \kappa_0^-(2), \quad \psi_0(+\infty) = \kappa_0^+(2)$$

$$\psi_1(\eta) = \eta \kappa_0'^-(2) + \kappa_1^-(2), \quad \psi_1(\eta) = \eta \kappa_0'^+(2) + \kappa_1^+(2)$$

Подставляя (2.9) в уравнения (2.6) и (2.8), находим, что величины $Y_0^\pm(\xi)$ и $\kappa_0^\pm(\xi)$ соответствуют бездиффузионному решению, а функции $Y_1^\pm(\xi)$ и $\kappa_1^\pm(\xi)$ тождественно равны нулю.

Для функций $\omega_0(\eta)$, $\psi_0(\eta)$ и $\psi_1(\eta)$ на основании (2.10), (2.6), (2.8) и (2.11) получаем уравнения

$$(2.12) \quad \psi_0 = 1/2$$

$$\omega_0' - 2\omega_0\psi_1 = 0, \quad 2\psi_1' + 1 = \omega_0 \quad \left(-\infty < \eta < \infty, \frac{d\mu}{d\eta} = \mu' \right)$$

$$\psi_1(-\infty) = 0, \quad \psi_1(\eta) = -\frac{1}{2}\eta, \quad \omega_0(-\infty) = 1, \quad \omega_0(+\infty) = 0$$

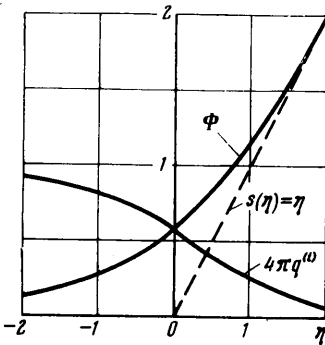
Система уравнений (2.12) сводится к следующему нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$(2.13) \quad \Phi'' - \Phi(1 - \Phi') = 0, \quad \Phi(-\infty) = 0, \quad \Phi(\eta) = \eta$$

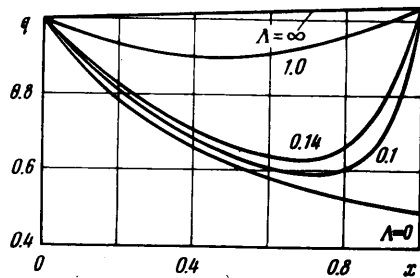
$$(\psi_1(\eta) = -1/2\Phi(\eta), \omega_0(\eta) = 1 - \Phi'(\eta))$$

На фиг. 3 представлена зависимость $\Phi(\eta)$ и функция $\omega_0(\eta)$, равная величине $4\pi q$ во внутренней зоне разрыва. Таким образом, около сечения $\xi=2$ образуются диффузионные пограничные слои, толщина которых пропорциональна величине $\sqrt{\Lambda}$ (или $1/\sqrt{Re}$). В пограничных слоях электрический заряд претерпевает конечное изменение и асимптотически стремится к значениям, соответствующим бездиффузионному решению. В отличие от заряда электрическое поле изменяется на бесконечно малую величину, пропорциональную $\sqrt{\Lambda}$. Толщина пограничных слоев Δr изменяется со временем по закону $\Delta r \sim \sqrt{t b Q_1 / Re}$.

3. Пограничный слой на электроде. Рассмотрим одномерное электродинамическое течение между электродом-эмиттером $x^0=0$ и электродом-



Фиг. 3



Фиг. 4

сеткой $x^0=L$, не искажающими распределение скорости в области $0 < x^0 < L$. Течение описывается уравнениями (1.1), (1.2), в которых надо положить

$$E^0 = e_x E^0(x^0), \quad j^0 = e_x j^0, \quad v^0 = e_x u^0(x^0), \quad q^0 = q^0(x^0)$$

Имеем

$$(3.1) \quad \frac{dE}{dx}(u+E) - \Lambda \frac{d^2E}{dx^2} = i, \quad \frac{dE}{dx} = q > 0 \quad (0 \leq x \leq 1)$$

$$(3.2) \quad E(0) = E_0 \quad (\text{или } q(0) = q_0), \quad q(1) = q^+$$

$$(3.3) \quad E^0 = \frac{v_*}{b} E(x), \quad j^0 = \frac{\epsilon v_*^2}{4\pi b L} i = \text{const}, \quad q^0 = \frac{\epsilon v_*}{4\pi b L} q(x)$$

$$u^0 = v_* u(x), \quad \Lambda = D/v_* L$$

В соотношениях (3.3) величина v_* — характерная скорость. Осевой электрический ток i предполагается заданной величиной.

Наличие диффузии заряженных частиц требует задания двух граничных условий (при известном токе i) для решения уравнения (3.1). Одно из них задается на эмиттере $x=0$. В качестве другого во многих случаях можно задавать электрический заряд q на электроде $x=1$. Если $\Lambda=0$, то необходимость в граничном условии на правом конце интервала исчезает.

Уравнение (3.1) не интегрируется в элементарных функциях. Можно показать¹, что при $u = \text{const}$ уравнение (3.1) допускает интегрирование в функциях Бесселя.

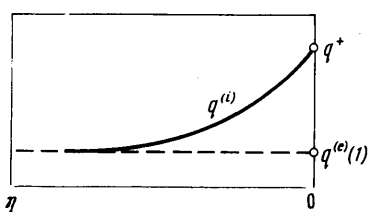
На фиг. 4 представлены результаты интегрирования уравнения (3.1) при $\Lambda \sim 1$ и $u=1$. Расчеты проводились при условиях: $i=0.633$, $q(0)=1$.

¹ На это обстоятельство указано О. К. Варенцовым.

$q(1) = q^+ = 1.04$. Величина $q^{(e)}(1)$, соответствующая бездиффузионному приближению, оказалась равной 0.49. Из приведенных графиков усматривается следующая тенденция изменения $q(x)$ при уменьшении Λ : величина $q(x)$ все менее отклоняется от кривой $\Lambda=0$ на большей части интервала $(0,1)$, примаыкающей к точке $x=0$, а вблизи точки $x=1$ наблюдается резкое изменение заряда, величина которого стремится к своему граничному значению $q(1) = q^+$. При $\Lambda \rightarrow 0$ вблизи сечения $x=1$ должен возникать пограничный слой, в котором заряд изменяется от $q^{(e)}(1)$ до q^+ . В таком пограничном слое конвекция и диффузия электрического заряда имеют одинаковый порядок величины.

Возникающие пограничные слои были исследованы методом сращивания внешних и внутренних разложений (верхние индексы e и i соответственно). Специальный анализ показывает, что толщина Δx пограничного слоя в этом случае имеет порядок $\Delta x \sim (1/Pe) \ll 1$.

Распределение электрического заряда $q^{(i)}$ в пограничном слое определяется формулой



Фиг. 5

(фиг. 5). При этом допустимы случаи, когда $q^+ > q^{(e)}(1)$ и $q^+ < q^{(e)}(1)$.

4. Диффузионная структура разрыва электрического заряда, обусловленная газодинамическим разрывом скорости. Исследуем одномерное электрогазодинамическое течение между электродами $x=0$ и $x=1$ при наличии газодинамического скачка скорости в сечении $x=x_*$ ($0 < x_* < 1$). (Здесь используются безразмерные переменные, введенные в п. 3.) Пусть ширина структурной зоны скачка имеет порядок Δ . Изменение скорости в этой зоне представим в виде

$$(4.1) \quad u = u(z) = \begin{cases} u^- - \alpha(z) & (z < 0) \\ u^+ + \beta(z) & (z > 0) \end{cases}$$

$$z = \frac{x - x_*}{\Delta}, \quad \Delta \ll 1, \quad \alpha(z) \rightarrow 0, \quad \beta(z) \rightarrow 0$$

$z \rightarrow -\infty$ $z \rightarrow +\infty$

Функция $u(z)$ находится, например, из решения известной задачи газовой динамики о структуре ударной волны [10]. Распределение скорости вне пределов зоны ее разрыва удовлетворяет условиям $u(x) \rightarrow u^-$ при $x \rightarrow x_* - 0$, $u(x) \rightarrow u^+$ при $x \rightarrow x_* + 0$.

В бездиффузионном приближении разрыв скорости вызывает разрыв электрического заряда. Будем рассматривать такие разрывы, величина q в которых остается ограниченной. Условия, при которых нарушается сделанное предположение, подробно рассмотрены в [4, 5].

Наличие диффузии заряженных частиц и зоны непрерывного изменения скорости (структуры газодинамического разрыва) сглаживает разрыв заряда q . Получим соответствующее решение с помощью асимптотических методов ($\Delta \ll 1$, $\Lambda \ll 1$).

Распределение электрического поля $E(x)$ и заряда $q(x)$ в области $0 < x < 1$ описывается уравнениями (3.1)–(3.3), в которых распределение скорости удовлетворяет условиям (4.1). Внешнее и внутреннее решения

будем искать в виде

$$(4.2) \quad E^{(e)} = v_0^\pm(x) + \Lambda v_1^\pm(x) + \dots, \quad E^{(i)} = \psi_0(\eta) + \Lambda \psi_1(\eta) + \dots$$

$$\eta = \frac{x - x_*}{\Lambda}, \quad z = \eta \lambda, \quad \lambda = \frac{\Lambda}{\Delta}$$

Условия сращивания разложений имеют вид

$$(4.3) \quad \psi_0(\eta) = v_0^-(x_*), \quad \psi_0(\eta) = v_0^+(x_*)$$

$\eta \rightarrow -\infty$ $\eta \rightarrow \infty$

$$(4.4) \quad \psi_1(\eta) = v_0^-(x_*)\eta + v_1^-(x_*), \quad \psi_1(\eta) = v_0^+(x_*)\eta + v_1^+(x_*)$$

$\eta \rightarrow -\infty$ $\eta \rightarrow \infty$

Подставляя (4.2) в уравнение (3.1), получаем

$$(4.5) \quad v_0^{\pm'} [u(x) + v_0^\pm] = i \quad (\mu' = d\mu/dx)$$

$$(4.6) \quad v_1^{\pm'} [u(x) + v_0^\pm] + v_0^{\pm'} v_1^\pm = v_0^{\pm''}$$

$$(4.7) \quad \psi_0'' - \psi_0' [u(\eta\lambda) + \psi_0] = 0 \quad (\mu' = d\mu/d\eta)$$

$$(4.8) \quad \psi_1'' - \psi_1' [u(\eta\lambda) + \psi_0] - \psi_1 \psi_0' = -i$$

Из условия ограниченности электрического заряда в структурной зоне находим, что $\psi_0 = \text{const}$. Согласно (4.3) из этого вытекает непрерывность величины v_0 в сечении $x = x_*$, что в совокупности с граничным условием при $x = 0$ позволяет проинтегрировать систему двух уравнений (4.5) и найти величину $\psi_0 = v_0^-(x_*) = v_0^+(x_*) = v_0(x_*)$. Однородное граничное условие при $x = 0$ для функции $v_1^-(x)$ дает возможность определить функцию $v_1^-(x)$ и найти значение $v_1^-(x_*)$, с помощью которого согласно первому соотношению (4.4) формулируется граничное условие для функции $\psi_1(\eta)$.

Решение уравнения (4.8) относительно функции $\psi_1(\eta)$ с использованием условия ограниченности величины ψ_1' (заряда $q^{(i)}$) при $\eta \rightarrow \infty$ имеет следующий вид:

$$(4.9) \quad \psi_1 = \begin{cases} \psi_1^- & (\eta < 0) \\ \psi_1^+ & (\eta > 0) \end{cases}, \quad q^{(i)} = \psi_1'(\eta) + \dots$$

$$\psi_1^- = B \int_0^\eta s(\eta) d\eta - i \int_0^\eta \left(s(\eta) \int_0^\eta \frac{d\eta}{s(\eta)} \right) d\eta + C$$

$$\psi_1^+ = \frac{i}{\gamma} \eta + \frac{i}{\gamma} \int_0^\eta \chi(\eta) \exp(\gamma\eta) \left(\int_\eta^\infty \exp(-\gamma\eta) \frac{d\chi^{-1}}{d\eta} d\eta \right) d\eta + C$$

$$C = v_1^-(x_*) + \left(\frac{i}{\kappa} - B \right) \int_0^\infty \frac{\exp(\kappa\eta) d\eta}{\Phi(\eta)} +$$

$$+ \frac{i}{\kappa} \int_0^\infty \frac{\exp \kappa\eta}{\Phi(\eta)} \left(\int_0^\eta \exp(-\kappa\eta) \frac{d\Phi}{d\eta} d\eta \right) d\eta$$

$$s(\eta) = \exp \left(\int_0^\eta [\kappa - \alpha(\lambda\eta)] d\eta \right), \quad \chi(\eta) = \exp \left(\int_0^\eta \beta(\lambda\eta) d\eta \right)$$

$(\eta < 0)$ $(\eta > 0)$

$$\Phi(\eta) = \exp\left(\int_0^{\eta} \alpha(\lambda\eta) d\eta\right), \quad B = i \int_0^{\infty} \exp\left(-\int_0^{\eta} [\gamma + \beta(\lambda\eta)] d\eta\right) d\eta$$

$$\kappa = v_0(x_*) + u^- > 0, \quad \gamma = v_0(x_*) + u^+ > 0$$

Решение (4.9) и второе условие (4.4) позволяют найти величину $v_1^+(x_*)$ и, следовательно, проинтегрировать уравнение (4.6) относительно функции $v_1(x)$. При получении последующих приближений необходимо повторить указанную процедуру.

Рассмотрим предельные случаи полученного решения. При $\lambda=0$ диффузионная зона исчезает, и структура зоны изменения q полностью определяется структурой газодинамического разрыва [4, 5]. В этом случае

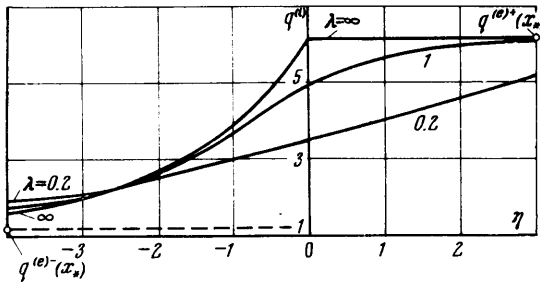
$$(4.10) \quad q^{(i)} = Q(z) + \dots \quad \left(z = \frac{x - x_*}{\Delta}\right)$$

$$Q(z) = \frac{i}{u(z) + v_0(x_*)}, \quad Q(-\infty) = \frac{i}{\kappa}, \quad Q(+\infty) = \frac{i}{\gamma}$$

При высокой степени гладкости функции $u(z)$ таким же свойством будет обладать распределение $Q(z)$.

Если величина λ мала, но конечна, то исходное уравнение относительно функции $t(z) = \lambda\psi_1(z/\lambda)$ будет содержать малый параметр λ при старшей производной $t''(z)$. Однако вследствие высокой степени гладкости функции $t(z)$ величина $\lambda t''(z)$ оказывается всюду порядка λ и внутреннего (по отношению к зоне ширины Δ) пограничного слоя вблизи сечения $z=0$ не возникает.

Второй предельный случай соответствует условию $\lambda=\infty$. Из общего решения (4.9) находим



Фиг. 6

$$(4.11) \quad \begin{aligned} \psi_1^-(\eta) &= v_1^-(x_*) + \\ &+ v_0^{-'}(x_*) \eta + \frac{1}{\kappa} \Delta q \exp(\kappa\eta) \\ \psi_1^+(\eta) &= v_1^+(x_*) + \\ &+ v_0^{+'}(x_*) \eta + \frac{1}{\kappa} \Delta q \\ \Delta q &= v_0^{+'}(x_*) - v_0^{-'}(x_*), \\ q^{(i)} &\approx \psi_1'(\eta) \end{aligned}$$

Приведенное решение характеризуется непрерывным изменением величины ψ_1' (электрического заряда), но разрывом производной ψ_1'' в точке $\eta=0$, который обусловлен разрывом газодинамической скорости. Интересно, что в данном случае существует только «левый» диффузионный пограничный слой. Учет газодинамической структуры скачка позволяет сгладить разрыв ψ_1'' .

Зависимости (4.10) и (4.11) представлены на фиг. 6.

Автор благодарен В. И. Грабовскому и О. К. Варенцову за проведенные вычисления.

Поступила 28 VI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Бучин В. А. Задачи об электрогидродинамическом зонде, невозмущающем распределении плотностей тока и объемного заряда. ПММ, 1972, т. 36, вып. 3.
2. Ватажин А. Б., Грабовский В. И. Распространение униполярно заряженных струй в гидродинамических потоках. ПММ, 1973, т. 37, вып. 1.
3. Грабовский В. И. Плоское электрогидродинамическое течение с обратным током. ПММ, 1973, т. 37, вып. 5.
4. Гогосов В. В., Полянский В. А. Разрывы в электрогидродинамике. ПММ, 1971, т. 35, вып. 5.
5. Гогосов В. В., Полянский В. А. Структура электрогидродинамических ударных волн. ПММ, 1972, т. 36, вып. 5.
6. Грабовский В. И. Одномерное электрогазодинамическое течение с ударными волнами при малом параметре электрогидровзаимодействия. ПММ, 1972, т. 36, вып. 5.
7. Гогосов В. В. Одномерные электрогидродинамические течения с переменным коэффициентом подвижности. Скачки испарения и конденсации. ПММ, 1972, т. 36, вып. 4.
8. Ватажин А. Б., Лихтер В. А., Шульгин В. И. Исследование электрогазодинамической струи за источником заряженных частиц. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 5.
9. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1967.
10. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, ч. 2. М., Физматгиз, 1963.